# PROCLI DIADOCHI LYCII

## PHILOSOPHI PLATONICI AC MATHEMATICI PROBATISSIMI IN PRIMVM EVCLIDIS

*Elementorum librum*

## COMMENTARIORVM

AD VNIVERSAM MATHEMATICAM DISCIPLINAM

*PRINCIPIVM ERVDITIONIS TRADENTIVM*

*Libri IIII.*

A FRANCISCO BAROCIO PATRITIO VENETO

summa opera, cura, ac diligentia cunctis mendis expurgati: Scholiis, & Figuris, quę in gręco codice omnes desiderabantur aucti: primùm iã Romanę linguę venustate donati, & nunc recèns editi.

*Cum Catalogo Deorum, & Virorum Illustrium, atque Autorum: Elecho librorũ, qui vel ab Autore, vel ab Interprete citati sunt: & Indice locupleti notabilium omnium in opere contentorum.*

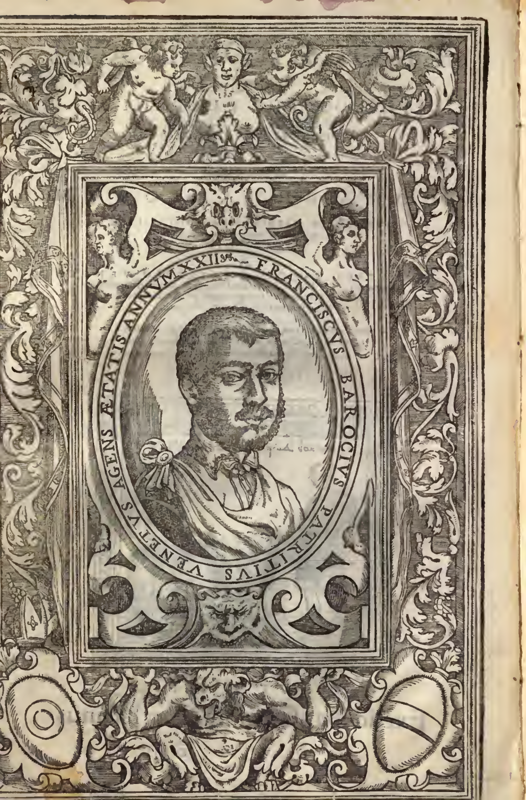
*CVM PRIVILEGIO.*



PATAVII,

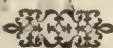
Excudebat Gratiosus Perchacinus

1560.


FRANCISCVS BAROCIVS PATRITIVS VENETVS AGENS ÆTATIS ANNVM XXII

# VINCENTII CARDINI FLORENTINI.

## CARMINA IN PROCLI, SIMVL ET INTERPRETIS COMMENDATIONEM.



*AD LECTOREM, QVAM DE Proclo capere possit vtilitatem.*

*LEctor si plenam cupias iam scire Mathesin,*
*Esse Geometres non modo, disce viam.*
*Te socium Proclo summis nunc viribus adde,*
*Huncq; stude manibus voluere sæpe tuis.*
*Omnem summatim tractat, vel Dogmata Plato*
*Quæ scripsit Magnus, quæ vel Aristoteles.*
*Pellit hic obscuras Amborum lucidus vmbras,*
*Et probat, & reprobat pro ratione loquens.*
*Crede mihi, melius non vidit pluribus annis*
*Quod daret Almæ bonus Bibliopola tibi.*

### IN PROCLVM DE NOmine eius, & Cognomine.

FAmiliæ nomen quid Diadochus vult sibi?
Proclus quid propriũ? nil aliud quàm quod puto.
Ab errore procul vt sunt dicit omnia;
Et candidus verbis, & re Gemma est nitens,
Magistratus instar, vel olim quòd Virûm
Vnus successit Philosophis hæres bonis.

*In Eundem, & eius Patriam.*

*ANtiquam cano Termilen,*
*Illustremq; Virum, qui sapientia*
*Claram iam mage reddidit.*
*Tu cæptis faueas Iuppiter innoce*
*Musæ principium meæ.*
*Naturalis amans maximus extitit,*
*Diuinæ & Sophiæ simul:*
*Platonis doceant scripsit in aurea*
*Doctis quæ Placita auribus,*
*Natus Nicomachi clarior est quibus;*
*Si non quo Scholio monet*
*Vatem Smyrna bonum, quem sibi vendicat,*
*Ascræumq; poliuerit.*
*Sed quid quòd Megarum conspicuum magis*
*Reddat nunc memorem Sophum?*
*Monstret qui Numeros, Harmonicos sonos,*
*Cursus (preter in omnibus*
*Mensuram propriam) & Sidera calleat?*
*Est Maioribus vnicus,*
*Qui se consimilem præbeat vndique,*
*Maioremq; Sequentibus.*
*Hic est, quo Regio prospera gaudeat,*
*Non quòd nomine sit nouo*
*Elata à Lycio, qui Iouis abnepos.*
*Nam Pandione iam satus*
*Est fortitus Annum, qui Draco erat gradu;*
*Quem mirè quoque Mulcibet*
*Produxit genitus patre fulminum*
*Olim coniuge de sua,*
*Tradunt cui veteres imperium Aeris*
*Lapsum suscipie Insula*
*Ob turpem faciem vertice calico,*
*Deiectumq; parentibus;*
*Quo casu pede adhuc claudicat altero.*
*Hic Bronte, & Sterope additis*
*Fecit quæ Deus est tela Gigantibus*
*E cælo iaculatus, et*
*Vxorem obtinuit, donaq; Pallada.*
*Quam tunc per Stygias aquas*
*Firmam pollicitus maximus est Deûm.*
*Heros dum voluit datam*
*Amplecti, monita hæc restitit artibus.*
*Quare semina proiicit*
*In terram, vnde Puer, nomineq; hoc fuit.*
*Rexit Cecropias opes*
*Sic olim ex Cecrope, ex ingenio modò,*
*Matris nomine mania*
*Struxit, dicier hæc si genitrix potest.*
*Ne mirum ergo quis audiat*
*Cùm tam præcipuos hos pethibene viros.*
*Iunxit primus equos, pedet*
*Vt fœdos tegeret, curribus, & rotis.*
*Successit genitus Patri*
*Dictus qui Proavo totus inhæreat.*
*Natos consequitur duos,*
*Et natas geminas, nunc miseras aues.*
*Absine sed volo tragica,*
*Tectis garriat hæc, & nemore hæc gemat.*
*Natorum Lycus alite*
*Felici, imperium rexerat, auxerat.*
*Hic solus mihi dicitur,*
*Qui nomen dederat pòst tibi Termile.*
*A nobis alii procul,*
*Dircæi, Iliadæ, cuncti abeant simul.*
*Hoc gaude Lycia omine,*
*Quodq; à te Lycius dictus Apollo; non*
*Vndas quòd capiat Lupus*
*Tanquam sæuus oues (nam Pateræ Deus*
*Hinc dictus colitur suus)*

*At lætare magis quòd Lycius Proclus.*
*Iactas igninomum Polo*
*Montem perpetuo culmine proximum,*
*Qui monstro similis, Leo*
*Cantatur iugiter pectoreq; oreq;,*
*Tum Capra inguine, & horridus*
*Extremò Coluber, laus Ephyræ Ducis.*
*Te te Semideo Proclo*
*Effer, qui melius sidera tangere*
*Possit, Numinibus frui,*
*Et secum pariter quosque reducere.*

*Phœnix Phœnicem renouas aliam (patere credo)*
*Mercurii, atque Mineruæ munera qui suo decori*
*Restituis, parcis sudoribus, aspicisq; nullos*
*Sũptus. quod bene sit bis oĩbus, et bene vsq; in æuum*

IN EVNDEM AB
Interprete recognitum.

QVantum nuoc tibi Procle debet orbis,
Tantum & tu studiis, Barocioque.
Nam quantum infinuas scientiæ, ille
Tantum ponere diligentiæ vltro
Conatur, valeant recens vt omnes
Et quæ, & quo doceas videre pacto.
Sic & te ex lacero integrum reponit,
Te verè lacerum, te vt ediderunt
Qui græcè prius, alta proditorum
Turba, vt sicariis manus dedisse
Iam visus fueris malis, & inde
Vitam vix miser abstulisse tandem.

AD EVNDEM, DE
eius cognomine.

VT tu mira Baroci
Es molesque, veloxque
Κίσσινον ecce triuisti,
Gaude οἶνον amicum.
Pondus tu graue dictus
Nobis ocia miscens
Et pares, resonasque,
Quod nunc ἔργα recludunt.
Hoc tam nemo venustè
Munus παλλάδιον, atque
Ἑρμοῦ: tam κατάκαρφον
Vnquam condidit ἄλλος.
Summum iam decus extas
Orbi, non modò cunctis
Notis τοῖς πατρώοις
Annis sic tener altus.
Felix perpetuo sis.
Μουσῶν tempore Alumne,
Et gratos habeas nos
Multùm te vsque rogamus.

*AD FRANCISCVM BAROCIVM*
*Precatio bona ob Procli restitutionem.*

*FRancisce vt dignus mi promeritis videris opto*
*Sit tibi vita, salus, honor vndique; sint tui labore*
*Felices semper, Mundo quibus est renatus ille,*
*Cui debent opera Euclidis satis, ille Proclus inquã,*
*Vnde Mathematicus certè valet esse, non haberi*
*Solum per se quisque breui bonus. O tibi sit autor*
*Alte boni bene tanti iterumq; iterumq; dico, & oro*
*Diiq; Deæq; omnes faueant simul, astra, cũcta, q̃ sunt.*

Δεκάστιχον πρὸς αὐτὸν ἑλληνιστὶ
τὸν ἐπίσημον.

Ἑλληνίζειν, ἐλλόγιμός τ' εἶ,
ἀλλ' ἐγχώριος εἶναι, καὶ μᾶλλον
βάρβαρος. εἰ μέν τοι χάριν κτυπῶν
ὅσ πόδ, ἀείδω φωνεῖται
νῦν μεταξὺ κύκνων, ἐσθ' ὅπ' ἄδοσ γε,
ὅσ με συνάγει σοῦ μὲν ἐπαίνων.
λάμβανε τὴν βούλησιν, καὶ τοῦν
ὅμοιον τῆσ ψυχῆσ ὤν σύ μου.
ἀμείμα τοσ πίνδαροσ οὐδεὶσ
εἰμὶ γάρ, οὐδεὶσ ὅπισ ὅμηροσ.

# CLARISSIMO DANIELI BARBARO

*PATRIARCHAE AQVILEIENSI DESIGNATO,*

FRANCISCVS BAROCIVS

*S. P. D.*





MOR Deorum antiquisſimus, atq; nouisſimus, rerum omnium autor, & ſeruator nõ ab re Patriarcha dignisſime à ſapientisſimis philoſophis, vt arbitror, dictus fuit. quum enim Amor diuina quædã res ſit, à diuinisq́ue cauſis profluat, nõ ĩmeritò Deum quidẽ, ex Dijsq́ue genitum eum philoſophi, poetęq́ue finxerũt. Antiquisſimum autem cęterorũ Deorum aſſerunt, quoniam tunc ortum habuit, cùm ſummum bonum, quod eſt primus ille vniuerſorũ pater, & autor Deus, triplicem Mundum ex quadam informi eſſentia, quã Chaos priſci uocarunt, per conuerſionem illius eſſentię ad ſuum vnde orta eſt principium, creauit, primò quidem mentem Angelicam: deinde Mundi, quem cernimus animam: poſtremò ipſius animę corpus, quod ex cęlis, elementis, miſtisq́ue conſtat: quæ quidem omnia iuxta ſuarum, quæ in mente diuina effulgent Idearum ſimilitudinem, Dij vocantur, vt Cęlius, Saturnus, Iuppiter, Mars, Apollo, Venus, Mercurius, Diana, Vulcanus, Iuno, Neptunus, Pluto, & alij. Nouisſimum verò, quia duplex Amor cùm ſit, vnus, quo Deus Opt. Max. rerum perfectionem diligens, omnia genuit: alter, quo cuncta inferiora tanq; è veſtigio quodam, diuinoq́ue ſemine orta, parentem ſuum recognitum proſequuntur, & fine perfectionis ſuę frui deſiderant, ille quidem rebus omnibus antiquior eſt, hic verò iunior. Vnde etiam principiũ rerum, & finem: Deorum primum, atq; nouisſimũ priſcę autoritatis philoſophi, diuiniq́ue viri eum appellare non dubitarunt. Rerum præterea omnium autorem, & ſeruatorem non iniuriâ, vt opinor, dixerunt. Amor enim, qui hac ratione cõmuniter ab omnibus philoſophis fruendæ pulchritudinis deſiderium definitur, quia eius proprium eſt, vt ad pulchritudinem rapiat, ac deforme cum formoſo coniungat, per cuncta ea, quę ſunt porrigi profectò videtur. nam (vt paucis rem complectar) omnia, quę à prima cauſa in rerum natura ſunt edita, aut ſuperiorum, aut inferiorum, aut ęqualium inter ſe ſortita ſunt ordinem, atq; reſpectum. Si ſuperiora ſint, inferiorum ſunt cauſę: ſi inferiora, ſuperiorum opera: ſi ęqualia, eadem natura fruuntur. Quòd ſi cauſæ quidem ſint, opera ſua diligunt, &

ſummã

summam eorũ pulchritudinem, summamque perfectionem desiderant: si autem opera, causarum suarum pulchritudine frui, perfectioneque, expetunt: si verò eadẽ natura sint prędita, tanq̃ similes Totius, Eiusdemque partes mutuo afficiuntur Amore, vt vnà omnes perfecta Totius pulchritudine perfrui possint. Quod cùm ita sit, omni ex parte cõstat, Amorem in omnibus esse rebus, perque omnia penetrare, nec quicq̃ reperiri posse, quod odio prosequatur alterum, nisi per accidens. non enim per se contrarium aliud sibi contrarium odit, & fugit: sed per accidens, ac suijpsius Amore, ne ab eo corrũpatur. Cùm ergo Amor omnibus rebus tam diuinis, quàm humanis insitus, innatusque sit, cuinam dubium erit, si ostendantur rerum omnium actiones, Amoris gratia fieri, actionumque opera Amore conseruari, quin Amor effector omnium sit, & seruator? At propagandæ proprię cuiusq; rei perfectionis cupiditas, maximus Amor est. Deus autem, in cuius solùm immensa potestate reperitur absoluta perfectio, propagandę eius perfectionis causa cuncta produxit, ideque omnibus propagandi desideriũ largitus est. quę id ita sortita sunt, vt quicquid in Mundo fit, Amoris gratia fieri videatur. Quin etiam partium coniunctio Totum conseruat, diuisio diruit, atq; disperdit. Amor autem cõiunctionis parandę vim habet. Amor igitur non solùm efficit omnia, verùm etiam conseruat. Quo circa iure autor omnium dicitur, & seruator. Verùm si Amor res omnes efficiendi, & seruandi vim habet, cuiq; satis, superque perspicuum est, eum scientiarũ quoq; autorem, & custodem esse. nam (si Aristoteli credendum est) ęędem sententię, ęędemque scientiæ sępenumero apud homines iuxta quasdam ordinatas Vniuersi conuolutiones apparẽt, atq; euanescunt. Vt verò alijs maximis philosophis placuit, omnes scientiæ, & artes, omnia homium inuenta, omnesque demũ res, quę in toto orbe terrarum tum à Natura editę, tum ab hominibus excogitatę, repertęque fuerunt, infinitis seculis floruere post infinita incendia vicissim, ac diluuia, quibus iã deperierant, atq; deciderant: eodemque modo iterũ florescent, atq; peribunt. Quę quidem res cùm ita se habeat, Amore opus fuit ad rerum omnium, pręsertimque scientiarum redintegrationem, & conseruationem. nam post Deucalioneos imbres propter nimiam aquarum copiam non modò vrbes, ędificia, & cuiuscunq; generis animantia (pręter ea, quę diuina prouidentia custodiuit) periere, verũ etiam omnis rerum memoria, quę in libris continebatur, ita extincta fuit, vt illi primi homines, qui ex paucis ijs, qui iam relicti erant, orti sunt, tanq̃ nouissimi, & rerum omnium imperiti, vitam quandã simplicem, puram, ab omni malitia, atq; versutia vacuam, omninoque (vt aiunt poetę) auream agerent. In qua quidẽ aurea ętate cùm rudes illi eo, quo Deus Mundum prosequitur Amore primùm, deinde naturali hominum sciẽdi de-

side-

ſiderio excitati, admirari, obſtupeſcereqúe cœpiſſent, ac demũ totam Mũ di machinam, eiusqúe motus, & motuum effectus peruarios cõtemplari, necnõ modò huius, modò illius rei cauſam inueſtigare, id ita factum eſt, vt ſciẽtię iterum omnes, paruo quaſi quodã à principio ortum traxerint, hinc vires in dies ſumpſerint, paulatimqúe ſeſe ad ſummũ ſuę perfectionis euexerint. Pòſt verò cùm propter Mundi totius reuolutionem, tum propter multa', variaqúe in Vniuerſum ſęuientia bella, quibus cunctæ prouinciæ deuaſtatæ fuerant, multa pręclara priſcorum Autorum opera omnibus in ſcientijs radicitus interierunt: multa excęcata, atq; euerſa in lucem exierunt. Quæ nimirum, vel ſaltem quæ in illis continebãtur doctrinæ, ne penitus ab humano auellerentur genere, vt vix vmbra quædam earum ad nos vnquam peruenire poſſet, Amor pleroſq; inuaſit tum illorum doctrinas de ſuo inueniendi, tum hæc inſtaurandi. nemo enim artem, vel ſcientiam aliquam reperire, aut diſcere poteſt, niſi eum cum diuinus, tum humanus Amor, necnon inueſtigandi, inueniendiqúe deſiderium excitet. duplici ſiquidem huiuſcemodi Amore, ſapientia omnis menti data eſt, qua ſanè ad Deum ſuum opificem reuertitur, cùm per hęc inferiora ipſius pulchritudinem cõtempletur. Ac ne latius in multis conquirendis vagando, longius quàm opus eſt in re manifeſta immorer, maximum de hac re afferam argumentum, quod egomet in meipſum expertus ſum. nam cúm ſæpe ego mecum varias totius terrarum orbis conuolutiones animo reputarem, quamplurimas ſcientias, quæ aliàs floruere, nunc abolitas propè, atq; deperditas eſſe animaduerti. quid enim de Mathematicis dicam? Non'ne ea, quæ priſco tempore vel adoleſcentulis notisſima, facillima, in promptuqúe erãt, hoc noſtro ſeculo tanquam ęnigmata, difficilima, nimisqúe abſtruſa eruditisſimis quoque viris eſſe videntur? Cuius profectò rei cauſam cùm perſæpe inueſtigarem, nullam aliam eſſe deprehendi, niſi paucitatem ſcriptorum, quæ à tot, tantiſqúe clarisſimis viris in hiſce ſcientijs nobis relicta fuere. multæ enim, & variæ præſtantisſimorum Mathematicorum lucubrationes tum à Proclo, tum etiam ab alijs Autoribus cõmemorantur, quarum ne veſtigium quidem nunc extat. Hæc cùm multos abhinc dies, dum Mathematicis operam nauabam, mecum cogitarem, cumqúe Euclidem Megarenſem inſignem Mathematicum, qui harum diſciplinarum initia maximo cum ordine, maximoqúe cum artificio tradit, à multis alta potius obrui caligine, atque demergi, quàm exponi viderem, iam pridem aliquod in eum antiquum ſcriptum, aut commentarium deſideraui, quanuis neſcius non eſſem, quòd impreſſi fuerant Baſileæ quatuor Procli Diadochi libri commentariorum in primum Elementorum Euclidis: quos adeò laceros, & corruptos inueni, vt nihil boni ex eis elicere potuerim. editi nanque

que erant perinde ac si editi nunquam fuissent. Veruntamen cùm diuina prouidentia propter communem studiosorum omnium vtilitatem huic meo flagranti desiderio auxiliari maximo suo Amore decreuisset, fecit vt cùm essem in Insula Creta tertio abhinc anno quoddam vetustissimum exemplar eorundem Procli in Euclidem commentariorum, qui iam impressi fuerant, ad manus meas perueniret, quod fuerat Andreæ Doni præceptoris mei, viri sane in græcis literis omnium ętatis suę græcorum præstantissimi. ex quo quidem exemplari impressum illud quoad potui diligenter emendaui. nam illud etiam antiquum pluribus in locis imperfectum erat. Postea verò cùm in Italiam reuersus essem, & horum iam commentariorum maximam agnouissem doctrinam, atque vtilitatem, maiori quotidie, inextinguibiliqúe eos instaurandi desiderio, Amoreqúe ardebam. Quapropter vt eiusmodi desiderio meo satisfacerem, primùm Bononiam profectus sum, vbi inueni duo exemplaria manu scripta, alterum in bibliotheca S. Saluatoris, vt appellant, quod vnà cum alijs etiam libellis vt transcriberem concessum mihi fuit à Reuerendis viris Floriano Cedroplano Bononiensi, Priori tunc illius cœnobij, & Raphaele Campiono Procuratore, qui nullam aliã ob rem, nisi humanitate, Amoreqúe erga me quodam impulsi maxima in me, beneficia contulerunt. alterũ in bibliotheca excellentissimi viri Fabritij Garzoni medicam facultatem publicè in Bononiensi Gymnasio profitentis, qui etiam quę maxima fuit eius liberalitas voluit illud ipsum suum exemplar mecum afferri. quod sanè mihi non parum vtilitatis attulit. Deinde cùm illhinc discessissem, Patauium me contuli, vbi ex ijs omnibus exemplaribus quoad fieri potuit vnum integrum feci, quod postremò è græca linguà in latinam conuerti, tum exercitationis causa: tum ab Amore concitatus, quo librum hunc, omninoqúe Mathematicas disciplinas ab ineunte adolescentia prosequutus sum: tum etiam vt amicorum meorum persuasionibus morem gererem, & communi eorum studiosorum vtilitati, qui sermonem gręcum non callent, consulerem. Ac denique quum hoc iampridem à multis expectatum opus, absolutum, instauratumqúe vidissem, pluresqúe ipsi, quemadmodum Plato mihi, & Horatius præcipit, censores adhibuissem, nolui omnino Horatij sententiam obseruare dicentis:

*Id tibi iudicium est, ea mens, si quid tamen olim*
*Scripseris in Metii descendat iudicis aures,*
*Et patris, & nostras, nonumq; prematur in annum.*
*Membranis intus positis delere licebit,*
*Quod non edideris. nescit vox missa reuerti.*

sed communi potius vtilitati studens, imprimendum illud esse duxi. Quod dum imprimebatur duo adhuc vidi græca exemplaria, vnum

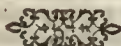
Vene-

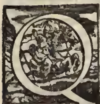
Venetijs in bibliotheca Sanctorum Ioannis,& Pauli: alterum Patauij ex bibliotecha Io. Vincentij Pinelli Genuēsis viri tā genere,quā animo, & moribus nobilissimi. Ex quibus sanè omnibus, quæ hucusque vidi exemplaribus hoc Procli Diadochi vtilissimū,lucidissimum'que volumē, à propinquo iam interitu vindicatum, nunc primùm renouatæ Phœnicis instar exoritur. De cuius ortu felicissimo primùm Deo summo rerum opifici, deinde Amori non solùm scientiarum,verū etiam rerū omnium autori, seruatorique immortales habendæ sunt gratiæ. Vides igitur, dignissime Patriarcha tum præsentē meā lucubrationem, tum omnia, quæ in rerum natura orta sunt, oriunturque quotidie, Amoris gratia oriri,& fieri. Cùm itaque opus hoc Amore factum à me sit,operæpretium est,vt quoddam etiam munus Amoris mihi secum afferat. Maximum autem munus Amoris mihi videtur Amicitia. Amicitia inquam ea,quę vera Amicitia est.cùm enim triplex sit Amor,vnus,quo iucundū: alter, quo vtile: tertius, quo verè bonum, honestumque diligimus, quorum etiam vnusquisque duplex est,siquidem aut simplex,aut mutuus, cumque Amicitia omnis ab Amore tum dicatur,tū nascatur, & nihil aliud quàm inueteratus quidam sit Amor, quandoquidem & Amor Amicitia quædam exoriens est, nemini planè dubium, Amicitiam quoque triplicem esse.vnā quidem, cuius finis iucundum: alteram autem,cuius vtile: tertiam verò,cuius finis bonum simpliciter est, & honestum. Hæc autem sola perfecta,vera inuiolabilis, atque indissolubilis est,cùm cæteræ omnes vndique claudicent, ἀνώμαλοι sint,& violari facilè,dissolui'que possint. Hęc porrò & in rationalibus tantū animis, & rarò reperitur, quæ à philosophis varijs fuit modis definita. Alij nanque tum ad eius finem, tum ad subiectum respicientes, modò habitum ex Amore diuturno contractum eam definierunt: modò, honestam perpetuæ voluntatis cōmunionem. Alij verò, beneuolentiam mutuam,non latentem,propter bonum simpliciter,atque honestum comparatam. Alij præterea,summam omnium diuinarum,humanarumque rerum cum beneuolentia, & charitate consensionem. Alij demū,aliter. Hæc scilicet ea est Amicitia,quæ maximū Amoris munus esse mihi videtur. Vtinam aūt tale munus Amoris à pręsenti meo, Amorisque opere mihi daretur. O felix opus Amoris,& munus, quod vna interiecta morte duę vitę sequuntur. O diuinum lucrum, diuinamque Amicitiā, quādo vnus animus duo occupat corpora, vna'que vita duobus agitur ab amicis, quorum vterque geminam habeat vitam, alterque alteri similis adeò sit, vt alter idem vocari possit. Diuinam inquam, propterea quòd excepta sapientia ( vt rectè ait Cic. ) nihil melius homini,nihil iucundius vera, perfectaque Amicitia Deus immortalis vnquam dedit.in sapientia enim, & virtute summum bonum præ-

clarè positum est. ex quibus etiam Amicitia quidem exoritur. nam nihil est, quod magis alliciat homines ad diligendum sese, quàm virtutis, morumque bonorum similitudo, necnon studiorum societas: quippe quum propter hæc vel ignotos etiam quodammodo diligamus. Hæc demum talis Amicitia est, quam diu inter nos esse desideraui. semper enim aliqui (ait Cic.) acquirendi sunt, quos diligamus, & á quibus diligamur. quandoquidem charitate, beneuolentiaque sublata, omnis est è vita sublata iucunditas. Quam quidem sententiam diligentissimè semper obseruandam mihi proposui. Vnde sanè quum diebus præteritis varias ego, multiplicesque animi tui dotes perpendēs, maximam conuenientiā, cognationemque in tuis, meisque Idea, sidere, genio, animæ, corporisque affectione animaduertissem, te vnum in primis elegi; quem volui cùm mihi coniunctus communi iam patria sis, Amicitia quoq; perfecta coniungere, cunctisque vestigijs tuis semper insistere. spero enim, & volo Amicitiam nostram (quæ beneuolentia fortasse mutua, sed latens hucusque fuit) veram, perfectam, indissolubilem, sempiternamque fore. omnis enim Amicitia, quæ ex optimis orta est principijs, vera est, & perfecta, neq; vllo vnquam pacto violari, dissoluique potest. nam violante altero quidem amicorum Amicitiam, summum certè sui bonum ruit. at nemo proprij boni interitum appetit. Amicitia ergo, quam non vtile, nec iucundum: sed bonum, & virtus gignit, & continet, cum in aliquibus reperitur, inuiolabilis velint nolint, æterna, atq; indissolubilis permanet, ex eaque semper maxima vtilitas, maximaque iucunditas efflorescit. Verumenimuero quoniam tulit hanc nobis legem Natura, vt non sine munere quopiam amicos adeamus: nihil autem mihi fuit, quod tibi futurum gratius hac mea in Proclum lucubratione existimarem: eam qualiscunq; est, tibi dicandam esse statui. Quod quidem exiguum mei in te Amoris pignus pro ea, qua solitus es humanitate accipere non grauaberis. neminem enim habui, cui te præferendum non putarim. Accipe igitur hoc nouum Mercurij, Mineruæque munus, vt sub tutela tui amplissimi nominis, maxima cum autoritate quotidie in manibus hominum versetur. me verò vt Amicitia nostra vera, perfectaque sit, mutuo semper, & non latenti Amore dilige. Vale.

Pataui. XII. Cal. Decembreis M. D. LIX.

# FRANCISCI BAROCII PRAEFATIO AD LECTOREM.





V V M opus, quod à me multos abhinc menses summa primę rerum omnium causæ prouidentia susceptum fuerat, post multos labores diuino tandem auxilio completum, absolutumq́; sit, studiose Lector, prudenti ( nt mihi persiiadeo ) consilio factum iri existimo, si antequam ad scripta ipsa Procli accedas, nonnullorum, quæ haud parui momenti sunt, te commonefaciam. Quibus instructus, facilius poteris eorum, quæ in hoc libro perlegeris inrelligentiam consequi. nam operępretium est ante omnem disciplinam, cum ea remouere, quæ animæ ne suarum reminisci rationum possit impedimento sunt: tum ea cognoscere, à quibus ipsa disciplina exoritur. Primùm itaque te scire uelim præter alios multos Proclos, unum Clarissimum omnium fuisse, cognomine Diadochum, hoc est successorem, patria Lycium, Plaronicum Philosophum, Mathematicumq́; præstantissimum. qui ( si Suidæ credendnm est ) magni Syriani fuit discipulus, cumq́; Atheniensi Scholæ præfuisset, alios ipse discipulos habuit, è quorum numero unus, insignisq́; fuit Marinus Neapolitanus eius successor: alter M. Antonius, à quo etiam ( ut refert Spartianus ) ad consulatum usque prouectns fuit. Is sanè Proclus permulta nobis scripra reliquit, in arte Grammatica, in Philosophia, cōmentarios in Homerum, necnon in Platonem, in Hesiodi Ἔργα καὶ ἡμέρας, in Theologiam Orphei, aliaque prætere ea: præcipuè autem hos in primum Euclidis Elementorum libros, quos summa quidem admiratione dignos, summoque studio in manibus habendos censeo, quandoquidem ad totam Mathematicen, uniuersamque Philosophiam nobis aditum patefaciunt. & præsertim quia ex laceris antea, & corruptis, integros ( quoad fieri potuir ) & perfectos, ac omnino instauraros nunc sese omnibus offerunt. Quam etiam ob causam re commonitum uolo, ut hanc meam lucubrationem neque cum exemplari græco Basileę dilaniato potius quàm impresso, neque cum alio quopiam conferas. multa enim ego uidi exemplaria maximis uarietatibus referta, ex quibus omnibus quicquid erat boni excerpsi, atque in id unum transtuli, quod etiam primns è græco in Latinum sermonem conuerti. In quo sanè uertendo quamuis nescius non essem Horatium dixisse, Nec nerbum uerbo curabis reddere fidus Interpres: nihil tamen addendum, neque diminuendum esse censui: sed ubique uerba græca, nerborumq́ue sensa, ac ueritatem latinè reddidi: neque eos imitatus sum, qui in uertendis libris non pauca de suo adijciunt, permulta prætermittunt, ant seriem Antorum, atque ordinem perturbantes commutant: Theodorum Gazam interpretum omnium Principem in primis propositum habui. multi nanque interpretati sunt, at ille solus mihi quidem nerus uidetur interpres. uarias siquidem multorum uidi conuersiones, quæ certè ab omnibus sunt deridendæ. nam alij ( ur iam dixi ) nescio cuius rei causa multa addunt, omittunt, atque permutant. Alij nerò pulcherrima Autorum, & lucidissima sensa, obscurissima, falsaq́; reddunt: aut quia græcum sermonem perfectè non callent: aut quia scientias, atque artes ignorant, de quibus Autores illi pertractant: aut demum quia quum Ciceroniana lingua scientiarum uocabula ( quod fieri non potest ) exprimere uoluerint, inextricabiles Labyrinthos ingressi, eos etiam secum unà pessum trahunt, qui eorum scripta legunt. Alij autem barbariem passim quandam adamantes, ita libros è græco sermone in latinum conuertunt, ut in quamlibet potius aliam linguam, quàm in latinam conuersi dici possint. hi nanque sententiam Quintiliani non obseruarunt dicentis, Græcos Autores transferentibus, uerbis uti optimis licet. Alij denique nec linguas, nec scientias possidentes, dum Pedagogorum more græcas dictiones latinis, & græcis characteribus conscribunt, egregiè halluci-

nantur. Valeant igitur candide Lector, ualeant procul omnes, qui Autores ipsos cōmaculant, atque euertunt. Silentio autem prætereundum non est te in hac mea Procli conuersione multa, & uaria, quæ obseruanda sunt inuenturum. Primò enim Autorem hunc latinum facere pro uirili conatus sum, non ubique Ciceronis duntaxat uerba, & formas dicendi sectando: sed Quintiliani etiam, & aliorum Latinæ autoritatis uirorum, qui de hisce, quæ hoc in uolumine continentur scientijs pertractarunt. Deinde uocabula scientiarum passim (ut fieri potuit) legitima, synceraque uertere uolui. Ambitus preterea orationis, siue circuitus perspicuitatis gratia quandoque immutaui, ac ea usus sum figura, quam ὕστερον πρότερον Græci uocant. Ambiguitates insuper euitaui, atque effugi tum geminatione uerborum, uel mollioribus loquutionibus, uel participiorum, græcarumq; dicendi formularum resolutionibus: tum etiam rectè scribendi scientia, ut legenti tibi notum erit. A quibusdam denique dictionibus necessitatis, latinæq; linguæ paupertatis causa non abstinui, quæ exempli gratia huiuscemodi sunt, Identitas, Simplicitas, Immaterialitas, Totalitas, Impartibilitas, & alia id genus: nec non à quibusdam Aduerbijs, ut, Vniformiter, Multiformiter, Impartibiliter, atque alijs: & à nonnullis proprijs scientiæ uocibus, ut, Symptoma, Quæsitum, Prædicatum, Subiectum, ac similibus: & à nominibus proprijs scientiarum, ut, Perspectiua, & Specularia, quę quidem nomina adeò diuulgata sunt, ut si aliter expressa fuerint, ab omnibus non facilè percipi possint: similiterque à quibusdam dictionibus græcis, quibus cùm antiquiores pleriq; græcè usi sint, nonnulli iuniores, quos sequutus sum, eas nuper latinè reddidere, uerbi causa, Obtusangulum, & Acutangulum, quod illi Amblygonium, Oxygoniumq; dixerunt, cùm tamen Rectangulum id appellarint, quod Græci ὀρθογώνιον uocant. Itidem Quinquangulum, & Sexangulum diximus quod Pentagonum, & Hexagonum dixere. si enim ὀρθογώνιον Rectangulum uertunt, quur ὀξυγώνιον, & ἀμβλυγώνιον Acutangulum, & Obtusangulum uertendum non est? Si τρίγωνον, & τετράγωνον Triangulum, & Quadrangulum, cur πεντάγωνον, & ἑξάγωνον Quinquangulum, & Sexangulum, similiterque Septangulum, Octangulum, Nonangulum, & Decangulum, licet ulterius non progrediamur? Vsi tamen nos quoq; sumus quibusdam græcis dictionibus propterea quòd si uertantur, proprios scientiæ limites excedunt, ut, Theorema, Problema, Dodecagonum, Dodecaëdrum, Octaëdrum, Icosaëdrum, Sphera, Cubus, Pyramis, Conus, Cylindrus, & huiusmodi alijs. Hæc omnia Lector beneuole in nostra conuersione non ab re obseruata comperies, unà cum multis alijs, quæ breuitatis gratia in præsentia silentio inuoluam. ex his enim, quæ diximus, ea quoque tibi cognita fient. Nunc igitur reliquum est ut te pro uiribus meis adhorter, ut Mathematicam uelis Philosophiam, quam Proclus noster elegantissimè tradit libenter ab eo suscipere, diligere, exercere, atque perdiscere: si Animam tuam, & temetipsum cognoscere cupis. Anima nanque nostra (ut docet sapientissimus Plato) mathematicam sortita est essentiam, unde sanè mathematica quoque à Proclo uocitatur, & non solùm communi nomine mathematica, uerum etiam arithmetica, harmonica, geometrica, atque sphærica. Quod quidem ridiculum mihi non uidetur, ut ijs, qui ignorant causam. Anima siquidem nostra omnes hasce præassumpsit disciplinas in sui essentiam, Arithmeticen quidem, iuxta multitudinem, essentialesq; in ipsa existentes Vnitates, & Numeros: Harmonicen uerò, iuxta horum Numerorum rationes, quas habent ad inuicem. quippe quum multitudinem, quæ in ipsa est Anima concinnam, compositamq; esse nemo sit, qui non uideat, & (ut in Timæo Plato diuinus ostendit) cunctæ in ea reperiantur harmonicę rationes, διατεσσάρων nempe, διαπέντε, διαπασῶν, quæque ex his compositæ sunt: Geometriam insuper iuxta unionem, suiq; integritatem, formam, & linearem essentiam. quatenus enim una, integra, Totumq; est, Continui ipsius est particeps: quatenus uerò Numerus, discretam sibi uendicauit naturam. Verùm ut continua, duas habet in se se rectitudines, quarum una quidem Circulum Idem efficientem, altera uerò Circulum quod alterum, diuersumque est propagantem gignit, qui porrò Circuli cùm haud per Angulos rectos se inuicem intersecent, Signiferi, Aequatorisque nobis imaginem afferunt. Aequator enim qui in cęlis est, Idem semper efficit: Signifer autem, Alterum, atque Diuersum. per quæ duo principia (Idem inquam, & Alterum) tota rerum natura in suo pulcherrimè custoditur ordine. Cùm ergo Animæ nostræ essentia Linearis, Circularisque sit, quinetiam Triangularis, atque Quadrangularis, ut Platonicis manifestum est, & (ut Peripatetico utar uerbo) tanquam Triangulum in Quadrangulo, nemini planè dubium, quòd Anima

Geometriam quoque in se se præassumpsit. Præterea cùm Circuli, qui in ipsa sunt & immobiles sint, & à se se moueantur, immobiles quidem iuxta essentiam (omne enim, quod à se mouetur, simul mouetur, & immobile est, quandoquidem mouere ad immobilem quodammodo pertinet uim) mobiles autem, iuxta uitalem actum, geminasq; circuitiones, non immeritò Sphæricam quoque ipsam præsumpsit. Quum itaque Anima nostra mathematica sit secundum omnes Mathematices partes, operæpretium esse existimo quemlibet, qui Animam suam, & se se desiderat cognoscere, eoq; præstare cæteris animantibus, in Mathematicis exerceri scientijs, sine quibus utique nunquam se se perfectè cognoscere poterit. Quapropter te (Lector Candidissime) iterum, atque iterum hortor ut hasce scias præ ceteris alijs complectaris: & si Mathematicus breui téporis curriculo cupis euadere, præsens Procli doctissimi, lucidissimiq; Volumen legas, atq; perlegas.

PRæter ea, quæ communiter de tota tralatione nostra diximus, pauca adhuc quædam potissimum animaduertenda sunt amice Lector. Primò quidem q ubicunque inter parua nostra Scholia signum hoc † reperies, uerba ipsum cõsequẽtia non inutiles uarietates afferunt, quas ex omnibus, quæ uidimus exemplaribus decerpsimus. Secundò uerò, quòd dum tertius liber imprimebatur duo postremò exemplaria ad manus nostras peruenerunt, in quibus nõnulla denuo in primo, secundoq; libro, qui iã impressi erant, uaria esse cõperimus. Quare inter initia libri ea imprimere fecimus, q hoc ordine subsequutur.

Pag. 25. Lin. 3. { Et materiam ipsarum inuincibilem complectitur, uiresq; &c.

Pag. 29. Lin. 22. { Geometriæ formas appellat, separari autem nos à sensilibus per huiuscemodi formas, excitariq; à sensu ad mentem concedit &c.

Pag. 76. Lin. 13. { Verò, Hebetudo, atque Acumen. hæc enim Magis, &c.

QVONIAM autem in libris imprimẽdis uel si Argus Lynceis oculis præditus maxima diligentia impressoribus præesset, fieri non posset, quin errores aliquot obrepãt: idcirco ea, quæ errata esse deprehendimus, excudenda duximus, ut à quouis sic corrigi possint.

| Errata | Sic corrigito | Pag. | Linea | |
|---|---|---|---|---|
| Respicicens | respiciens | 3 | 21 | |
| Anti. | autoritate | 16 | 25 | In scholijs |
| Memnone | Menone | 26 | 28 | & in scho. Lin. 11 & 13. |
| Decucurrit | decurrit | 32 | 14 | |
| Quæq; | quiq; | 37 | 22 | |
| Excucurrit | excurrit | 49 | 26 | |
| Manechmos | Menæchmos | 64 | 14 | |
| Dixt | dixit | 77 | 11 | |
| Cornicularí | Lunulari | 109 | 16 | |
| Cornicularis | Lunularis | | | |
| Cornicularis | Lunularis | 109 | 18 | |
| Ab re | non ab re | 134 | 17 | |
| Propter | præter | 135 | 2 | |
| Ad Basim | sub Basi | 147 | 27 | |
| Internus | externus | 176 | 10 | |
| Anguli | Trianguli | 180 | 35 | |
| Ipsi | Ipsis | 189 | 18 | |
| Igitur | autem | 199 | 25 | |
| Infiniti | Finiti | 206 | 23 | |
| Alterntim | Alternatim | 215 | 12 | |
| Puæostensa | Præostensa | 224 | 19 | in scholijs. |
| Problematis | Theorematis | 225 | 17 | |
| Deleas titulum, Tertia pars primi Elementorum. | | 233 | 21 | |
| Habebant | habeant | 241 | 30 | |
| | | 244 | 31 | |
| Summantur | sumantur | 250 | 32 | |
| Constitutio | & Constitutio | 265 | 7 | |
| Rectangulis | Rectilineis | 266 | 26 | |

Cæterùm si præter hæc fortasse aliquot alia diligentiam meam effugerint, tuum erit benigne Lector ea prudenter emendare. Si autem ea etiam, quæ (ut superius dictum est) in hac mea uersione obseruata esse mihi persuadeo, haud obseruata passim reperies, huic paruo peccato ignosces.

AT NE fortè existimes Lector prudentissime id opus à me in hac mea iuuenili ætate editum esse temere, hoc te nō lateat quòd cùm iam hos libros latinos fecissem annum penè totum ante emissionem consumere volui, vt nonnullos mihi, huicq; operi censores adhiberem. M. Antonium Passerum Patauinum in primis alterum ætatis nostrę Aristotelem. M. Antonium Muretum Gallum, Ioannem Fasceolum Patauinum, Vincentium Cardinum Florentinum, viros Latinæ, & Græcę linguæ peritissimos, cunctisq; scijs præditos: nec non Felicem Paciottum Vrbinatem maximę spei iuuenem, quum vtraque lingua per eruditum, tum in Philosophiæ studijs, & in Mathematicis apprime versatum. Cuius consilio, accerrimoq; iudicio me persæpe vsum esse nunquam inficiabor. Horum sanè clarissimorum virorum autoritate fretus, propter communem studiosorum vtilitatem malui non parum potius periculi subeundo, Autorem hunc iampridem expectatum in lucem emittere quàm sine vllo meo discrimine eum pati in tenebris vlterius permanere.

# CATALOGVS NOMINVM DEORVM

Virorum Illustrium, & Autorum, quorum hoc in volumine mentio facta est.

Deorum.

| | |
|---|---|
| AMor. | Mercurius. |
| Apollo. | Neptunus. |
| Bacchus. | Oracula. |
| Ceres. | Pluto. |
| Cœlius. | Rhea. |
| Diana. | Saturnus. |
| Iuno. | Venus. |
| Iuppiter. | Vesta. |
| Mars. | Vulcanus. |

Virorum Illustrium.

GElon Syracusius Rex.
Hieron Syracusius Rex.
Pericles Atheniẽsis Senator clariss.
Ptolemæus Aegyptiorum Rex.

Autorum.

AEneas Hieropalita.
Ameristus Stesichori poetæ frater.
Amphinomus.
Amyclas Heracleotes.
Anaxagoras Clazomenius.
Apollonius Pergeus.
Archimedes Syracusius.
Architas Tarentinus.
Aristoteles.
Asinçus Philosophus.
Autor Epinomidis.
Campanus.
Carpus Antiochenus.
Chrysippus.
Cicero.
Cratistus Platonicus.
Cyzicinus Atheniensis.
Democritus.
Dinostratus Menæchmi frater.
Epicurus, & sequaces.
Eratosthenes.
Euclides.
Eudemus.
Eudoxus Cnidius.
Eutocius Ascalonita.
Geminus.
Hermotimus Colophonius.
Heron.
Hesiodus.
Hippias Eleus.
Hippocrates Cous.
Hippocrates Chius.
Homerus.
Ioannes Grammaticus.
Interpres Hesiodi in Theogonia.
Leodamas Thasius.
Leon.
Marcus Antonius.
Marinus.
Menæchmus.
Menelaus.
Neoclides.
Nicomedes.
Oenopides.
Orpheus.
Pappus.
Perseus.
Philippus Mendæus.
Philo Academicus.
Philolaus.
Plato.
Plotinus.
Plutarchus.
Porphyrius.
Posidonius.

Ptolemæus Primus
Ptolemæus.
Pyrrhonij philosophi.
Pythagoras.
Quintilianus.
Simmias.
Simplicius.
Spartianus.
Speusippus.
Stoici.
Suidas.
Thales Milesius.
Theętetus Atheniensis.
Theodorus Cyrenęus.
Theodorus Mathematicus.
Theodorus Gaza.
Theudius Magnes.
Varro.
Victruuius.
Vitellio.
Xenocrates.
Zeno Sidonius.
Zenodorus.
Zenodorus Andronis discipulus.

ELENCHVS LIBRORVM, qui in eodem hoc volumine citati sunt.

Astrologica tractatio Carpi Mechanici.
Bacchæ Philolai.
Ciuilis, vel de Regno Platonis.
Commentaria Procli in Timęum Platonis.
Cōmentaria Procli in lib. de Rep. Platonis.
Commentaria Eutocii Ascalonitę in libros Conicorum Apollonii.
Commentaria Eutocii in Archimedem.
Cōmentaria Simplicii in lib. Physic. Aristo.
Cōmentaria Campani in Euclidis Elemēta.
Compendium Elementorum Aeneæ Hierapolitæ.
Critias Platonis.
Elemēta Geometrica, & Arithmetica Eucl.
Elementa Musicalia eiusdem.
Elementa Hippocratis Chii.
Elementa Leontis.
Elementa Hermotimi.
Elementa Theudii.
Epinomides falsò Platoni ascriptus.
Ἔργα, καὶ ἡμέραι Hesiodi.
Gorgias Platonis.
Liber Archimedis de Circuli dimensione.
Liber Archimedis Aequiponderantium.
Libri Archimedis de Sphęra, & Cylindro.
Liber Aristotelis de Lineis insecabilibus.
Liber Arist. de Diuinatione per somnum.
Liber Arist. de Sensu, & Sensili.
Libri Arist. Resolutorii.
Libri Metaphysicorum Arist. XIIII.
Libri Arist. Moralium Nicomachiorum.
Libri Arist. de Partibus animalium.
Libri Arist. Physicorum.
Libri Arist. de Anima.
Libri Arist. de Cęlo.
Liber Eudemi de Angulo.
Libri Geometricarū enarrationū Eudemi.
Liber Euclidis Mendaciorum, siue Fallaciarum.
Liber Euclidis de Diuisionibus.
Libri Corollariorum Euclidis.
Libri Platonis de Rep.
Libri Platonis de Legibus.
Liber Hippocratis Coi de Locis.
Liber Procli de motu.
Liber M. Varronis de lingua latina.
Liber Ptolemæi, cui titulus est, A minoribus quàm duo recti pductas coincidere.
Liber Apollonii de Cochlea.
Liber Apollonii Conicorum.
Liber Theorematum Eudoxi Cnidii.
Liber Hippocratis Chii de Quadratura Lunulæ.
Liber Io. Grammatici contra Proclum.
Libri Theurgiæ.
Libri Geometrici Amyclæ Heracleotæ.
Libri Geometrici Menæchmi.
Libri Geometrici Dinostrati.
Libri Geometricarum enarrationū Gemini
Libri Vitellionis.
Meno Platonis.
Miscellanea Porphyrii
Odyssea Homeri.
Opusculum Plutarchi de vitanda vsura.
Parmenides Platonis.
Perspectiua Euclidis.
Phędo Platonis.
Phædrus Platonis.
Philebus Platonis.
Quæstiones Philippi Mendæi.
Riuales Platonis.
Sophista Platonis.
Specularia Euclidis.
Symposium Platonis.
Theætetus Platonis.
Theologumena Arithmeticæ.
Theogonia Hesiodi.
Theologia Orphei.
Timæus Platonis.
Vita Periclis à Plutarcho tradita.

FINIS.

# PROCLI DIADOCHI LYCII COMMENTARIORVM

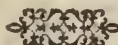
## IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM

### LIBER PRIMVS.

FRANCISCO BAROCIO

PATRITIO VENETO

INTERPRETE.



De Mathematicæ Eſſentiæ medietate

Cap. I.



ATHEMATICAM Eſſentiam neque ex primis eorum, quæ ſunt generibus, neque ex vltimis, á ſimpliciq́ue eſſentia ſeiunctis eſſe neceſſe eſt, ſed medium obtinere locum inter impartibiles, & ſimplices, & incompoſitas, & indiuiſibiles ſubſtãtias: & partibiles, atq; in multiplicibus compoſitionibus, varijſq́ue diuiſionibus terminatas. quod enim in rationibus, quæ in ipſa verſantur eodem ſemper modo ſe habet, & firmum eſt, neque confutari poteſt, formis, quæ in materia feruntur ipſam ſuperiorem eſſe declarat. progrediẽdi verò vis illa, quæ apprehendit, & quę rerum ſubiectarũ dimenſionibus pręterea vtitur, & quę ab alijs principijs alia pręparat, inferiorem ipſi dat ordinem, eo ordine, quẽ ſortita eſt impartibilis, & in ſe ipſa perfectè cõſtituta natura. Quapropter (vt arbitror) & Plato eorum, quę ſunt cognitiones primis, & medijs, & poſtremis ſubſtantijs diuidebat. & impartibilibus quidem intellectilem tribuebat, quæ collectim, & ſimplici quadam vi diuidit quæ mente percipiuntur, & cùm ſine materia ſit, & ſumma quadam puritate prædita, & quadam vnius formæ ratione ſe conijciat, resq́ue ipſas apprehendat, cæteris cognitionibus excellit: Partibilibus autem, poſtremamq́ue naturam ſortitis, & Senſilibus omnibus, opinionem, quę obſcuram veritatem nacta eſt: Medijs verò (cuiuſmodi ſanè Mathematices formæ ſunt) & impartibili natura inferioribus, partibiliq́ue ſuperioribus, cogitationem. hæc enim mente quidẽ, ſupremaq́ue ſcientia inferior eſt, opinione autem perfe-

Cõcluſio vniuerſalis.

Cõcluſionis pbatio

Platonis i Repu. & aliis i locis cognitionũ diuiſio.

A ctior,

ctior,& magis certa,atq; pura. nam progreditur quidem,mentisq́ue impartibilitatem explicat, & intelligentis apprehensionis quod conuolutum erat euoluit: colligit autem rursus quæ diuisa sunt, ad mentemq́ue refert. Quemadmodum igitur ipsę inter se distant cognitiones, ita sanè & quæ sub cognitionem cadunt, natura distincta sunt. & quę intelligi quidem possunt vnius formæ existentijs omnia superant. Sensilia verò, superantur penitus à primis essentijs. Mathematica autem,& omnino quæcunq; sub cogitationem cadunt, medium sortita sunt ordinem. cùm ea quidem, quæ intelliguntur diuisione vincant, sensilibus verò,cùm materiæ sint expertia præcellant: & ab illis quidem simplici quadam vi superentur, his autem certa quadam ratione pręstent: & apertiores quidem quàm sensilia intelligentis essentię notiones habeant,ipsius verò imagines sint, & partibiliter quidem impartibilia, multiformiter autem vniformia eorum, quæ sunt imitentur exempla: & vt paucis rem complectar, in vestibulis quidem primarum formarum sint collocata, illarumq́ue in vnum coactam, & impartibilem, & fœcundam existentiam patefaciant, nondum verò partitionem,& compositionem rationum, conuenientemq́ue imaginibus substantiam superent, nec varias, & †cogitandi vim habentes animæ notiones transcurrant, & ipsis simplicibus, & ab omni materia expurgatis cognitionibus cohęreant. Medietas itaq; Mathematicorum generum,ac formarum, in pręsentia huiuscemodi esse intelligatur. Medium vtiq; complens inter impartibiles prorsus essentias,& eas, quæ circa materiam partibiles fiunt.

*[Margin: Eorũ, quę sub cognitioné cadunt diuisio. — † progrediédi. — Epilogus.]*

## Communia eorum,quæ sunt, Mathematicęq́ue Essentię principia,Finis,& Infinitum. Cap. II.

PRincipia autem totius Mathematicę Essentię considerantes,ad ipsa regredimur principia,quę per ea omnia,quę sunt permeant,& omnia à seipsis gignunt,Finem inquam,& Infinitum. ex his nanq; duobus primis post illam Vnius causam, quę neq; explicari, neq; omnino comprehendi potest, cum alia omnia,tũ Mathematicarum disciplinarum natura constituta est. illis quidem collectim omnia,& separatim producentibus: his verò conuenienti in mensura progredientibus, ac decenti ordine progressum recipientibus, & alijs quidem primis,alijs verò medijs,alijs autem postremis subsistentibus. nam intellectilia quidẽ genera sua quadã simplici vi primũ Fine,Infinito'q; participãt. quippe quę propter quidẽ vnionẽ,& idẽtitatẽ,firmã'q;,ac stabilem

*[Margin: De hisce duob' rerũ principiis,& Vni' causa vide Platoné i Philebo. — Q̃uo intellectilia genera his princpijs participét]*

bilem existētiam, Fine perficiuntur: propter verò diuisionem in multitudinem, & copiam gignendi vim habentem, diuinamq́ue diuersitatem, ac progressum, Infinitatem nāciscuntur. Mathematica autem, ex Fine quidem, & Infinitate orta sunt, non tamen ex primis tantùm, nec ex intellectilibus, occultisq́ue principijs: verùm etiā ex ijs, quę ab illis ad secundum ordinem progressa sunt, mediosq́ue eorum, quæ sunt ornatus, & varietatem, quæ in ipsis reperitur inuicem producere sufficiunt. Vnde sanè in his quoq; rationes in infinitum quidem progrediuntur, cohibētur verò ab ea, quę Finis est causa. Numerus enim ab Vnitate exorsus incessabilem recipit accretionem, semper autem qui acceptus est, finitus est. Magnitudinum quoq; diuisio in infinitum abit, omnia tamen quæ diuiduntur terminata sunt, totius'q; particulæ actu finitæ existunt. Atq; adeò Infinitudine quidem non existente, omnes Magnitudines commēsurabiles essent, nullaq́ue reperiretur, quę aut verbis explicari, aut ratione comprehendi non posset (quibus sanè ea, quę in Geometria tractantur, ab ijs, quę in Arithmetica differre videntur) & Numeri vberem Vnitatis vim ostendere minimè possent, neq; omnes eorum, quę sunt rationes in seipsis cōplecterentur, Multiplices videlicet, vel Superparticulares. omnis enim Numerus īmutat rationem, in vnitatē, & † eam quę ante ipsā rationē facta est respiciens, diligenterq́ue exquirens. Fine verò ablato, commensurabilitas, communicatioq́ue rationum, & formarum vna, eademq́ue semper essentia, & æqualitas, & quęcunq; ad meliorem coordinationem spectant, nunquam in Mathematicis præceptionibus apparerent: neque vllæ horum essent scientiæ: nec firmæ, ac certæ comprehensiones. Quemadmodum igitur omnibus alijs eorum, quæ sunt generibus, ita etiam Mathematicis, ambobus hisce principijs opus est. Postrema verò, quęq́ue in materia feruntur, ab ipsa'q; natura conformantur, omnino ex sui natura ambobus frui manifestè videntur. Infinito quidem quò ad subiectām sibi formarum sedē: Fine verò, quò ad rationes, & figuras, & formas. Verùm quòd eadem Mathematicarum quoq; Essentiarum præexistunt principia, quę & eorum omnium, quæ sunt, manifestum est.

[Margin: Qúo Mathematica gńa ex his orta sint principiis.]

[Margin: Arguit secūdo hypotheticorū modo quòd Finis, & Infinitū Mathematicarū Essētiarū principia sint.]

[Margin: † eum qui āte ipsum est respiciens,]

[Margin: Qúo Materialia genera his duob' pricipiis fruantur.]

[Margin: Epilogus.]

## Quęnam sint communia Mathematicarum Essentiarum Theoremata. Cap. III.

QVemadmodum autem communia ipsarum principia, & per omnia Mathematica genera permeantia contemplati sumus, eodē sanè

modo cōmunia quoq; ipsarum Theoremata, & simplicia, & ab vna scientia orta, quæ cunctas simul Mathematicas cognitiones in vnum continet, considerabimus. & quomodo omnibus congruant, possintquе tum in Numeris, tum in Magnitudinibus, tum in Motibus inspici, perscrutabimur. Huiuscemodi autem sunt, omnia Proportionum, & Compositionum, & Diuisionum, & Cōuersionum, & alternarum Immutationum: itemque Rationum omnium, vt Multiplicium, & Superparticularium, & Superpartientium, hisque oppositorum: & prorsus quæ circa Aequale, & Inæquale vniuerse, & communiter considerantur, non quatenus in Figuris, vel Numeris, vel Motibus sunt, sed quatenus per se vnumquodq; horum naturam quādam habet cōmunem, suique simpliciorem præbet cognitionem. Atqui pulchritudo quoq;, & ordo omnibus communia sunt Mathematicis disciplinis, & à notioribus ad ea, quæ quæruntur via, & ab his ad ea transitus, quæ sanè Resolutiones & Compositiones appellantur. Similitudo preterea, atq; dissimilitudo rationum nequaquam à Mathematicis generibus absunt. Figuras enim alias quidē similes, alias verò dissimiles dicimus: eodemque modo Numeros alios quidem similes, alios verò dissimiles. Præterea quæcunq; iuxta potentias apparent, cunctis similiter conueniunt Mathematicis, tum eorum, quæ possunt, tum etiam eorū, quę potentijs illis subijciuntur. Quę sanè & Socrates in libris de Republica Musis ardua, sublimiaque loquentibus dicauit. quippe qui cōmunia cūctis Mathematicis rationibus, in limitibus terminatis fuit amplexus, in dictisque Numeris obfirmauit, in quibus sanè mensurę quoq; vbertatis, huicque contrarię sterilitatis apparent.

Diuina scientia.

Cōmunes Mathematicę considerationes.

Socrates 8. de Rep. idē inferi cap. 8. & i com. 13. libri 2.

## Communia hęc quomodo subsistant, & à qua considerentur scientia. Cap. IIII.

OPortet autem cōmunia hæc non vtiq; in multis, & diuisis formis primò subsistere arbitrari, neq; postremò, & ex multis ortum habere: verùm, vt precedentia ipsas, simplicitateque, & certa quadam ratione excellētia ponere. iccirco enim cognitio quoq; ipsorum multas antecedit cognitiones, ipsisque principia suggerit, & eę multę circa ipsam subsistunt, ad ipsamque referuntur. dicat enim Geometra quòd quatuor Magnitudinibus proportionalibus existētibus, alternatim quoque proportionales erunt, demonstretque hoc proprijs principijs, quibus Arithmeticus nunquam vteretur. dicat similiter Arithmeticus quòd quatuor Numeris proportionalibus existentibus, alterna-

Cōclusio.

Cōclusionis probatio.

tim quoque proportionales erunt. hocq́ue ex proprijs ſcientiæ ſuæ oſtendat principijs. quis nam eſt ille, qui alternam Rationem per ſe cognoſcit, ſiue in Magnitudinibus illa ſit, ſiue in Numeris? compoſitarumq́ue Magnitudinum, vel Numerorum diuiſionem, & diuiſarum ſimiliter compoſitionem? non ſunt certè partibilium quidem ſcientiæ, & cognitiones. eorum autem, quæ ſine materia ſunt, & quæ propius intelligentē contemplationem ſunt conſtituta, nullam habemus ſcientiam, ſed multò prius illorum cognitio ſcientia eſt, & ab illa ſcientiæ multę communes ſuſcipiunt rationes. & ad tantas vſque cognitiones fit aſcenſus à magis particularibus, ad magis vniuerſales, quouſque ad ipſam eius, quod eſt, quatenus eſt reuertamur ſcientiam. ipſa enim non quæ Numeris per ſe inſunt, neque adeò quæ omnibus communia ſunt quantitatibus contemplari æquum ſibi cenſet: ſed cunctorum, quę ſunt vnam, & firmam eſſentiam, atque exiſtentiam contemplatur. Et proinde omnium eſt ſcientiarum capacisſima, & ab illa cęteræ ſibi omnes ſua aſſumunt principia. ſemper nanque ſuperiores inferioribus primas Demonſtrationum ſuppoſitiones præbent. illa autem, quę ſcientiarum omnium perfectisſima eſt, omnibus ex ſe principia largitur, alijs quidem magis vniuerſalia, alijs verò particularia magis. Ideo & in Thęteto Socrates iocoſa ſerijs cōmiſcens, Columbis quidem ſcientias, quę in nobis ſunt, comparat: volare autem ipſas inquit, alias quidem gregatim, alias verò, ſeorſum quoque ab alijs. nam quæ quidem magis cōmunes, magisq́ue capaces ſunt, multas intra ſe magis particulares comprehendunt: quæ verò in formas diſtributa ea, quæ cognitioni ſubijciuntur attingunt, inter ſe diſtant, nulloq́ue modo inuicem copulari queunt, quandoquidē à differentibus ſint excitatæ primis principijs. Vna igitur ſcientia omnes ſcientias, & doctrinas præcedat, quippe quæ cōmunia, & per omnia genera permeātia cognoſcat, cūctiſq́ue Mathematicis ſcientijs principia ſuppeditet. Et hucuſq; de ipſa doctrina noſtra terminetur.

Cōmunia hęc neq; à narali Sciētia, neq; à Mathematica cognoſcuntur, ſed à Diuina.

Diuina Sciētia oīum Scientiarū capacisſima, quam Ari. dominā Sciētiarū vocat i prio poſt. tex. 23.

Socrates in Theæteto.

Epilogus.

Pria Philoſophia, quā Plato Dialecticā vocat ī ſeptimo de Rep.

## Quod ſit inſtrumentum iudicans Mathematicas. Cap. V.

POſthęc autem quod nam ſit inſtrumentum aptum ad iudicandum res Mathematicas conſiderabimus, & conſtituemus in huius rei explicatione ducem Platonem, qui in libris de Repub. ſeorſum quidem quæ ſub cognitionem cadunt, ſeorſum verò cognitiones diuidit. & ijs, quæ ſub cognitionem cadunt coniugatim cognitiones diſtribuit.

Diuiſio Platonis i ſeptimo d' Rep. & aliis i locis.

buit. nam eorum, quę sunt, alia quidem intellectilia, alia verò sensilia ponens. rursus autem intellectilium alia iterum intellectilia, alia cogitationi subiecta. & sensilium alia quidem sensilia, alia verò coniecturalia, intellectilibus quidem (quę sanè prima sunt quatuor generum) cognitionem assignat intelligẽtiam: ijs autem, quę cogitationi subiecta sunt, cogitationem: sensilibus verò, fidem: cõiecturalibus autem, coniectandi vim. & eandem rationẽ coniectandi vim ad sensum habere ostendit, quam habet cogitatio ad intelligentiam. vis enim coniectandi sensilium spectra cognoscit, dum in aquis, & alijs corporibus perspicuè imaginem referentibus inspiciuntur. quippe quę postremã quodãmodo in aquis sortita sunt sedem, & simulacrorum verè facta sunt simulacra. similiter cogitatio intellectilium imagines inspicit, quę à primis, & simplicibus, & impartibilibus formis in multitudinẽ, diuisionem'q; sunt delapsę. Quapropter huiusce quidem cognitio ab alijs antiquioribus dependet suppositionibus: intelligentia verò ad ipsum non suppositum principium peruenit. Si igitur Mathematicæ res neq; impartibilem, ab omniq́ue diuisione, ac varietate separatam substantiam sortitæ sunt, neq; eam, quę sensu deprehenditur, & multis mutationibus obnoxiam, & quacunq; ratione diuisibilem, cuilibet manifestum est, quòd iuxta suam essentiam cogitationi quidẽ subiectę sunt: cogitatio autem veluti instrumentum aptum ad iudicãdum ipsis pręest, sicut sensilibus sensus, & coniecturalibus coniectandi vis. Vnde sanè & Socrates obscuriorem quidem harũ cognitionem prima scientia determinat, euidentiorem verò eo appulsu, qui in opinione positus est. nam id quidem vltra intelligentiam obtinent, vt quod euolutum est, & progrediendi vim habet contẽplentur: ea verò, quæ in ipsis reperitur rationum stabilitate, quę etiam confutari non potest, opinionem superant. & quòd quidem ex suppositione ortum trahãt, id sortitę sunt, iuxta primę scientię diminutionẽ: quòd verò in ijs formis constitutę sint, quę sine materia existũt, iuxta perfectiorem sensilium cognitionem. Instrumentum itaq; aptum ad iudicandum cunctas res Mathematicas tale, nempe cogitationem ex sententia Platonis, statuimus. quippe quę opinione quidem seipsam superiorem statuit, ab intelligentia verò superatur.

Cognitio nũ ꝓportio secũdũ Platonẽ.

Mathematicę res cogitationi subiectæ sũt, & Cogitatio est instrumẽtũ iudicãs ipsas.

Socrates i septimo de Rep.

Idẽ superius cap. primo.

Epilogus.

## Quæ nam sit Mathematicorum generum, ac formarum essentia, & quomodo subsistat Cap. VI.

Questio. SEquitur autem, vt consideremus quæ nam dicenda sit Mathematicarum

ticarum formarum, generumqúe essentia, & vtrùm à sensilibus ipsam manare, in rerumqúe natura subsistere sit admittendum, siue per abstractionem (vt dici solet) siue per collectionem particularium in cõmunem vnam rationem: an & ante hęc ipsam subsistere fatendũ, vt asserit Plato, omniumqúe rerum progressus ostendit. Primùm itaque si à sensilibus Mathematicas formas oriri, subsistereqúe dicimus, anima quidem nostra à Triangulis, vel Circulis in materia insidentibus, Circularem, vel Triangularem formam postremò in seipsa formãte, vnde accurata illa vis, & certitudo illa, quæ coargui conuinciqúe minimè potest, rationibus inest Mathematicis? hæc enim aut à sensilibus, aut ab anima eruantur necesse est. Atqui à sensilibus hæc educi est imposibile. multò enim maior certitudo illis concedenda esset. Ab ipsa igitur anima educentur, quæ imperfectis quidem perfectionem, ijs autem, quæ certa non sunt quod certũ sit adhibet. vbi nanque in eis, quæ sub sensum cadunt impartibile, vel latitudinis expers, aut crasitudinis percipi potuerit? vbi porrò ex Circuli Centro exeuntium Linearum ęqualitas? vbi semper stabiles Laterũ rationes? vbi Angulorum rectitudines? non equidem video. siquidem omnia, quæ sub sensum cadunt inuicem cõmista sunt, nullum qúe in his syncerum reperitur, quod à contrario purum sit, sed cuncta partibilia, & dimensionum plena, & motui obnoxia existunt. Quo nã modo igitur immobilibus rationibus ex ijs, quę mouentur, & alio, atque alio tempore aliter se habent ipsam immutabilem, firmam qúe attribuemus essentiã? quidquid enim ab ijs, quæ mouentur ortum ducit essentijs, mutabilem ex ipsis habere existentiam nemo est, qui non fateatur. Quo nam demum pacto certis, & quę minimè coargui possunt formis, à non certis certitudinem adijciemus? quicquid enim ĩmobilis cognitionis est causa, magis illud tale est. Confessum igitur, ac receptum sit animam formarum, rationumqúe Mathematicarum esse genitricẽ. Verùm si quidem habens exempla secundum essentiam, constituit eas, & sunt huiuscemodi ortus quędam earum, quæ in ipsa præexistebant formarum emisiones, & Platoni astibulabimur hæc dicentes, & vera nobis Mathematicarum disciplinarum essentia erit inuenta: si verò non habens, neque cũ rationes præoccuparit, tantum subtexit ornatum materiæ expertem, tantamquúe gignit contemplationem, quomodo quæ genita sunt diiudicare potest, sint'ne vitalia, an subuentanea, & simulacra pro veris? quibus autem regulis vtens veritatem, quę in his est metitur? quo demum pacto essentiam ipsorum non habens, tantam rationum producit

Prima opinio, q̃ est Aristotelis.

Secunda opinio, q̃ est Platonis.

Primæ opinionis cõfutatio. Argumẽtum.

Certitudo Mathematica ab anima ipsa emanat.

Cõclusio argumẽti. Alia quæstio.

Prima opinio, quę est Platonis.

Secunda opinio, q̃ est Arist. eiusq; cõfutatio. Primũ argumentũ.

ducit varietatem? Vagam quippe,& incertam ita horum faciemus
Cõclusio primi argumenti. substantiam,quæque ad nullum terminum referatur. Si igitur anima Mathematicas gignit formas,neq; à sensilibus rationes habet,quibus eas constituit,ab illis tamen ipsas producit, ipsius vtique animæ partus,ac fœtus, permanentes, ęternasque patefaciunt formas. Secundò,
Secũdum argumen. si inferius,& a sensilibus Mathematicas colligimus rationes,quo nam modo necesse non fuerit potiores eas perhibere demõstrationes,quęcunque à sensilibus constituuntur,& non eas,quæ à magis vniuersalibus,simplicioribusque formis? causas enim vbique demonstrationibus esse proprias ad eius,quod quæritur venationẽ dicimus. Si igitur particularia,& sensilia,vniuersalium,& sub cogitationem cadentium causæ sunt, quid causæ est quòd demonstrationis definitio ad magis vniuersalia vice particularium referatur? & eorum,quæ cogitationi subijciuntur essentia,potius quàm sensiliũ essentia cognatior demonstrationibus,magisque affinis ostendatur? nam neque siquis ( vt dici solet) demonstrarit Aequicrus duobus Rectis ęquales habere Angulos,& Aequilaterum,& Scalenum, is quodãmodo scit: sed qui omne Triangulum,& simpliciter demonstrauit, per se scientiam habet. Et rursus quod vniuersale est,melius est ad demonstrationem, quàm particulare.itemque demõstrationes ex magis vniuersalibus cõstant, atque conflantur. ex quibus autem sunt demonstrationes, ea priora sunt, & singularibus natura præcellunt, suntque causæ eorum, quæ
Cõclusio secũdi argumenti. demonstrantur. Multum igitur abest,vt quæ demonstrandi vim habent scientiæ posterius genita, obscurioraque sensilia respiciant, atque scrutentur,non autem ea contemplentur,quę à cogitatione comprehenduntur,quæque perfectiora sunt ijs,quæ à sensu, opinioneque
Tertiũ argumentũ. cognoscuntur. Tertiò autem adhuc dicimus quòd animam quoque materia ignobiliorem faciunt qui hæc aiunt. nam si materia quidem essentialia,quęque magis esse dicuntur,manifestioraque à natura accipit: anima verò secundo loco ab illis & simulachra, & imagines posterius eductas in se se informat in essentiam minus honoratam, auferens à materia, quæ suaptè natura ab ipsa separari non possunt, quomodo animã imbecilliorem,inferioremque materia non ostendunt? tum enim materia rationum materialium, tum anima formarum est locus. sed primarum altera, altera secundarum. & illa quidem earum, quæ præcipuè sunt: hæc verò earum, quæ ab illis oriuntur. necnon illa quidem earum,quę secundum essentiam,hęc verò earum, quæ secundum excogitationẽ factæ sunt. Quonã pacto igitur anima, quæ mentis,intelligentisque essentiæ primò est particeps,& hinc cognitione,

gnitione, totaqúe vita repletur, obscuriores recipit formas ĳs, quæ ab vltima eorũ, quæ sunt, & quò ad Esse omnium imperfectissima recipiuntur sede? Verũ enimuero huic quidẽ occurrere opinioni, quę sępe à plerisq; exagitata, ac conuicta fuit, superuacaneum fuerit.

Cõclusio trimẽbris ex ĳs, quę dicta sũt.

Quòd si neq; per abstractionem materialium Mathematicę formæ sunt, neque per collectionem eorum, quæ in singulis sunt cõmunium, neque prorsus posterius genitę, & à sensilibus: necesse est vtiq; animam aut à se, aut à mente, aut & à se & à mente ipsas accipere.

Primum mẽbrum. Scũdum. Tertium.

At si quidem à se duntaxat, quo nam modo hæ intellectilium erunt formarum imagines? quomodo inter impartibilem, partibileq́ue naturam fuerint medię, nullam à primis quò ad Esse perfectionem sortitę? quomodo demum ea, quæ in mente sunt, primaria omnium sunt rerum exempla?

primi mẽbri cõfutatio. Primum Secundũ. Tertium argumẽ.

Si verò ab illa tantùm, quo pacto vis illa exercendi sui, ac mouendi sui, quæ in anima est permanere poterit? siquidem quæ in ipsa sunt rationes iuxta eorum, quæ ab alio mouentur substantiam aliunde in ipsam fluxere? præterea in quonam anima ab ipsa differet materia, quæ potentia solùm est omnia, nullamq́ue prorsus formarum materialium gignit?

Secundi mẽbri cõfutatio. Primũ ar. Secũdum.

Reliquum est igitur animam & à se, & à mente hasce producere, ipsamq́ue formarum plenitudinem esse, quæ ab intelligentibus quidem exemplis oriuntur, ex sese autem ad Esse transitum sortiuntur.

Tertii mẽbri cõfirmatio. Cõclusio.

Non est igitur tabella, rationibusq́ue vacua ipsa anima, imò semper scripta, seseq́ue suapte natura describens, cùm à mente quoq; describatur.

Digresfio cõtra Ari.

nam anima etiam ipsa, mens est iuxta mentem ipsa priorem seipsam conuoluens, imagoq́ue illius, & adumbratio extrinsecus facta. Si igitur illa cuncta intelligendo cognoscit, anima quoq; cuncta animando, & si illa per exempla, & anima per imagines: & si illa contrahendo, anima distinguendo.

Cognitio animę differt à cognitione mentis.

Quod nimirum Plato quoque sciens, animam ex omnibus Mathematicis constituit formis, eamq́ue diuidit per numeros, & connectit proportionibus, harmonicisq́ue rationibus, & primaria Figurarum principia in ipsa defigit, Rectum inquam, & Circulare, & Circulos in ipsa existentes ciet intelligẽter.

Plato ĩ Timęo animã ex omni⁹ Mathematicis formis cõstituit.

Cunctę igitur res Mathematicę primùm in ipsa sunt anima, & ante Numeros, Numeri, qui per se mouentur: & ante apparentes Figuras, Figurę † animales: & ante ea, quę cõcinnata sunt, harmonicę Rationes: & ante corpora, quę circulariter mouentur, inuisibiles Circuli producti sunt. horumq́ue omnium vbertas ipsa est anima, & iste ornatus alius est, qui se ipsum producit, & à proprio producitur principio, & vita seipsum explet, ab opificeq́ue sine corpore, ac sine dimensione expletur. & quando suas promit ra-

† vitales

tiones, tunc omnes patefacit scientias, atque virtutes. His itaque formis anima suam induit essentiam, nec est Numerus in ipsa Unitatum multitudo existimandus, neque eorum, quæ cum dimẽsione sunt idea corporaliter intelligenda, sed vitaliter, & intelligenter omnia apparentium Numerorum, & Figurarum, & Rationum, & Motuum exempla supponenda sunt, Timæum sequendo, qui omnẽ ipsius ortum, atq; creationem ex formis compleuit Mathematicis, omniũque causas in ipsa collocauit. nam omnium quidem Numerorum linearium, & planorum, & solidorum septem termini principia comprehenderunt. Rationum verò omnium septem rationes, secundũ † essentiam in ipsa præextiterunt. Figurarum autem principia, secundum opificam vim in ipsa collocata sunt. Motuum deniq; primus, qui cæteros alios comprehendit, & mouet, vnà cum ipsa subsistit. omnium enim eorum, quæ mouentur Circulus, motusque circularis principium est. Essentiales igitur, & per se mobiles Mathematicarũ rerum sunt rationes, animas complentes, quas vtique rationes promouens, prouoluensque cogitatio, omnem Mathematicarum scientiarum varietatem constituit. nec vnquam quiescet gignens quidem semper, aliaque post alia inueniens, suas autẽ indiuiduas rationes explicans. cuncta siquidem primiariè præoccupauit, & secundum infinitam sui vim ex præassumptis principiis varia producit, proponitque Theoremata.

Quõ Mathematicę res in anima intelligẽdę sint. — Timæus. — Pulchrũ. — † causam. — Epilogus.

## Quod opus, & quæ vires Mathematicæ Scientiæ sint, & quousq; suis actionibus se extendant Cap. VII.

VErùm post Mathematicarum formarum essentiam, ad vnam ipsarum scientiam recurremus, quã ante multas alias esse ostendimus, & inspiciemus quodnam ipsius sit opus, quæue ipsius vires, & quousq; suis actionibus progrediantur. Opus igitur totius Mathematicę scientię cogitandi vim habens (vt antea diximus) ponendũ est. neq; sanè eiusmodi, cuiusmodi intelligens, quod in seipso firmiter situm, & perfectũ est, & seipso contentum, & in seipsum vergens: nec cuiusmodi illud est, quod opinioni, atq; sensui ascribitur, hę siquidẽ cognitiones externis rebus incumbunt, & in illis agunt, & causas eorũ, quæ ab ipsis cognoscuntur nõ habent. At Mathematica extrinsecus à recordatione quidem sumit initium, in intimas verò desinit rationes, & excitatur quidẽ à posterioribus, peruenit autẽ in præcipuam formarũ essentiam. nec ĩmobilis quidẽ eius est actio, sicut intelligens, nec motu locali

Superi' in cap. 4. — Opus Mathematicę scientiæ. — Medietas Mathematicæ sciæ.

tu locali, neq; alterante, quēadmodum sensus, sed vitali conuoluitur, & incorporeum rationum percurrit ornatū, interdum quidem à principijs ad ea, quæ principijs ipsis perficiuntur progrediens, interdū verò retrorsum cedens: & interdum quidem ab ijs, quæ præcognoscūtur ad ea, quæ quæruntur, interdū verò ab ijs, quæ in quæstione posita sunt ad ea, quæ cognitione præcedunt. Prętérea non vtpotè ex sese perfecta omnem superat inquisitionem, quēadmodum mens, neq; ab alijs, vt sensus, perficitur, sed quærendo ad inuentionem procedit, & ab imperfecto ad perfectionem ascēdit. Duplices autem habet vires, vnas quidem in multitudinem principia deducentes, diuersasque cōtēplationis semitas gignentes: alteras verò multos transitus proprias in suppositiones colligendi vim habentes. cùm enim principia tum Vnum, & Multitudinem, tum Finem, & Infinitum sibi proposuerit, & ea, quę ipsi quò ad comprehēsionem subijciuntur mediū inter impartibiles formas, omnifariamque partibiles sortita sint ordinem, iurè sanè (vt arbitror) cognoscēdi quoq; vires totius ipsorum scientię duplices esse innatę sunt. & vnę quidē ad vniēdū nobis properant, multitudinemque cōtrahunt: alterę verò simplicia in varia, & magis vniuersalia in magis particularia, & rationes in principio digestas in secūda, à principijsque multifariè multiplicata distinguendi vim habent. Altius enim incohans ad ea vsq; permeat, quę rerū sensiliū absolutiones sunt, naturęque iungitur, & multa vnà cū naturali scientia demōstrat. quemadmodū porrò ab inferioribus ascendens ad intelligētem quodāmodo proximè accedit cognitionem, primarumque rerū contēplationem attingit. Vnde sanè & in profluentibus à se se limitibus totā Mechanicā, & Perspectiuam, & Speculariā produxit consideratione, aliasque multas scientias, quę sensilibus implexę sunt, per easque operantur. & in ascensibus impartibiles, & materię expertes intelligentias nanciscitur: & cū ipsis partibiles apprehensiones, & eas, quę in progressibus feruntur cognitiones, suaque genera, & formas perficit, illisq; assimilat essētijs: necnō de Dijs ipsis veritatē, & de ijs, quę sunt cōtēplationē ī proprijs īdicat tractatiōibus. Atq; hęc de his dicta sint.

Vię, quib⁹ pcedit sciētia Mathematica

Duplices Mathematicæ sciētiæ vires.

Principia Mathematicæ sciæ tū vnū & Multitudo, tū Finis, & Infinitum.

Progressus sciētię Mathematicæ atq; regress⁹.

Extremæ cōsiderationes Mathematicę sciētię.

Epilog⁹.

## De vtilitate Mathematicæ scientiæ Cap. VIII.

POstea verò scientiæ huius vtilitatem confestim perspiciamus, quæ à maximè præcipuis cognitionibus vsque ad vltimas pertendit. Timæus itaque erudiendi viam Mathematicarum disciplinarum appellat cognitionem, quoniam sanè eam habet rationem ad vniuer-

Qua de causa Timę⁹ Mathematicam cognitionē erudiendi viam appellarit.

forum scientiam, primamque Philosophiam, quam eruditio ad virtutem. nam haec quidem animam nostram probis ad vitam perfectam concinnat moribus, illa verò cogitationem nostram, animęque oculum ad eam, quæ hinc fit † euectionem præparat. Ideo & in Republica Socrates rectè dixit. oculus enim animæ, qui ab alijs studijs excæcatur, defoditurque, à Mathematicis tantùm disciplinis recreari, excitarique rursus innatus est ad eius, quod est contemplationem, & à simulacris ad ea, quæ vera sunt, & ab obscuro lumine ad id, quod intelligendi vim habet lumen transferri, & prorsus à specu, & vinculis generationis autoribus in hoc existentibus, materialibusque retinaculis ad incorpoream, impartibilemque exurgere essentiam. nam pulchritudo, & ordo Mathematicarum rationũ, firmitudoque, ac stabilitas contemplationis nos ipsis coniungit intellectilibus, perfecteque in ipsis obfirmat, perpetuò quidem manentibus, & semper diuina pulchritudine collucentibus, semperque mutuum ordinem seruantibus. In Phædro autẽ Socrates tres, qui euehuntur nobis tradit, quippe qui primam quoque ipsi vitam complent, Philosophum nempè, Amatorium, & Musicum. Verùm Amatorio quidem euectionis initium, & via hinc est ab apparente pulchritudine, excitationibus medijs formis pulchritudinum vtenti. Musico verò, qui tertiam sortitus est sedem, ab ijs, quæ in sensibus sunt harmonijs, ad inuisibiles harmonias, & rationes in his existentes est transitus. & alteri quidem visus, alteri verò auditus reminiscentiæ instrumentum est. Ei autem, qui natura est Philosophus, vnde tandem, & per quæ intelligentis cognitionis † reminiscentia est, & ad id, quod verè est, veritatemque ipsam excitatio? nam hoc quoque propter imperfectionem proprij principij opus est. naturalis enim virtus, & oculum imperfectum, & morem sortita est. Excitatus est igitur à seipso, & eo, quod est gaudet is, qui natura talis est. Exhibendæ autem ipsi, inquit Plotinus, sunt Mathematicę disciplinę, vt cum natura assuescat incorporea, eumque his tanquam figuris vtentem, ad Dialecticas rationes, prorsusque ad omnium eorum, quę sunt considerationem ducere oportet. Cęterùm ꝙ ad Philosophiam Mathematica pręcipuam affert vtilitatem, ex his perspicuũ est. Opus est autem vt de singulis quoque mentionem faciamus, & quòd Theologiæ quidem intelligentes appręhensiones pręparat. quęcunque enim imperfectis scrutatu difficilia, arduaque ad veram Deorum cognitionem videntur, hæc Mathematices rationes credibilia, & manifesta, & certa per imagines ostendunt. nam superessentialium quidem proprietatum significantias

† Circum actionē. Quid dicat Socrates vide in septimo de Repu. Despectu Platonis vide Procli in septimo de Rep. Socrates in Phędr. † Præludium. Plotinus. Dialecticas .i. Metaphysicas. Vtilitas, quā affert Mathematica ad Philosophiam. Ad Theologiam.

gnifi-

gnificationes in Numeris indicant, intelligentium autem Figurarum vires in ijs, quæ sub cogitationem cadunt Figuris patefaciunt. Propterea sanè Plato quoque multas, admirabilesque de Deis sententias per Mathematicas formas nos edocet, Pythagoreorumque Philosophia his vtens velaminibus sacram diuinarum sententiarum tegit disciplinam. talis enim est & vniuersus sacer, diuinus'que sermo, & Philolai in Bacchis, totus'que modus enarrationis Pythagoræ de Deis. Ad naturalem autē contemplationem maximè confert, quippe quũ rationũ ordinem, quo Vniuersum fabricatũ est patefecerit, & proportionem, quæ cũcta ea, quæ in mũdo sunt colligauit, vt inquit Timæus, nec non amica fecerit quæ sibi inuicē oppugnant, & conuenientia, cōsentientiaque ea, quæ inter se discrepant, simplicia insuper, primaria'que elementa conmensurabilitate vndequaque, & æqualitate comprehensa ostēderit; per quæ totum quoque cælum confectũ est, quippe quod Figuras conuenientes in suis portionibus suscepit, item'que proprios vnicuique eorum, quæ fiunt Numeros, eorumque reuolutionibus, ac reintegrationibus inuenerit, quibus optimos singulorum ortus, contrariosque interitus possumus ratiocinari. hæc enim (arbitror) Timæus etiam vbique ostendens, de omnium natura contemplationē Mathematicis nominibus patefacit, elementorũque ortus Numeris, atque Figuris exornat, & vires, & passiones, actionesque ipsorum ad ea refert, tum Angulorum acumina, ac obtusitates, tum Laterum leuitates, vel vires contrarias, & multitudinem, ac paucitatem peruariæ elementorum mutationis causam esse censens. Ad eam autem Philosophiam, quæ Politica appellatur, quo nam pacto non dicemus ipsam multùm sanè, & admirabiliter prodesse, tum actionum tempora dimetientem, tum varias Vniuersi reuolutiones, tũ etiam conuenientes ortibus Numeros, assimilantes inquam, & dissimilitudinis autores, fœcundos insuper, atque perfectos, hisque contrarios, & concinnos vitæ ministros, inconcinnitatemque præbentes, atque omnino fertilitatem, ac sterilitatem afferentes? Quæ porrò Musarum quoque sermo in libro de Repu. ostendit, vniuersum Geometricum Numerum potiorum, ac deteriorum generationum autorem ponens, morumque bonorum indissolubilis perseuerantiæ, atque optimarum Rerũpublicarum mutationis in eas, quæ à ratione remotæ, affectibusque deditæ sunt. quòd enim ad totam Mathematicã disciplinam spectat huiusce Numeri, qui Geometricus appellatur scientiã tradere, & nō ad vnã quãdam, vtputa Arithmeticam, vel Geometriam, omnino manifestum est. per omnes siquidem Mathematicas disciplinas vberta-

tis,

Plato.

Pythagoreorũ philosophia.

Philolai sermo in Bacchis.

Ad Naturalem.

Proportio cũcta, q̄i Mũdo sũt colligauit. vide hoc in Timæo.

Qua de causa Timæus cōtēplationē rerũ naturalium Mathematicis explicet nominibus.

Ad Politicam.

Musæ in 8. de Repub.

Numerus Geometricus Platonis, quo nihil obscurius, vt ait Cicero. de quo dicendũ i cōmētarijs nostris.

Ad moralem. tis, sterilitatisque rationes permeant. Ad Philosophiam rursus moralem nos instituit, ad eamque postremã perfectionem perducit, ordinem, concinnamque vitã moribus nostris inferens. Figuras prętereà virtuti cõuenientes, & modulationes, & motus nobis tradit, a quibus Atheniésis hospes in 2. de legibus. sané Atheniensis etiã hospes eos institui, ac perfici vult, qui moralem virtutem ab ineunte adolescentia sunt consecuturi. Virtutũ insuper rationes in medium affert, aliter quidẽ in Numeris, aliter verò in Figuris, aliter autem in Musicis consonantijs, vitiorumque demũ excessus, atq; defectus ĩdicat, per quos moderati moribus, ornatique efficimur. Socrates in Gorg. Et idcirco Socrates in Gorgia quidẽ Caliclẽ inordinatę, intẽperatęque vitæ accusans, Geometriam inquit, ac Geometricã æqualitatem negligis: Socrates 9 nono de Rep. in Republica verò tyrannicę voluptatis ad regiam interuallum, iuxta planam, solidamque generationem inuenit. Verũtamen Ad cęteras scias, & artes vtilitas Mathematicæ sciæ. quanta cæteris quoq; scientijs, atque artibus à Mathematica scientia prodeat vtilitas didicerimus vtique considerantes quòd contemplãtibus quidem, vt Rhetoricę, atq; huiuscemodi omnibus, quæcunq; in sermone positę sunt perfectionem, ordinemque addit: necnon id, quòd ex primis, & medijs, atq; vltimis ad eius similitudinem compleantur. Poeticis autem exempli loco rationes Poëmatum proposuit, quippe quæ mensuras etiam in ipsa existentes præposuit. Agentibus verò, actionem, & motum per suas manentes, immobilesque formas determinat. prorsus enim omnes artes (vt ait in Phi- Socrates ĩ Phileb. lebo Socrates) Arithmetica, arte metiendi, arteque ponderandi indigent, vel omnibus, vel aliquibus. hæ autem omnes in Mathematicæ scientiæ sermonibus continentur, & iuxta illos terminantur. Numerorum nanque diuisiones, & dimensionum varietas, ponderumque differentia ab hac cognoscuntur. Vtilitas igi- Epilog. tur totius Mathematicæ scientiæ ad Philosophiam ipsam, cæterasque scientias, & artes, per hæc, quæ iam dicta sunt cognita erit audientibus.

Quorundam obiectio contra Mathematices vtilitatem, ipsiusque solutio. Cap. VIIII.

AT quidam ex ijs, qui ad contradicendum procliues sunt pro- Prima opinio. pter illos, qui Geometriam subuertere volunt, huiusce scientiæ dignitatem destruere nituntur. Alij quidem bonum ab ea, decusque Secunda opinio. auferentes tanquam quæ de ijs verba non faciat. Alij verò, vtiliores sensilium experientias affirmantes ijs, quæ in ipsa vniuersẽ

ſpectantur, verbi gratia Geodæſiam, hoc eſt terræ diſtributricem, Geometria: & vulgarem Arithmeticam, Arithmetica, quę in Theorematibus eſt poſita: nauticamque Aſtrologiam, ea, quæ vniuerſè docet. non enim diteſcimus, dicunt ipſi, diuitias cognoſcendo, ſed illis vtendo, neque felices ſumus felicitatem cognoſcendo, ſed feliciter viuendo. Quapropter & ad vitam humanam, & ad actiones, non eas, quidem Mathematicas ſcientias, quæ in cognitione, ſed eas, quæ in exercitatione verſantur, prodeſſe fatebimur. nam rationum quidem ignari, in rerum autem particularium experientia exercitati, ijs, qui in contemplatione ſola verſati ſunt, ad vſus humanos omni ex parte ſunt præſtantiores. Aduerſus itaque eos, qui hæc dicunt, reſponſum daturi ſumus, Mathematicarum diſciplinarum pulchritudinem quidem ab ijs oſtendentes, à quibus Ariſtoteles quoque nobis perſuadere conatus eſt. tria enim hæc potiſſimùm, & in corporibus, & in animis pulchritudinem efficere, ordinem inquam, conuenientiam, atque determinationem fatemur. ſi quidem turpido quoque corporea quidem à materiali inordinatione, & deformitate, & inconuenientia, & indetdrminatione iam in compoſito prædominante: animæ verò, ab irrationabilitate perperam, inordinatéq; ſe ſe mouente, & rationi diſſonante, & terminum illinc non ſuſcipiente exoritur. Quamobrē pulchritudo etiam ipſa in contrarijs quidem, ordine videlicet, & conuenientia, determinationeque exiſtit. Hęc autem in Mathematica ſcientia maximè inſpicimus, ordinem quidem, in poſteriorum ſemper, magiſque variorum ex primis, atque ſimplicioribus oſtenſione, ſemper enim ſequentia præcedentibus annexa ſunt, & hæc quidem principij rationem habent, illa verò, conſequentium primas Suppoſitiones: conuenientiam verò, in conſonantia adinuicem eorum, quæ demonſtrantur, ad mentemque omnium relatione, cōmunis ſiquidem menſura totius ſcientiæ mens eſt, à qua principia quoq; accipit, & ad quam diſcentes conuertit: determinationem autem, in manētibus ſemper, immobilibuſque rationibus, non enim interdum quæ ſub ipſius cognitionē cadunt aliter ſe habent queadmodum opinabilia, atq; ſenſilia, ſed eadem ſemper ſe ſe offerunt, intelligentibuſq; formis determinata ſunt. Si itaq; pulchritudinis parandę vim habentia, hæc præcipuè ſunt, Mathematicę autem res per hæc exprimuntur, perſpicuum quidem eſt, quòd in his etiam eximium illud decus reperitur. quomodo nanq; eſſe nō debet, mente quidem ſcientiam deſuper illuſtrante, hac autem ad mentem properante, noſque à ſenſu ad illam transferre feſtinante? Eius autem

*Fūdamētū ſecūdæ opinionis.*

*Reſponſio ad primā opinionē.*

*Tria ſunt, q pulchritudinē efficiunt ex ſententia Ariſt. 13. methaph. i cap. 3.*

*Quō tria hęc i Mathematicis ſint.*

*Cōcluſio.*

*Reſpōſio ad ſecūdā opinionē.*

tem rursus vtilitatem non ad humanos vsus respicientes, neq; necessitati studentes iudicare æquum ducemus. sic enim ipsam quoq; contẽplantem virtutem inutilem esse fatebimur, quæ seipsam ab humanis separat, hæcq́ue minimè respicere, nec cognoscere appetit. Quod sanè Socrates etiam in Theæteto de proceribus fatidicis existentibus affirmans, ab omni quidem ad humanam vitam respectu ipsos auertit: ab omni verò necessitate, ac vsu bene solutam ipsorum cogitationem ad omnium eorum, quæ sunt attollit cacumen. Et Mathematicam igitur scientiam, ex ipsaq́ue contemplationem propter se expetendam esse ponendum, non autem propter vsus humanos. Si autem prodeuntem ex ipsa vtilitatem ad quoddam aliud referre oportet, ad intelligentem cognitionem ipsa referenda est. ad ipsam enim nos deducit, animæq́ue oculum ad vniuersorum cognitionem præparat, impedimenta, quæ à sensibus proueniunt abstergens, atque auferens. Quemadmodum igitur totam purgantem virtutem, non ad huius vitæ vsus, sed ad vitam contemplantem respicientes vtilem, vel inutilem dicimus, ita sanè Mathematicæ quoque finem ad mentem, vniuersamq́ue sapientiam referre oportet. Propterea quæ in ipsa quoq; est actio, & per se quidem, & propter vitam intelligentem studio digna est. Patet autem ipsam per se ab ijs, qui in ea versantur expeti (quod & Aristoteles alicubi ait) eò quòd nullum cùm sit quærentibus propositum præmium, paruo tamen tempore tantùm incrementi Mathematica contemplatio suscepit. Præterea verò, quia omnes in ipsa libenter versantur, voluntq́ue omnibus alijs dimissis in ea immorari, quicunque etiam paulum eius vtilitatem primis quasi labris tetigere. Quapropter qui Mathematicarum disciplinarum cognitionem contemnunt, voluptates, quæ in ipsis sunt minimè degustarunt. Non igitur hac de causa Mathematicam spernendum, quia ad humanos vsus nobis non prodest (vltimæ enim eius desinentiæ, & quæcunq; cum materia operantur huiuscemodi vsum cõsiderant) sed contrà eius immaterialitatem, ipsiq́ue soli quid boni esse admirãdum: cùm enim penitus homines de rebus necessarijs curare cessassent, ad inquisitionem Mathematicarum disciplinarum cõuersi sunt, & non immeritò. nam prima quidem, ea, quæ familiaria, ortuiq́ue coniuncta sunt, ab hominibus studio affectantur: secunda verò, quę animam ab ortu seiungunt, idq́ue, quod est, in memoriam redigunt. † Iurè igitur necessaria quoque ante ipsa, quæ propter seipsa honorabilia sunt, sensuiq́ue cognata ante ipsa, quæ mente cognoscuntur aggredimur. omnis nanque ortus, vitaq́ue animæ, quæ in se ipsam conuertitur, ab

Socrates in Theæteto. Vide etiã finẽ Menonis.

Mathematica scientia pp se expetenda est.

Idẽ i superiori capite.

Mathematica scientia ppter vitã cõtéplanté est expetéda.

Fũdaméntũ sũptũ ab antiq. Arist.

Cõclusio.

Idem ait Arist. in prio Metaph. cap. primo.

† Sic

tur, ab imperfecto ad perfectum procedere apta nata est. Tot aduersus quoque hos, qui Mathematicam contemnunt scientiam dicta sint. Epilogus.

## Alia quorundam Platonicorũ contra Mathematicarum vtilitatem obiectio, eiusqúe solutio. Cap. X.

FOrsan autem nonnulli ex nostra familia insurgẽtes, Platonemqúe rationum testem proponentes in contemptum auditionis Mathematicarum disciplinarum rudiores prouocare conabuntur. Etenim dicent ipsum omnino Philosophum in libris de Republica Mathematicam hanc cognitionem à choro sciẽtiarum excludere, ipsamqúe tanquam principia sua ignorãtem redarguere, & cui principium quidem sit, quod ne nouit quidem: finis autem, & media, ex ĳs, quæ non nouit. His addent etiam quotcunq; alia ibi à Socrate opprobria contra hanc contẽplationem obiecta fuere. Aduersus igitur amicos viros nos verba facientes, ipsis in memoriam redigemus, quòd ipse etiam Plato animę purgatricem, sursumqúe ductricem Mathematicam esse perspicuè asseuerat, quippe quę caliginẽ aufert ab intelligenti cogitationis lumińę, quod potius conseruandum est, quàm infiniti corporales oculi, iuxta Homericam Mineruam, quęqúe non solùm Mercurialium, sed Minerualium quoq; munerum est particeps: & quòd ipsam vbiq; scientiam vocat, quòdqúe exercẽtibus maximę felicitatis causam. Verùm quid sibi velit verbis, quibus in libris de Republica scientiæ cognomen ab ipsa abstulit, breuiter dicam. ad doctos enim prę͂sens erit mihi sermo. Scientiã Plato plerisq; quidẽ in locis, omnẽ (vt ita dicam) vniuersalium appellat cognitionem, ipsam sensui singularia cognoscenti in diuisione opponens, seu talis cognoscendi modus arte, seu experientia fiat. & hoc (vt arbitror) sensu in Ciuili, atque in Sophista scientiæ vti nomine videtur, ipsam quoque præclaram Sophisticam scientiam ponens, quam Socrates in Gorgia experientiam quandam esse dixit: nec non Adulatoriam, plurimasqúe alias, quæ experientiæ sunt, non autem veræ scientiæ. Hanc autem rursus vniuersalium cognitionẽ diuidens in eam, quæ causas, & eam, quæ sine causa cognoscit, alteram quidem scientiam existimat appellandam, reliquam verò, experientiam. & sic artibus quidem alicu-

[Margin notes: Argumẽtũ ex veteris Platonis in 7. de Repu. — Resrõsio ad Platonicos. — Homerus in Odis. — Explicat Platonis sententiã. — Pla. i mul-tis locis. — Pla. in Ciuili. & in Sophista. Socrates i Gorgia. — Platonis diuiso.]

bi scientiæ nomen attribuit: experientijs autem nequaquam. res enim inquit in Symposio, quæ nullam habet rationem, quonam pacto scientia esset? & omnis igitur cognitio, quę rerum cognoscendarum rationem, causamque continet, scientia quędam est. Rursus itaque hanc quoque scientiam, quę à causa cognoscendi vim habet Subiectorum proprietate diuidit, & vnam quidem partibilium cõiectatricem, alteram verò eorum, quæ per se sunt, eodemque modo semper se habent cognitricem ponit. & iuxta hanc diuisionem Medicinã quidem, omnemque facultatẽ, quę in materialibus versatur, à scientia separat: Mathematicam verò, omninoque rerum sempiternarum contẽplandarum vim habentem, scientiam appellat. Hanc denique scientiam, quam ab artibus distinguimus diuidens, vnam quidem suppositionis expertem esse vult: alteram verò ex suppositione scaturire. & illam quidem, quæ suppositionis est expers, vniuersorum cognoscendorum vim habere: ad bonum vsque, supremamque omnium causam scandere: finemque scandendi bonum illud sibi efficere: hanc verò, quæ definita, ac determinata sibi præstruit principia, à quibus ea ostẽdit, quæ principia ipsa consequuntur, non planè † ad principium, sed ad finem tendere. & sic ait Mathematicam tanquam suppositionibus vtentem ab ea, quæ suppositione caret, perfectaque est scientia deficere. vna enim verè scientia est, per quã omnia, quæ sunt cognoscere apti sumus, à qua etiam principia omnibus emergunt scientijs, alijs quidem propinquioribus, alijs verò remotioribus constitutis. Ne dicamus igitur quòd Mathematicam à sciẽtiarum numero Plato expellit, sed quòd eam ab vnica scientia, quę supremam tenet sedem, secundam asserit: nec quòd dicit ipsam sua ignorare principia, sed quòd cum ab illa acceperit, & sine vlla demonstratione habuerit, ex his ea, quæ sequuntur demonstrare. animam siquidem, quæ ex Mathematicis constituta est rationibus, aliquando quidem motus principium esse concedit: aliquando aũt, à generibus, quæ intelligentiæ subijciũtur motum ipsum recipere. quadrantque hæc inter se. ijs enim, quæ ab alio mouentur quędam motionis est causa, non omnis autem motus habet causam. Eodem sanè modo & Mathematica à prima quidem scientia secunda est, & quasi respectu illius imperfecta: est attamen scientia, non vt à suppositione immunis, sed vt propriarum in anima rationum cognitrix, & vt causas conclusionum afferens, rationemque continens eorum, quæ ipsius cognitioni subijciuntur. Hæc itaque omnia de Platonis sententia, pro Mathematicis dicta sint.

Margin notes: Plato in Symposio. — Quò differat ars à sciẽtia, ostẽdit Aristo. sexto Moraliũ cap. 3. & 4. — De bono, & suprema causa vide Platonem, & Proclũ in 7. de Rep. — † in principio, sed in fine esse. — Destructio Argumenti. — Circa hoc vid Platonem in Timæo. — Epilogus.

## Quæ à Mathematico postulanda sint, & quonam pacto ipsum quispiam rectè iudicare possit. Cap. XI.

QVæ autem à Mathematico quis postularet, & quonam pacto ipsum quispiam posset rectè iudicare, deinceps dicamus. nam ille quidem, inquit Aristoteles, qui simpliciter in omnibus fuerit eruditus, aptus est ad iudicandum omnia: ille verò, qui in Mathematicis tantùm disciplinis, rectitudinis earum, quæ in his sunt rationum ferre poterit sententiam. Oportet ergo iudicandi terminos antea sumere, & cognoscere, primùm quidem in quibus conueniat communiter demonstrare, in quibusq́ue ad singulorum proprietates respicere. multa nanq; eadẽ, specie differentibus insunt, vt omnibus Triangulis duo Recti: multa verò idem habent quidẽ prędicamentum, cõmune autem specie in singulis differt, vt in Figuris, Numerisq́ue similitudo. Non est autem vna in his quærenda à Mathematico demonstratio. non enim eadem sunt Figurarum, & Numerorum principia, verùm subiecto differunt genere. Quòd si per se accidens sit vnum, demonstratio quoque erit vna. nam duos rectos habere Angulos, idem in omnibus est Triangulis. † Illudq́ue, cuius causa id contingit, idẽ est in omnibus (Triangulum nempe Rectis æquales habere externos) triangularisq́ue ratio. Quemadmodum etiam quatuor Rectis æquales externos habere Angulos, non Triangulis modò, verùm etiam omnibus Rectilineis inest, & demonstratio quatenus Rectalinea sunt conuenit in omnibus. nam quęlibet ratio simul infert quādam prorsus proprietatem, & passionem, cuius cuncta per eam rationem participant, vtputa triangularem, vel rectilinearem, vel omnino Figurę. Secundò verò, si iuxta subiectam materiam demonstrat, vtpote si necessarias, talesq́ue reddit rationes, quæ coargui, conuinciq́ue minimè possint, non autem probabiles, nec verisimili refertas. Simile enim est, inquit Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes exigere, & Mathematico probabiliter disputanti assentiri. debet siquidem quiuis scientia, arteq́ue præditus conuenientes rebus, de quibus tractat reddere rationes. Similiter quoque Plato in Timæo naturalem Philosophum verisimiles postulat rationes, vt de his pertractantem: eum verò, qui de intellectilibus, stabiliq́ue essentia differit, rationes, quæ nec conuinci, nec moueri quidem possunt. Confestim nanque scientias, vel artes Subiecta differre faciunt, vtpote si alia quidem immobilia sint, alia verò moueantur, ac simpliciora alia, alia magis cõposita:

Arist. in 1. de partib. animaliũ, & in prio Ethic. c. 3

Termini, quibus Mathematicę iudicãdus est. Primus terminus.

† Illudq́; cui id cõtingit, idẽ est in omnibus, Triãgulũ nẽpe, Triãgularisq; ratio

Secundus terminus:

Arist. primo Ethic. cap. 3.

Plato in Timęo.

Metaph. 6.

Idē vide apud Aristo. secundo Meta. tex. 16.

& alia quidem intellectilia, alia verò sensilia. Neque ergo ab omni Mathematica eandem certitudinem requiremus: nam si vna quidem sensilia quodam pacto attingat, altera verò intellectilium Subiectorum cognitio sit, non eodem modo ambæ erunt certæ, sed altera magis. ideo Arithmeticam harmonica dicimus certiorem. Neque omnino Mathematicam, cæterasq́ue scientias ijsdem vti demonstrationibus æquum censebimus. earum enim Subiecta haud exiguam ipsis prębent differentiam. Tertiò autem dicimus, quòd ei, qui Mathematicas rectè iudicaturus est rationes, considerandum quid idem, quid alterum, quid per se, & per accidens, quid Proportio, omniaq́ue huiuscemodi. errores siquidem ferè omnes circa hæc accidunt eis, qui Mathematicè se demostrare existimant, nequaquam autem demonstrant, cùm idem tanquam alterum in vnaquaque specie demonstrēt, vel alterum tanquam idem: aut cùm quod est per accidens, tanquam per se suscipiant, vel quod per se, tanquam quod est per accidens, verbi gratia, quòd Circunferentia pulchrior sit quàm recta Linea, vel Aequilaterū ꝗ Aequicrus. non spectat enim ad Mathematicum hęc determinare. Quarto deniq; loco dicimus, quòd cùm Mathematica medium inter intellectilia, sensiliaq́ue obtineat locum, & multas quidem rerum diuinarum imagines, multa verò naturalium rationum exēpla in se ostendat, triplices quoque in ipsa demonstrationes inspiciendæ sunt, vnæ quidem, quæ menti sint propiores, alteræ autē, quæ cogitationi magis accōmodatæ sint, tertiæ verò, quæ opinionem attingant. oportet enim iuxta Problemata demonstrationes differre, conuenientemq́ue eorum, quæ sunt generibus diuisionem suscipere, siquidem ipsa quoq; Mathematica omnibus ipsis annectitur, suasq́ue omnibus coaptat rationes. Verùm de his quidem hactenus.

Tertius terminus.

Quō erret Mathematic' d mōstrādo.

Quartus terminus.

Triplices debēt esse Mathematicę demōstrationes

Epilogus.

Quę, & quot sint totius Mathematicę scietię species iuxta Pythagoreorum sententiam. Cap. XII.

Diuisio Mathematicarū Scientiarū ex mente Pythagoræ.

Quotum, & Quātū pricipalia Mathematices Subiecta.

DE partibus autem Mathematices posthęc determinandum, quę, & quot numerò sint. nam post totum ipsius, atq; integrū genus, sciētiarum quoque magis particularium differentias per species considerare par est. Pythagorei itaque vniuersam Mathematicam scientiam quadrifariam distribuendam esse censuerunt. vnam quidem eius partem Quoto, alteram verò Quanto attribuentes, harumq́ue partium vtranque duplicem ponentes. Quotum enim aut per se subsistere dixerunt, aut iuxta respectum ad aliud considerari: Quantum verò aut

stare

ſtare, aut moueri. & Arithmeticam quidem quod per ſe eſt Quotum contemplari, Muſicam verò quod ad aliud, Geometriam autẽ Quãtum quatenus immobile eſt, & Sphęricam quod per ſe mouetur. Cõſiderare prętereà haſce ſcientias Quotum, & Quantum non magnitudinem abſolutè, neque multitudinem, ſed quod iuxta vtrunq; eſt definitum. hoc enim ab infinitis ablatum ſcientias perpẽdere, ne eã, quę vtrobiq; eſt infinitatem cognitione comprehendere vanum ſit. Cùm autem hęc viri ſapientisſimi dicant, non ſanè Quotum, quod in ſenſilibus ipſis eſt, neq; Quantum illud, quod circa corpora excogitatur, nos intelligendum cenſebimus. nam horum (vt arbitror) cõtemplatio ad naturalem ſpectat ſcientiam, non autem ad Mathematicam ipſam.

Q̃o Quotum & Quantum à Mathematico conſideretur.

At quoniam vniuerſorum vnionem, & diuiſionem, identitatemq́ue, vnà cum diuerſitate, & prięter hęc ſtatum, & motum ad animam complendam rerum opifex ſuſcepit, ex hisq́ue generibus ipſam conſtituit, quemadmodum Timęus nos docuit, dicendum quòd iuxta quidem ipſius diuerſitatem, rationumq́ue diuiſionẽ, ac multitudinem conſiſtens cogitatio, ſeſeq́ue intelligens eſſe & vnum, & multa, Numeros profectò ſibi proponit, producitq́ue, horumq́ue cognitionem Arithmeticam: iuxta verò multitudinis vnionem, & ſecum cõmunicationẽ, colligationemq́ue Muſicam ſibi cõparat, ideo etiã Arithmetica Muſicam antiquitate pręcellit, cùm porrò anima quoq; ipſa ab opifice prius diuiſa ſit, deĩde rationibus collecta, vt enarrat Plato. Rurſusq́ue iuxta quidem eum, qui in ipſa eſt ſtatum actionem ſtabiliens, Geometriam ex ſe ſe deprompſit, vnamq́ue eſſentialem Figuram, & Figurarum omnium opifica principia: iuxta verò motum, Sphęricã. mouetur nanq; ipſa quoq; per Circulos, conſiſtit autẽ ſemper eodem modo, ob Circulorum cauſas. Rectum inquam, & Circulare. & proptereà hîc quoq; Geometria Sphęricam, vt motum ſtatus pręcedit.

Digresſio.

Ex quibus Animã cõſtituit opifex ex Timęi ſententia.

Q̃o cogitatio Mathematicas producat ſciẽs.

Anima prius ẽ diuiſa, poſtea collecta ex mẽte Platonis in Timęo & ideo Arithmetica p̃cedit Muſicam.

Geometria pręcedit Aſtronomiã, quia motu prior eſt ſtatus

Quoniam aũt cogitatio ipſa non ad eius infinita vi pręditam formarũ conuolutionem, ſed ad Finis iuxta genera ambitum reſpiciens haſce genuit ſcientias, idcirco dicunt ipſas à multitudine, magnitudineq́ue infinitum abſtuliſſe, & circa finitum tandem verſari. omniũ ſiquidem principia, pariter'q; multitudinis, atq; magnitudinis mens in ipſa cogitatione collocauit. cùm enim tota ad ſeipſam ſimilium partium ſit, & vna, atq; indiuiſibilis, rurſusq́ue diuiſibilis, formarumq́ue ornatum educens, Finis, atq; Infinitatis eſſentialis ex ipſis intellectilibus eſt particeps. verùm intelligit quidem ipſa ob Finem, gignit verò vitas, rationesq́ue varias ob Infinitatem. Eius ergo intelligentię haſce conſtituere ſcientias iuxta eum, qui in ipſis eſt Finem, non autem iuxta vitæ

Cur dicant Pythagorei Mathematicam circa finitum verſari.

Cogitatiõis intelligẽtię iuxta ſuum Finẽ Mathematicas ſciẽtias cõſtituerũt

Infini-

Infinitatem. mentis siquidem imaginem afferunt, non autem vitæ. Pythagoreorum itaq; hęc est sententia, & quatuor scietiarum diuisio.

Epilogus.

## Alia totius Mathematicæ scientiæ diuisio ex mente Gemini. Cap. XIII.

Alia Mathematicarum Diuisio, ex Gemini sententia.

RVrsus autem quidam alio modo diuidendam esse Mathematicam censent, sicuti & Geminus. & vnam quidem eius partem in intellectilibus duntaxat, alteram verò in sensilibus versari volunt, hæcque attingere. Intellectilia vtique appellantes quascunque inspectiones anima per se se exuscitat, sese à materialibus separans formis. Atq; eius quidem, quæ in intellectilibus versatur, duas longè primas, pręcipuasque ponũt partes, Arithmeticam, & Geometriam: eius verò, quæ in sensilibus officium, & opus explicat suum, sex, Mechanicam, Astrologiam, Perspectiuam, Geodæsiam, Canonicam, atq; Supputatricem. Militarem autem artem, eam inquam, quæ ad instruendas, coordinandasque pertinet acies, quam Græci (τακτικὴν) vocant, vnam aliquam ex Mathematices partibus dicendam esse non censent, vt quidam alij voluere, sed vti eam volunt, modò quidem arte supputandi, vt in enumerandis legionibus: modò verò Geodæsia, vt in diuidendis, dimetiendisque castrorum metationis campi spatijs. Quemadmodum porrò eo magis neque historiam scribendi, neque medendi artem Mathematices partem vllam esse dicunt, licet sæpenumero tum Historici, tum etiam Medici Mathematicis vtantur Theorematibus. Rerum quidem gestarum scriptores, vel Climatum situs referendo, vel vrbium Magnitudines, & Dimetientes, vel Ambitus, & Circuitus colligendo: Medici verò, quam plurimas res in arte sua huiuscemodi vijs dilucidando. nam vtilitatem, quæ in Medicinam ab Astrologia peruenit, ipse etiam Hippocrates ostēdit, ac ferè omnes quicunq; aliquid de opportunis temporibus, locisque dixere. Eadem sanè ratione, ille etiam, qui aciebus instruendis operam accommodat, Mathematicis quidem vtetur Theorematibus, nec tamen ob hoc erit Mathematicus, quanuis interdum quidem volens, quę numerosa est, paucissimam ostendere multitudinem, castra, suosque exercitus ad Figuram Circuli formet: interdũ verò ad Figurã Quadranguli, vel Quinquanguli, vel alterius cuiusdam Multianguli, vbi plurimam apparere cupit. Cùm autem hæ sint totius Mathematicæ scientię species, Geometria rursus diuiditur in Planorum cōtemplationem, & Solidorum dimensionem, quę Stereometria vocatur.

Mathematicæ sciētiæ partes. Arithmetica. Geometria. Mechanica. Astrologia. Perspectiua. Geodæsia. Canonica, siue Regularis. Supputatrix.

Excluditur Ars militaris à Mathematicis sciētiis, & aliæ.

Hippocrates in lib. de locis.

Quomodo Mathematicis Ars militaris vtat.

Geometrię duę sũt species, Planorũ consideratio, & Stereometria.

siquidem

siquidem circa Signa, & Lineas peculiaris quępiam non est tractatio, quoniam neque Figura † ex his vlla sine Planis, vel Solidis fieri posset. nihil enim aliud agit Geometria vlla sui parte, quàm vt Plana, aut Solida vel constituat: vel constituta inter se comparet, aut diuidat.

Pulchrum.
† in his
Pricipale Geometrię officiũ.

Itidem Arithmetices distributio est in Numerorum lineariũ, & planorum, & solidorum contemplationem. species nanque Numeri per se se considerat ab Vnitate prodeuntes, & planorum ortus Numerorum, similium inquam, atque dissimilium, solidorumq́ue ad tertiã vsq; accretionem progressus.

Tres Arithmetic ę partes, lineariũ, & planorum, & solidorum Numerorum consideratio.

Geodæsia verò, Supputatrixq́ue his (Geometriæ inquam, atque Arithmeticæ) similes in diuisione sunt, quippe quæ non de intellectilibus Numeris, vel Figuris, sed de sensilibus verba faciunt. neque enim Geodæsiæ munus est, vt Cylindrum, aut Conum metiatur, sed rerum materialium aceruos tanquam Conos, & puteos tanquam Cylindros. neque intellectilibus id assequitur rectis Lineis, sed sensil bus, interdum quidem certioribus quodam pacto, vt radijs solaribus: interdum verò crassioribus, vt Spartis, & Perpendiculo. neque similiter Supputator ipsas per se Numerorum inspicit passiones, sed vt sunt in sensilibus ipsis. vnde nomen quoque his imponit ab eis, quas dimetitur rebus (μηλίτας) quasdam, & (φιαλίτας) appellans. & nullum quidem concedit esse minimum, vt facit Arithmeticus, qui veluti quidem genus ad aliquid, minimum illud suscipit. vnus enim aliquis homo est ipsi pro mensura totius hominum multitudinis, sicut Vnitas quoque communis est omnium Numerorum mensura.

Geodæsia, & Supputatrix eodem modo diuiduntur, quo Arithmetic, & Geometria.
Quę Geodęsia & Supputatrix considerent.

Perspectiua rursus, atque Canonica à Geometria, Arithmeticaq́ue gignuntur. Et Perspectiua quidem radijs visorijs tanquam Lineis vtitur, & Angulis, qui ex hisce constituuntur oculorum radijs. Diuiditur autem in eam, quę proprio nomine dicitur Perspectiua, quippe quę reddit causam earũ apparentiarum, quę aliter q̃ sint se se nobis offerre solent, ob eorum, quæ sub visum cadunt alios atq; alios situs, & distãtias, vt Parallelarum coincidentię, vel Quadrangulorum tanquã Circulorum aspectionis: & in vniuersam Speculariam, quę circa varias, multiplicesq́ue versatur refractiones, & imaginariæ, seu coniecturali cognitioni connectitur: necnon in eam, quę Sciographice, hoc est vmbrarum designatrix appellatur, quę ostendit quõ fieri possit vt ea, quę in imaginibus apparẽt, haud inconcinna, vel deformia ob designatorum distantias, altitudinesq́ue videantur. Canonica autem, siue Regularis apparentes cõcinnentiarũ considerat rationes, Regularũ sectiones reperiens, sensusq́ue vbiq; vtens adminiculo, ac (vt Plato inquit) talis existens, vt menti

Canonicã intel ligẽ esse Musicam.
Tres totius Perspectiuę partes
Perspectiua.
Specularia.
Sciographica.
Canonica quid consideret, de qua Plato in 7. de Repu.

aures

aures ipsas præposuisse videatur. Ad has porrò, quas hucusq; enumerauimus accedit ea, quę Mechanica nuncupatur, pars & ipsa quędam existens totius tractationis, & cognitionis rerum sensilium, materiæque coniunctarum. Sub hac verò est instrumentorum effectrix, quæ (ὀργανοποιητική) vocatur, eorum inquam, quę gerendis sunt bellis idonea. qualia sanè Archimedes etiam fertur construxisse, Syracusas terra, mariqúe obsidentibus resistentia. & miraculorum effectrix, quæ (θαυματοποιητική) dicitur, quippe quæ alia quidem spiritibus maximo cum artificio construit, quemadmodum etiam Ctesibius, atq; Heron operantur: alia autem ponderibus, quorum motus quidem inęquilibrium, status verò æquilibrium esse causam censendum, vt Timæus etiam determinauit: alia verò neruis, Spartisqúe animatas conuolutiones, ac motus imitantibus. Sub Mechanica demum est & æquilibrantium omnino, & eorum, quę centropōderantia vocantur cognitio: nec non (σφαιροποιία) hoc est Spherarum effectrix ad cęlestium circunuolutionum imitationem, qualem Archimedes etiã fabricatus est: ac deniq; omnis, quę materiam mouendi vim habet. Reliqua aũt Astrologia est, quę de mundanis edissẽri. motibus, de corporum cęlestium magnitudinibus, & Figuris, & illuminationibus, à terraqúe distantijs, ac de omnibus, quę huiuscemodi sunt, multa quidem à sensu sibi assumens, multùm verò cum naturali consideratione communicans. Huius autem vna pars est Gnomonica, quę in horarũ dimẽsione positu Gnomonum exercetur. Altera est Metheoroscopica, quę eleuationum differentias, siderumqúe reperit distantias, necnon multa alia, & varia Astrologica perdocet Theoremata. Tertia pars est Dioptrica, quę sanè quinq; Solis, & Lunę, cæterarumqúe stellarũ distantias huiuscemodi Diopricis dignoscit instrumentis. Talia de partibus quoque Mathematices à priscis tradita, memoriæqúe prodita suscepimus.

*[Marginalia: Mechanicę partes. — Instrumentorum effectrix. — Miraculorum effectrix, quæ triplex est. — Timæus. — Aequilibrantiũ & centroponderantium cognitio. — Spherarum effectrix. — Astrologiæ cōsiderationes, & partes. — Gnomonica. — Metheoroscopica. — Dioptrica. — Epilogus.]*

## Quomodo Dialectica Mathematicarũ scientiarum vertex sit, & quæ sit ipsarum coniunctio ex Platonis sententia. Cap. XIIII.

ATque hæc posita sint. Illa rursus inspiciamus quo nam pacto Plato Dialecticam Mathematicarum disciplinarum verticem, siue fastigium in libris de Republica nuncupauit, & quæ nam ipsarum coniunctio sit, vt tradit etiam ille, qui Epinomidem composuit. Et dicamus, quòd quemadmodum mens cogitatione superior est, & principia desuper ipsi suppeditat, cogitationemq;

*[Marginalia: Plato in 7. de Repub. — Vide Epinomidem, qui Platoni ascribitur.]*

tionemqúe ipsam ex sese perficit, eodem sanè modo Dialectica quoque purissima Philosophiæ pars existens, simplicitate Mathematicas disciplinas proximè vincit. Et totum ipsarum orbem complectitur, viresqúe à se se suggerit ipsarum scientijs varias, perficiendi, & iudicandi, & intelligendi vim habentes. Resoluentem inquam, & diuidentem, & definientem, & demonstrantem: à quibus sanè adiuta,& perfecta Mathematica ipsa, alia quidem per resolutionem inuenit, alia verò per compositionem: atque alia quidem diuidendo explanat, alia verò definiendo: alia autem eorum, quæ quæruntur per demonstrationem colligit. Hasce quidem vias subiectis suis accõmodans, vnaquaque autem harum vtens ad inspiciendos medios sermones suos. Vnde porrò & resolutiones in ipsa, & definitiones, & diuisiones,ac denique demonstrationes propriæ sunt,volutãturq; secundum Mathematicæ cognitionis modum. Non immeritò igitur Dialectica Mathematicarum est veluti vertex,& fastigium. Quum omne,quod in ipsis intelligens est perficiat: & quod certum est, ab omni reprehensione reddat immune: quodqúe immobile, pariter vt est custodiat stabile: & quod materiæ est expers, & purum,ad mentis simplicem, à materiaqúe seclusam naturam referat: ipsarum præterea prima definitionibus distinguat principia: generum subinde,& formarum,quæ sub ipsis sunt generibus discretiones ostendat: compositiones insuper, quæ ex principijs producunt ea, quæ consequuntur principia: nec non resolutiones, quæ ad prima, ac principia consurgunt,scanduntqúe,edoceat. Cæterùm coniunctio quoq; Mathematicarum disciplinarum,nõ vt censuit Eratosthenes,proportio ipsa ponẽda est. Siquidẽ proportio vnum quiddam eorum,quę Mathematicis communia sunt dicitur esse,& est. Multa verò præterea alia spectant ad omnes (vt paucis rem complectamur) Mathematicas disciplinas, quæ per se insunt communi Mathematicarum naturæ. Sed quemadmodum nobis dicendum videtur, proxima quidem est earum coniunctio vna,& tota Mathematica,quæ omnium scientiarũ speciatim principia simpliciori quodã modo in seipsam cõplectitur: & cõmunitatem earum,atque differentiam considerat: & quæcunq; eadem in his omnibus reperiantur edocet: & quæcunque pluribus insint: & quæcunque paucioribus. & ab alijs permultis ad hanc ijs, qui aptè discunt fit reuersio. Hac autem superior Dialectica quoque Mathematicarum disciplinarum coniunctio est. Quam verticem etiam ipsarum, vt iam dixi, Plato in lib. de Rep. vocauit: Ipsa siquidem totam Mathematicam perficit, ad mentemqúe potentijs suis

Cõiũctio Mathematicarũ, nõ est pportio, vt voluit Eratosthenes

Secunda Mathematicarũ cõiunctio. Plato in Repub.

D reducit

reducit, & verè ostendit esse scientiam, & certam efficit, nulliqúe reprehensioni obnoxiam. Tertium verò inter coniunctiones mens ipsa habet ordinem, quæ cunctas Dialecticas potentias vniformiter in se se comprehendit: ipsarumqúe varietatem, sua simplicitate: & partitionē, impartibili cognitione: multitudineqúe, vnione coarctat. Ipsa ergo mens congregat quidem Dialecticarum viarum inuolutiones, ac diuerticula, colligit verò supernè omnem Mathematicorū sermonum† cogitationem: Finis autem est tum sursum educendi facultatis, tum etiam cognitricis actionis† longè optimus. Hæc de his quoque à me enucleata sint.

Tertia Mathematicarum cōiunctio.

† egressū.

Finis optimus, Mathe.

† ipsum optimum.

## Mathematices nomen vnde sit ortum.
## Cap. XV.

RVrsus autem hoc nomen Mathematicæ, Mathematicarumqúe disciplinarum vnde nam diceremus scientijs his ab antiquis assignatum fuisse, & quam rationem aptè reddere possemus? Porrò mihi videtur talē scientiæ, quæ de cogitantibus sermonibus est appellationē, nō sanè (quēadmodū plurima noīum) à quibuscūq; repertā fuisse: sed (vt est, & dicitur) à Pythagoreis: cùm perspexissēt quidē, q̄ omnis, quæ Mathesis, hoc est disciplina appellatur, reminiscentia est: quæ quidē nō extrinsecus animis aduenit, quēadmodum quæ à sensilibus consurgunt phantasmata in phantasia informantur: Neque aduentitia, ascititiaqúe veluti quæ in opinione posita est cognitio, verùm excitatur quidem ab ijs, quę apparent, perficitur verò intus ab ipsa cogitatione ad se se conuersa. Cumqúe perspexissent, quòd licet ex multis rebus reminiscentiæ ostendi possint, præcipuè tamē (vt Plato quoq; ait) ex Mathematicis disciplinis. Nam si quispiam, inquit ille, in descriptionibus induxerit, ibi certè Mathesim reminiscentiam esse facillimè cōprobabit. Vnde porrò Socrates etiam in Memnone hoc arguendi modo ostendit, nihil aliud esse discere, quàm animam ipsam suarum rationum recordari. Id autem ideo est, quia id, quod recordatur nil aliud est, quàm cogitans animæ pars: hęc autem in Mathematicarum disciplinarum rationibus essentiam suam perficit, ipsarum'q; scientias in se antea accepit, licet secundum ipsas non agat. Habet siquidem oēs secundū essentiā, & occultè: Promit autem vnāquanq;, cùm impedimentis, quę à sensu proueniunt liberata fuerit. Nam sensus quidem partibilibus ipsam coniungunt, phantasiæ autem informantibus motibus replent, appetitus verò ad vitam indulgentem flectunt.

Plato in Memnone

Socrates in Memnone.

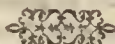
ſtunt. Atqui partibile omne, eius, quæ ad nos metipſos fit conuerſionis obſtaculũ eſt. Et omne, quod informat, eã, quæ formæ eſt expers cognitionem perturbat, atque offendit. Et omne perturbationibus obnoxium, eius, quę nullis affectibus lęditur actionis eſt impedimentum. Cùm igitur hæc à cogitatione amouerimus: tunc eas, quæ in ipſa ſunt rationes per ipſam met cogitationem cognoſcere poſſumus: & actu ſcientes eſſe: & eſſentialem cognitionem depromere. Dum autem vincti, captiuiquę ſumus: & animæ oculo conniuentes: nullo modo conuenientem nobis perfectionem aſſequi poterimus. Hæc itaque Matheſis eſt, ſiue diſciplina, quæ æternarum in anima rationũ reminiſcentia eſt. Mathematicaquę (hoc eſt diſciplinatiua ſcientia, vt ſic exponã) propter hanc ea cognitio potiſſimùm nuncupatur, quæ nobis ad earũ rationũ reminiſcẽtiam maximè confert. Et opus igitur, atque officium huiuſce ſcientiæ, quale porrò ſit à nomine fit manifeſtum. Id nempe, quod inſitam mouet cognitionẽ, & exuſcitat intelligentiã, & purgat cogitationẽ, & promit formas, quę nobis ſecundũ eſſentiã inſunt, & aufert obliuionẽ, atque ignorantiam, quæ nobis ab ortu noſtro ĩnatæ ſunt, et ſoluit vincula, quę ab irrationabilitate proueniunt: ad Dei planè ſimilitudinem huius ſcientiæ præſidis, qui intelligẽtia munera manifeſtat, & cuncta diuinis rationibus complet, & animas ad mentem erigit, ac veluti è profundo exuſcitat ſopore, & inquiſitione ad ſeipſas cõuertit, & obſtetricatione quadam perficit, purẹque mentis inuentione ad vitam beatã deducit. Cui ſanè nos quoque præſens opus dicantes, de Mathematica ſcientia contemplationem perſcribemus.

Opus Mathematices à noie fit manifeſtum.

Opus Mathematices, ſimile eſt operi Dei.

PRIMI LIBRI FINIS.

# PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM.



## LIBER SECVNDVS.

### Quòd Geometria totius Mathematicæ pars sit, & quęnam sit ipsius materia. Cap. I.

Epilogus eorũ, quæ in prio libro dicta sunt.



OMMVNIA quidem, ad omnemq́ue Mathematicam scientiam spectãtia, in prædictis sermonibus perspeximus, & à Platone non dissentientes, & ab alijs considerationes, quæ ad præsentem pertinent tractatum colligentes. Posthęc autem consequens est, vt de ipsa quoq; Geometria, deq́ue proposita Elementorum institutione disseramus, cuius gratia totum hunc sermonem incepimus. Quòd igitur Geometria quidem totius Mathematicæ pars sit, quod'q; post Arithmeticam secundum obtineat locum, quippe cùm ab hac perficiatur, atque determinetur (quicquid enim in ipsa exprimi, atque cognosci potest, ab Arithmeticis rationibus determinatur) à veteribus dictum fuit, nec lõgo indiget in pręsentia sermone. At à nobis quoq; de hac enarratio pro animi sententia fieri posset, si subiectam ipsi materiam consideraremus, quem inter ea, quæ sunt, sortita sit locum, & essentiam. Ex hac enim bene perspecta, scientiæ quoque vis ipsam cognoscentis, vtilitasq́ue ab ipsa proueniens, nec non illud, quod à discentibus comparatur bonum, statim apparebit. Etenim dubitaret aliquis in quo eorum, quę sunt genere Geometricam ponens materiam ab ea, quæ de ipsa habetur veritate non aberret. Si .n. figuræ, de quibus Geometra disserit in sensilibus sunt, nec ab ipsa separari possunt materia: Quomodo adhuc Geometriam à sensilibus nos liberare, ad incorporeamq́ue substantiam deducere, item'q; ad intellectilium inspectionem assuefactionem esse, ad mentisq́ue actionem præparare dicemus? Vbi autem impartibile signum in sensilibus vnquam spectauimus, vel lineam omni latitudine carentem, vel non

Dubitatio bimẽbris.

Primũ mẽbrum.

Primũ argumentũ.

Secundum argumẽtũ.

profundam superficiem, vel à centro ad circunferentiam linearum æqualitatem, vel omnino multiangulas, multarumq; basium figuras omnes, de quibus Geometria docet? Quonā demum pacto huiusce scientiæ rationes tales queunt permanere, vt conuinci nullo modo possint: cùm sensiles quidem formæ, atque figuræ magis, & minus suscipiant, mobiles omnes, atq; mutabiles existant, omniquè sint materiali varietate refertæ, & æqualitas quidem vnà cum sibi contraria inæqualitate subsistat: impartibilia verò, secundum partitionem, interuallumquè sint progressa? Quòd si extra materiam sunt subiecta Geometriæ, formæquè puræ, & à sensilibus separatæ: impartibiles proculdubio omnes erunt, & incorporeæ, & magnitudinis expertes. Extensio nanque, tumor, omninoquè interuallū propter materiale receptaculum formis aduenit, quod impartibilia quidem, partibiliter: dimensione autem carentia, vnà cum dimensione: immobilia verò, mobiliter suscipit. Quomodo ergo rectam lineam, triangulum, circulumquè secamus? Quomodo angulorum differentias dicimus, ipsorumquè, & figurarum accretiones, atque decretiones, vtputa triangularium, vel quadrangularium? Quomodo circulorum, vel rectarum linearum contactus? Cuncta enim hęc partibilem esse Geometricam ostendunt materiam, neque in impartibilibus insidere rationibus. At dubia quidem talia sunt, præter illud etiam q Plato in cogitatione positas quidem Geometriæ formas appellat, progredi autem nos à sensilibus ad huiuscemodi formas, exurgereque à sensu ad mentem concedit, tametsi (vt superius diximus) quæ in cogitatione sunt rationes indiuiduæ sint: & nullo interuallo distent: & secundum Animę proprietatem subsistant. Si autem & rebus ipsis, & Platonis doctrinæ conuenientes reddendæ sunt rationes, hoc pacto diuidentes dicamus. Omne vniuersale, vnūquè plura continens aut in singularibus excogitari innatum est, apparereùe tale, quod existētiam quoq; in his habeat: inseparabile ab ipsis existat: in ipsisquè dispositum sit, ac distributum: & cum his vel simul moueatur, vel firmiter, immobiliterquè consistat: Aut ante multa subsistere, multitudinisquè gignendæ vim habere, multis à sese imagines præbens, & ipsum impartibiliter quidem præstructum eis, quibuscum participat, varias autem ad secunda participationes suggerens: Aut excogitatione à multis formari, & existentiam gignentem habere, postremoquè multis insidere. Iuxta enim has trinas subsistentias comperiemus (vt censeo) alia quidem ante multa, alia autem in multis, alia verò, quæ per respectum, quem habent ad ipsa, prædicationemquè, subsistunt.

Tertiū argumētum

Secundum membrum

Primū argumētum.

Secundum argumētū

Tertiū argumentū.

Quartum argumētū ab autoritate Plato nis in 7. de Rep. vide etiā Arist. 2. phisico. & 3. de aia

Solutio.

Diuisio ipsius vniuersalis.

Triplices vniuersales formæ sunt.

subsistunt. Triplicibus autem (vt vnico verbo absoluam) vniuersalibus formis existentibus, eius formæ, qua multa participãt, quęque in multis est, & particularia complet, differentias, iuxta subiectam materiam considerabimus. Ipsiusq́ue participantia duplicia ponentes, vna quidem sensilia, altera verò in phantasia subsistentia (materia siquidem duplex est: vna quidem eorum, quæ sensui coniugata sunt: altera verò eorum, quæ sub phantasiam cadunt, vt quodam in loco & Aristoteles ait) id vniuersale, quod in multis est distributum, duplex esse concedemus. Alterum quidem sensile, tanquã quo sensilia participent: alterum verò imaginabile, tanquam quod in phantasiæ multitudinibus subsistat. Phantasia nanq; propter motum formantem, atque eò quòd cum corpore, & in corpore subsistit: partibiles semper, & diuisas, & figuratas fert impressiones. Et quicquid ab ea cognoscitur, talẽ sortitũ est existentiã. Vnde sanè & mentẽ passibilẽ eam quispiam vocitare non dubitauit. Atqui si mens est, quonã modo non impassibilis est, nec materiæ expers? Sin autem cum passione agit, quopacto adhuc mens vocabitur? Iure .n. optimo impassibilitas quidem menti, intelligentiq́ue naturæ competit: passibile verò, ab illa longè abest essentia. Sed (ni fallor) ipsius inter maximè primas, atque postremas cognitiones medietatem explicare volens, simul & mentem ipsam vocitauit, tanquam primis similem, & passibilem, iuxta eam, quam habet cum postremis cognationem. Nam primæ quidem cognitiones, figurarum, formarumq́ue expertes sunt: intellectilia in sese comprehendentes, & circa sese agentes, & eis, quæ sub cognitionem cadunt coniunctæ, ab omniq́ue impressione, ac passione aliunde adueniente immunes. Vltimę verò, per instrumenta sese exercent, & passiones potius sunt, cogntiones extrinsecus admittentes, vnaq́ue cum subiectis sese commouentes. Tales enim (inquit Plato) sunt sensus, qui ex violentis passionibus fiunt. At phantasia medium inter cognitiones obtinens centrum, excitatur quidem à sese, promitq́ue id, quod sub cognitionem cadit: eò autem ꝙ extra corpus non est, ab illa vitæ impartibilitate ad partitionem, & interuallum, & figuram, ea, quæ sub ipsius cadunt cognitionẽ deducit. Et ideo quicquid nouerit, impressio quędam est, & forma intelligentię. Circulum'q; vnà cum suo cognoscit interuallo, ab externa quidẽ materia immunem, intellectilem verò, quæ in ipsa est materiam habentem. Atq; idcirco non vnus tantum in ipsa est circulus, quemadmodum neq; in sensilibus. Simul nanq; apparet distantia, maius'q;, & minus, necnon circulorum, ac triangulorum multitudo. Si igitur insensi-

Duplex materia ex sententia Arist. i 7. meta. 35. & 39.

Duplex vniuersale, quod in multis est

Arist. 3. de aia, tex. 20.

Plato in Timęo.

Phantasia media est inter sensũ & mentem.

in sensilibus circulis vniuersale distributum est, quod vnumquencß etiam ipsorum, circulum perficit, omnesque sibijnuicem similes, vna ratione subsistentes, magnitudinibus verò, vel subiectis differentes: In ijs etiam, qui in phãtasia sunt circulis est quoddam commune, cuius omnes illi circuli participes sunt, & iuxta hoc eandem omnes habent formam, inest autem ipsis differẽtia iuxta vnum hic tantùm, in phantasia, scilicet magnitudinem. Cùm enim plures circa idem centrum imaginatus fueris, in vnoquidem omnes subiecto immateriali, & in vita existentiam habent, quę à simplici corpore est inseparabilis, interualloque impartibilem superat essentiam: differunt verò magnitudine, & paruitate, & quia contineantur, & contineant. Duplex ergo vniuersale illud, quod est in multis intelligatur. Vnum quidem in sensilibus: alterum verò in imaginabilibus. Duplexque circularis, atque triangularis, omninoque figuræ, ratio. Altera quidem in intellectili, altera verò in sensili materia. Præit autem, hisque antiquior est, quæ in cogitatione residet ratio, quæque in ipsa consedit natura. Altera quidem immaginabilium circulorum, & vnius in ipsis existẽtis formæ: altera verò sensilium autor. Sint enim qui in cœlo sunt circuli, & omnino qui à natura producti sunt: quorum sicut sub distributionem non cadit, quę in cogitatione est ratio, ita & naturalis. Sunt nanque ea, quæ cum interuallo sunt, nullis distincta interuallis: & partibilia, impartibiliter: & magnitudines, absque magnitudine in incorporeis causis, quemadmodum & è contrario impartibilia, partibiliter: magnitudinisque expertia, cum magnitudine in corporeis. Quapropter ille quidem, qui in cogitatione est circulus, vnus, & simplex est, ab interualloque immunis: & magnitudo insuper ipsa, expers magnitudinis ibi: figuraque, nulla figura expressa. Nam rationes absque materia talia sunt. Qui autem in phantasia: partibilis, figuratus, cum interuallo, nõ vnus duntaxat, sed vnus, & plures, nec forma tantùm, sed distributa forma. Qui verò in sensilibus: compositus, magnitudine distans, & certa ratione diminutus, & ineptiarum plenus: ab immaterialiumque puritate longè deficiens. Geometriam itaque, cùm de circulo quicquam loquitur, atcß diametro, deque passionibus, atque affectionibus, quæ ad circulum spectant, vt de contactibus: diuisionibus: & de ijs, quæ huiusmodi sunt: neque de sensilibus docere, differereque dicimus (ab ipsis siquidem separare conatur) neque de ea, quæ in cogitatione est forma (vnus enim est circulus, ipsa verò de pluribus suos habet sermones, de vnoquocß proponẽs, deque omnibus eadem contemplans: & indiuisibilis quidem ille, diuisibilis ve-

Duplex est circularis, & triãgularis ratio.

Geometria vniuersale illud considerat, qđ in imaginabilibus distributũ e.

rò,

rò, qui in Geometria eſt circulus) verùm vniuerſale quidem ipſum conſiderare fatebimur, ſed illud, quod in imaginabilibus diſtributum eſt circulis. Et alium quidem intueri: per aliumquè, eum, qui in cogitatione eſt circulum contemplari: circa alium verò demonſtrationes facere. Cùm enim cogitatio rationes habeat: nequeat autem eas contractè perſpicere: diſtrahit ipſas, ac ſubducit, & in phantaſiam in veſtibulis collocatam promit, in illaqùe, aut etiam cum illa ipſarum circumuoluit cognitionem: diligens quidem à ſenſilibus ſeparationem, imaginabilem verò materiam idoneam ad recipiendas eius formas comperiens. Quapropter eius quoque intellectio non ſine phantaſia eſt. Compoſitioneſqùe figurarum, ac diuiſiones imaginabiles ſunt, cognitioqùe ipſarum via quidem eſt, quæ nos ad eam perducit eſſentiam, quam per cogitationem aſſequimur: nondum autem ad illam decucurrit, cùm cogitatio ipſa ad exteriora inſpiciat, hæcqùe iuxta interiora contempletur, & rationum impreſſionibus vtatur, à ſeſeqùe ad exteriora moueatur. Quòd ſi vnquam cùm interualla contraxerit, impreſſioneſqùe, & multitudinem ſine impreſſione, atq; vniformiter perſpexerit, ad ſeſe reuerti potuerit: tunc eximiè rationes viderit Geometricas, partitionis inquam, interualliqùe expertes, atque eſſentiales, quarum copia eſt. Hæcqùe ipſius actio finis porrò Geometrici ſtudij erit optimus: ac verè doni Mercurialis opus, à quadam Calypſone ipſam ad perfectiorem, magiſqùe intelligentem reducentis cognitionem: necnon ab ijs, quæ in phantaſia ſunt informantibus apprehenſionibus ſoluentis. Et hanc quidem meditationem verum Geometricum meditari oportet, ad excitationemqùe, necnon ad eũ tranſitum, qui à phantaſia ad ſolam cogitationem fit, ipſam per ſeſe finem facere. Surripiendo ſe ſe ab interuallis, paſſibiliqùe mente ad eam actionem, quæ in cogitatione eſt. Per quam cuncta ſine interuallo cernet, & ſine parte circulum, ac dimetientem, & quæ in circulo ſunt multiãgula, omnia qùe in omnibus, & vnumquodq; ſeorſum. Ob hoc enim oſtendimus etiam in phantaſia, & in multiangulis circulos inſcriptos, & in circulis multiangula: alternam rationum partis expertium imitantes oſtenſionem: Idcircò igitur & figurarum conſtitutiones, & ortus, & diuiſiones, & poſitiones, & applicationes deſcribimus: quoniam phantaſia inſuper vtimur, huiuſcemodiqùe ex hac diſtantijs. Siquidem forma ipſa immobilis eſt, & ingenita, & indiuiſibilis, & ab omni ſubiecto immunis. Verùm quæcunq; etiam in illa latenter ſunt, cum interuallis, partibiliterqùe in phantaſiam producuntur. Et quod promit quidem, cogitatio eſt; à quo autem pro-

Idẽ vide ſuperius i lib. 1. c. 1.

Optimus finis Geometrici ſtudij, & doni Mercurialis opus.

De Calypſone vide Plutar. in opuſc. de vitãdá vſura.

promuntur forma, quæ in cogitatione est: in quo verò est id, quod promitur, pasſibilis, quæ vocatur mens. Quæ ſeſe circa veræ mentis impartibilitatem obuoluit, & à ſeſe puræ intelligentiæ vim ab interuallo immunem ſeparat, & ſeſe iuxta omnes informes ſpecies conformat, omniaqúe prorſus euadit, ex quibus conſtat cogitatio ipſa, & quę in nobis eſt impartibilis ratio. Hęc demum de Geometrica erant nobis dicenda materia, cùm haud ignoraremus quęcunque Porphyrius quoque Philoſophus in Miſcellaneis conſcripſit, & quæcunque quāplurimi Platonicorum deſcribunt. Hæc autem Geometricis tractationibus magis cōuenire arbitrati ſumus, & Platoni, qui quę Geometriæ ſubijciuntur ea eſſe vult, quæ ſub cogitationem cadunt. Hæc enim ſibi inuicem congruunt: quoniam Geometricarum formarum cauſæ quidem, per quas cogitatio etiam demonſtrationes profert, in ipſa præextiterunt cogitatione; ipſæ verò ſingulæ, quæ diuiduntur, ac componuntur Figuræ, in phantaſia ſitæ ſunt.

Porphyrius in Miſcellaneis.

Pla. in Timæo, & in 7. de Rep.

## Quæ ſcientia, Geometria ſit. Cap. II.

DE ipſa verò ſcientia, quæ horum contemplandorum vim habet deinceps dicamus. Geometria igitur eſt Magnitudinū, & Figurarū, & in his exiſtentiū Terminorum, & Rationum, quæ in ipſis ſunt, & earum, quæ circa hæc contingunt Paſſionū, variarumqúe Poſitionum, ac Motuū cognitrix. Ab impartibili quidē Signo progrediēs, ad Solida autem vſq; deſcendens, multiformeſqúe ipſorum differentias inueniens. Rurſuſqúe à compoſitionibus ad ſimpliciora, & ad horum recurrens principia. Compoſitionibus enim, ac Reſolutionibus vtitur, ſemper quidem à ſuppoſitionibus incohans, principia quoque à præuia ſibi aſſumendo ſcientia: cunctis verò Dialecticis vijs vtens. In principijs quidem, formarum Diuiſionibus à generibus, Definitibuſqúe orationibus. In eis autem, quæ poſt principia ſunt, Demonſtrationibus, ac Reſolutionibus. Vt & à ſimplicioribus varia magis oſtendat prodeuntia: & ad ipſa rurſus redeuntia. Et ſeorſum quidē de ſibi Subiectis verba faciens: ſeorſum autem de Pronunciatis, à quibus ad Demōſtrationes exurgit: ſeorſum verò de per ſe Accidentibus, quæ Subiectis quoq; ineſſe oſtendit. Vnaquæq; n. ſcientiarum aliud quidem habet genus, circa quod verſatur, cuiuſqúe paſſiones ſibi conſiderandas proponit: alia verò principia, quibus vtitur in Demonſtrationibus: alia autem, quę per ſe inſunt. Et Pronunciata

Tria i vna quaq; ſcia. requirunē Subiectum Accidens, & Principium.

quidem cõmunia sunt omnibus (licet singulæ propriè ipsis in subiecta sibi vtantur materia) genus verò, & per se accidens diuersum. Geometriç igitur subiecta quidẽ sunt, Triangula, Quadrangula, Circuli, Fguræque prorsus, ac Magnitudines, harumque Termini. Quæ autẽ his per se insunt, Diuisiones, Rationes, Contactus, Aequalitates, Applicationes, Excessus, Defectus, huiusccmodi omnia. Petitiones vero, & Pronuntiata, quibus singula demonstrat: illud, à quocunque signo, ad quodcunque signum rectam lineam ducere. Et illud, si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, quæ remanent, æqualia esse. Quæque his cõsequentia sunt. Vnde etiã non omne Problema, nec Quæsitum omne Geometricum est, sed quæcunque ex Geometriæ fluunt principijs. Et qui ex his coargutus, conuictusque fuerit: conuincetur vtique vt Geometra. Quæcunque autem non ex his, haud Geometrica quidem, verùm à Geometrica contemplatione sunt aliena. Et hæc duplicia sunt. Aut enim ex alijs omnino principijs Quæsitum illud est, quemadmodum Quæsitum Musicum à Geometria alienum dicimus, quoniam ab alijs prorsus emanat suppositionibus, non autẽ à Geometriç principijs: Aut tale, quod Geometricis vtatur principijs, sed peruersè, vt siquis dicat parallelas coincidere. Et propterea Geometria quoque instrumenta iudicandi nobis exhibet, ex quibus dignoscere poterimus, quæ nam ipsius consequantur principia, & quæ à principiorum excidant veritate. Modi enim, quibus mendacia redarguere possumus prout errant, hanc habẽt promissionem. Alia nanque Geometrica, alia verò Arithmetica comitantur principia. Quid enim de alijs dicendum est, siquidem ab ijs plurimùm distant? Certior nanque alia, quàm alia est scientia (vt ait Aristoteles) quæ quidem à simplicioribus emanat suppositionibus, quàm ea, quæ magis varijs vtitur principijs: quæque dicit propter quid, quàm ea, quæ tantùm rem ita se habere cognoscit: & quæ circa intellectilia versatur, quàm ea, quę sensilia attingit. Et iuxta hasce certitudinis definitiones, Arithmetica quidem, Geometria certior est: eius siquidem principia simplicitate sua excellunt. Nam Vnitas quidẽ, positionis est expers: Punctum verò, positionem habet. Et Punctum quidem, cùm positionẽ susceperit, Geometriæ principium est: Vnitas verò, Arithmeticæ. Geometria autẽ certior, quàm Sphærica: & Arithmetica, quàm Musica. Hæ nanque causas eorum, quæ sub illis continentur Theorematum vniuersaliter reddunt. Geometria rursus, quàm Mechanica, Perspectiua, ac Specularia: quoniam ipsæ de sensilibus verba faciunt. Arithmetices ergo, ac Geometriæ principia quidem ab aliarum principijs

Geometriç subiecta. Geometriç accidentia. Geometriç principia.

Quæ sint quæsita Geometrica.

Quæ sint quæsita nõ Geometrica. Duplex ẽ quæsitũ nõ Geometricum.

Geometria nobis exhibet instrumenta iudicandi

Aristo. 1. post. t. 42.

Arithmetica certior est quàm Geometria. Geometria certior quàm sphærica, & Arithmetica, quàm Musica. Geometria certior quàm Mechanica, Perspectiua, & Specularia

cipijs differunt, harum verò duarum suppositiones distant quidem inuicem iuxta eam, quam diximus differentiam, inuicemque conueniunt. Quapropter eorum etiam, quæ in eis demonstrantur theorematum, alia quidem sunt ipsis communia, alia verò vtrique propria. Nam illud quidem, omnem rationem exprimi posse, soli competit Arithmeticæ: Geometriæ verò minimè. Sunt enim in ipsa rationes etiam, quæ exprimi non possunt. Illud quoque, quadrangulorum gnomones secundum minus terminari, Arithmeticæ proprium: in Geometria enim minimum prorsus non datur. Geometriæ verò peculiaria sunt ea, quæ circa positiones versantur: numeri enim nullam habent positionem. Quæ circa contactus: tangere enim in continuis reperitur. Quæ circa eas proportiones, quę exprimi nõ possunt: vbi enim in infinitum procedit diuisio, ibi quoque quod exprimi non potest extat. Ambabus autem communia sunt, quæ de diuisionibus habentur, quales tradit Euclides in secundo: præter illam, quæ in extremam, & mediam rationem rectam diuidit lineam. Rursus autem horum communium theorematum, alia quidem à Geometria transferuntur in Arithmeticam: alia autem contrà ab Arithmetica in Geometriam: alia verò ambabus similiter competunt, quæ à tota Mathematica sciẽtia in ipsas deueniunt. Nam permutatio quidem, & rationũ conuersiones, et cõpositiones, ac diuisiones, hoc modo ambabus cõmunia sunt. Quæ verò cõmensurabilia sunt, Arithmetica quidem primùm inspicit: postea verò Geometria, illam imitans. Vnde etiam huiuscemodi cõmensurabilia, hæc esse determinat, quęcunque rationem ad se inuicem habent, quam numerus ad numerum: vtpotè quòd commensurabilitas in numeris præcipuè subsistat. Vbi nanque numerus, ibidem etiam cõmensurabile: & vbi cõmensurabile, ibi & numerus. Triangula demum, & quadrangula Geometria quidem primùm inspicit: iuxta proportionem autem ab ipsa accipiens, Arithmetica. In numeris enim figuræ, iuxta causam sunt. Ab effectibus igitur excitati, ad ipsarum causas, quæ in numeris sunt, trãsimus. Et quandoque quidem indifferenter eadem accidentia inspicimus, veluti cùm omne multiangulum à nobis in triangula resoluitur: Quandoque verò proximo contenti sumus, veluti cùm quadrangulum quadranguli duplum in Geometria inuenerimus: in numeris autem hoc non habentes, vno defficiente alterum alterius duplũ eẽ dicimus. Verbi gratia, eius, qui à quinario fit quadrati numeri, ille, qui fit à septenario duplus est, vno defficiente. At hæc quidem in longum produximus, communionem, quæ iuxta harum duarum

Arithmetices, & Geometriæ principia differunt inuicem, & cõmunicant.

Quæ sint cõia Arithmeticæ, & Geometriæ theoremata, & quę vtriq; propria.

Cõmuniũ theorematum distinctio.

ſcientiarum principia eſt, atque differentiam oſtendentes. Ad Geometricum ſiquidem ſpectat conſpicere cõmunia quidẽ theoremata, à quibus cõmunibus deriuentur principijs: propria verò, à quibus. Et ſic non Geometrica quidem, ac Geometrica diſtinguere. Et hæc quidem ad aliam: hæc verò, ad aliam afferre ſcientiam.

Vnde nam tota inceperit Geometria, & quouſque progrediatur, quæque ſit ipſius vtilitas.
Cap. III.

ALtius autem rurſus exordium ſumentes, totam contẽplemur Geometriam, vnde nam inceperit, & quouſque progrediatur. Sic .n. ornatũ, qui in ipſa eſt rectè perſpiciemus. Intelligemus ſanè per omnia ea, quæ ſunt, ipſam ſimul extendi: & cunctis ſuas accõmodare animaduerſiones: & omnium formas in ſe continere: & iuxta quidem ſupremum eius, quodque ſummam intelligendi vim habet, ea, quæ verè ſunt circunſpicere: & imaginibus edocere diuinorum quidem ornatuum proprietates, intelligentiumque formarũ potentias. Nam harũ quoque rationes in proprijs habet contẽplationibus. Et oſtendit quænam Dijs quidem conuenientes figuræ ſint: quæ verò primis eſſentijs: quæ autem animarum ſubſtantijs. Iuxta verò medias cognitiones, cogitantes euoluit rationes: & eam, quæ in eis eſt, varietatem explicat, atque inſpicit: ipſarumque exiſtentiam oſtendit, & eas, quæ in ipſis ſunt paſſiones: necnon ipſarum cõmunitates, & differẽtias. E quibus ſanè imaginabiles quoque figurarum informationes finibus terminatis cõprehendit, ad eſſentialemque rationũ redigit ſubſtantiam. Iuxta autem tertias cogitantis intelligentiæ propagationes, naturam conſiderat, traditque quonam pacto ſenſilium elementorum formæ, & earum, quæ in ipſis ſunt potentiarum, iuxta cauſam in rationibus ipſis ſunt præacceptæ. Habet .n. imagines quidem vniuerſorum intellectilium generum: exemplaria verò ſenſiliũ: ſuam autem iuxta ea, quæ cogitationi ſubiecta ſunt cõpleuit eſſentiam. Per hæcque veluti per media ad vniuerſa ea, quæ ſunt, & ea, quæ fiunt aſcendit, atque deſcendit. Geometricè verò de ijs, quæ ſunt, ſemper philoſophando, in omnibus etiam virtutum rationibus cõprehendit imagines intelligentium, animaliumque, & naturalium rerum. Et omnes ordinatim Rerumpublicarum tradit ornatus: & varias ipſarum in ſe oſtendit mutationes. Hæc quidem agens ĩmateriali quadam, cognoſcendique vi: materiã verò attingens, multas à ſe ſe pro-

mit

mit scientias: vt Geodesiam, Mechanicam, & Perspectiuã. Quibus mortalium quoque vitam maximis afficit beneficijs. Bellica etenim instrumenta, ciuitatumque propugnacula hisce scientijs construxit. Et montium circuitus, locorumque situs cognitos fecit. Mensuras demum edocuit: alias quidem earum, quę in terra: aliàs verò earum, quæ sunt in mari viarum. Necnon Libras, Trutinasque construxit. Ex quibus æqualitatem iuxta numerum, certã ciuitatibus reddidit. Itemque totius orbis terrarum ordinem, per imagines clarum effecit. Plurimaque hominibus ab ijs, quæ incredibilia sunt, manifestauit, omnibusque ostendit credibilia. Quale sanè Hieron quoque Syracusius de Archimede dixisse fertur, cùm nauem trinis instructam velis fabricasset, quam Ptolemæo Aegyptiorum regi mittere pręparabat. Cùm .n. omnes vnà Syracusij nauẽ illã protrahere minimè possent, Archimedes Hieronem solum ipsam subduxisse fecit. Stupefactus autẽ ille, ab hac (inquit) die de quocunque dixerit Archimedes, illi credendum est. Idem autem Gelonem etiam aiunt dixisse, cùm corona, quam fabricatus est non soluta, singulum cõmistarum materiarum pondus comperisset. Hæc quidem Antiquorũ plurimi memoriæ prodiderunt, Mathematicam laudibus efferre volentes: & proinde pauca ex pluribus nos in præsenti apposuimus, Geometriæ omnino cognitionem, vtilitatemque ostendentes.

Hierõ Syracusius.

Gelonis corona.

## Quis sit Geometriæ ortus, quæque fuerint ipsius inuentores Cap. IIII.

ORtus autẽ ipsius, qui hoc seculo extiterit, posthæc indicandus est. Diuinus .n. Aristoteles dixit easdẽ sententias sæpe ad homines peruenire iuxta quasdam ordinatas ipsius orbis conuolutiones. Nec nostris quidem temporibus primùm, vel eorũ, qui à nobis cogniti sunt scientias constitutionem suscepisse, verùm in alijs quoque conuolutionibus (nec licet dicere quot partim præteritis, partim autem futuris) & apparuisse ipsas, & rursus euanuisse. At quoniam principia quoque artium, atque scientiarum, iuxta præsentem conuolutionem consideranda sunt, dicimus quòd à plerisque memoriæ proditum est, apud Aegyptios Geometriam primùm inuentã fuisse, quæ ab agrorum emensione ortum habuit. Hæc siquidẽ illis necessaria fuit, propter Nili inundationẽ, conuenientes singulis terminos diluentis. Nec mirum videri conuenit à cõmodo, & opportunitate tam huius, quàm aliarum scientiarum inuentionem sumpsisse initium. Siquidem quod in

Aristo. 1. de cœlo tex. 22. & 1. meteo. cap. 3.

Geometria ortum habuit ab agrorum emẽsione apud Aegyptios primùm.

in generatione fertur, ab imperfecto ad perfectum procedit. A' sensu igitur ad considerationem, & ab hac ad mentem nón immeritò fiet transitus. Quemadmodum ergo apud Phœnicas propter mercaturas, atque cõmertia, numerorum certa cognitio sumpsit exordium, ita sanè apud Aegyptios quoque Geometria ob iam memoratam reperta est causam. Cùm itaque Thales primùm Aegyptum petijsset, hanc cognitionem in Græciam transtulit. Et multa quidem ipse inuenit, multorum autem principia sibi succedentibus enarrauit. Alia quidẽ vniuersalius, alia verò sensibilius attingens. Post hunc autem Ameristus Stesichori Poetæ frater, tanquam qui Geometriæ studium tetigit, degustauitqúe memoratur, cuius Hippias quoque Eleus mentionem fecit, veluti in Geometria gloriam reportantis. Post hos autem Pythagoras eã Philosophiã, quæ circa ipsam Geometriã versatur, in liberalis doctrinæ figurã cõmutauit, altius ipsius principia cõsiderans: immaterialiterqúe, & intellectiliter theoremata perscrutans. Qui sanè eorum etiam, quæ explicari in Geometria non possunt tractationem, mundanarumqúe figurarum constitutionẽ inuenit. Hunc verò secutus Anaxagoras Clazomenius multa, quæ ad Geometriam pertinent aggressus est. Oenopidesqúe Chius, qui fuit Anaxagora aliquanto iunior, quorum Plato quoque in Riualibus meminit, veluti eorum, qui in Mathematicis gloriã sint consecuti. Quibus succedens Hippocrates Chius, qui lunulę quadraturam inuenit, Theodorusqúe Cyrenęus insignes in Geometria euasere. Primus nanq; eorum, qui cõmemorantur, Hippocrates Elementa conscripsit: Plato autẽ cùm his successisset, fecit tum Geometriam ipsam, tum etiã cæteras Mathematicas Disciplinas maximum suscepisse additamentum, propter ingens, quod ipsis adhibuit studium. Quẽadmodum alicubi ipse sese manifestat, & volumina Mathematicis sermonibus reddendo frequẽtia: & vbiq; excitando quod in ipsis mirabile est, Philosophiãqúe attingit. Hoc autem tẽpore fuit & Leodamas Thasius, & Architas Tarentinus, & Theęthetus Atheniensis: à quibus theoremata aucta sunt, ad peritioremqúe peruenere constitutionem. Leodamante autem iunior Neoclides fuit, huiusqúe discipulus Leon: qui ad ea, quæ superiores excogitauerant multa addiderunt. Ita vt Leon Elementa quoq; construxerit accuratius, & propter multitudinem, & propter vsum eorum, quæ in ipsis ostenduntur: & determinationem inuenerit, quando scilicet quod quęritur problema possibile sit, & quandò impossibile. Eudoxus autem Cnidius Leonte quidem paulò iunior, sodalis verò Platonis, primus multitudinem eorum theorematum,

quæ

Apud Phęnicas numerorũ incepit cognitio. Mathematici clari. Thales Milesius primus, ab Aegypto in Græciam Geometriam trãstulit. Ameristus Hippias Pythagoras. Anaxagoras. Oenopides. Hippocrates. Theodorus. Plato Leodamas Architas Theęterus Neoclides Leon. Eudoxus.

quæ vniuersalia appellantur locupletiorem reddidit; & tribus Proportionibus adiecit tres alias: & quæ circa sectionem à Platone sumpserāt initium, in huberiorem diffudit multitudinem, resolutionibus etiam in ipsis vsus. Amyclas verò Heracleotes vnus ex Platonis familiaribus, & Menæchmus Eudoxi quidem discipulus, cum Platone autem versatus, eiusq; frater Dinostratus perfectiorem adhuc totā fecerunt Geometriam. Theudius autem Magnes, tum in Mathematicis disciplinis, tum etiā in reliqua Philosophia præcellere visus est. Elementa nanque construxit egregiè, multaque particularium, magis vniuersalia fecit. Cyzicinus præterea Atheniensis ijsdem temporibus vigens, & in alijs quidem Mathematicis disciplinis, potissimùm autem in Geometria illustris euasit. Diuersabantur itaque hi inuicem in Academia, communes proponendo quæstiones. Hermotimus autem Colophonius, quæ ab Eudoxo, & Theęteto prius edita fuerant huberiora fecit, cōpluraq; inuenit Elementa, Locosq; nonnullos conscripsit. Philippus autē Mendęus Platonis discipulus, ab ipsoq; in Mathematicis disciplinis incęsus, & quæstiones iuxta Platonis institutiones faciebat, & hæc sibi proponebat exquirenda, quæcunque Platonicę Philosophiæ conducere existimabat. Qui itaque historias perscripsere, hucusque scientiæ hujus perfectionem producunt. Non multò autē his iunior Euclides est, qui Elementa collegit, & multa quidem construxit eorum, quæ ab Eudoxo: multa verò perfecit eorum, quæ à Theęteto reperta fuerant. Ea præterea, quæ a prioribus molliore brachio ostensa fuerāt, ad eas redegit demonstrationes, quæ nec coargui, nec conuinci possunt. Fuit autē iste vir primi Ptolemæi temporibus. Archimedes nanque in primo, & in alijs libris Euclidis meminit. Quin etiam ferunt olim Euclidem à Ptolemæo interrogatum esset'ne aliqua ad Geometriam capessendam Elementari institutione breuior via, respondisse nullam esse viā regiā, quæ ad Geometriā ducat. Platonis igitur familiaribus iunior quidē est, antiquior verò Eratosthene, & Archimede (hi.n. vno, eodemq; tēpore vixerunt, vt tradit Eratosthenes) Secta aūt Platonicus, huicq; philosophię familiaris est. Vnde sanè totius quoq; Elemētorū institutionis finē statuit, earū, quæ Platonicæ appellātur figurarū cōstitutionē.

Amyclas. Menæchmus. Dinostratus. Theudius. Cyzicinus. Hermotimus. Philippus Mendęus. Euclides. Primus Ptolem. Archimedes. Eratosthenes. Platonicę figuræ.

## Quæ Euclides Mathematica scripserit volumina. Cap. V.

SVnt itaque multa quoque alia huiusce viri Mathematica volumina,

Euclidis opera

Perspectiua. Specularia. Musica. Liber de diuisionibus. Geometrica Elementa.

na, admirandę diligentię, peritięque cuiusdam considerationis plena. Talis enim est eius Perspectiua, & Specularia. Tales etiam, quæ ad Musicam capessendam conducunt Elementares institutiones. Itemque de Diuisionibus liber. Præcipue verò circa Geometricam Elementorum institutionem eum quispiam admirabitur, propter ordinem, & electionem eorum, quę per Elementa distribuit Theorematum, atque Problematum. Etenim non ea assumpsit omnia, quę poterat dicere, sed ea duntaxat, quæ Elementari tradere potuit ordine. Adhuc autē omnis generis syllogismorū modos, alios quidē à causis fidem suscipientes, alios verò à certis notis profectos: omnes autem inuincibiles, & certos, ad scientiamque accommodatos. Præter hos autem cunctas Dialecticas vias, Diuidentem quidem, in formarum inuentionibus: Definientem verò, in essentialibus rationibus: Demonstrantem autem, in his, quæ à principijs ad quæsita fiunt progressionibus: Resoluentem verò, in his, quæ fiunt à quæsitis ad principia reuersionibus. Quinetiam varias conuersionum species, tum earum, quæ simpliciores, tum etiam earum, quæ compositiores sunt, in hac tractatione commodè est intueri. Et quæ quidem tota totis conuerti possunt: quæ verò, tota partibus, & contrà: quæ autem vt partes partibus. Adhuc autem dicimus inuentionum continuationem, dispositionem, atque ordinem pręcedentium, & sequentium, vim, qua singula tradit, vel etiā quodcunque addens, vel auferens, haud fallitur à scientia elapsus, ad contrariumque mendacium, & ignorantiam deductus. Quoniam autem multa imaginamur tanquam quę veritati adhęrent, quęque parientibus scientiam principijs sunt consequētia, quæ tamen tendunt in eū, qui ex principijs fluit errorem, rudioresque decipiunt, horum quoque perspicacis prudentiæ Methodos tradidit. Quas habentes, exercere quidem poterimus ad fallaciarum inuentionem eos, qui hanc inspectionem aggrediuntur, ab omnique deceptione permanere immunes. Atque hoc sanè volumen, per quod hanc infert nobis pręparationē (ψευδαρίων) hoc est Mendaciorū, siue Fallaciarum inscripsit. Quippe qui modos ipsarum varios ordinatim enumerauit, atque in vno quoque cogitationem nostram varijs exercuit theorematibus. Et mendacio verum comparauit, experientiæque ipsi, deceptionis redargutionem coaptauit. Hic itaque liber purgandi, exercendique vim habet. Elementaris verò ipsius peritæ Geometricarum rerum contemplationis institutio, inuincibilem, perfectamque habet enarrationem.

Liber Mendaciorum, siue Fallaciarum.

## Quod nam sit Geometriæ Propositum. Cap. VI.

QVod igitur huius tractationis Propositum sit, fortasse sciscitabitur aliquis. Ego autem huic quoque dicerem, Propositũ esse distinguendum, tum iuxta res, de quibus quæsita fiunt, tum etiam iuxta addiscentem. Et ad ipsa quidem subiecta respicientes, dicimus quòd de Mundanis vtique Figuris omnis Geometræ est sermo. Quippe qui à simplicibus quidem incipit, in harum verò constitutionis varietatem desinit. Et seorsum quidem singulas constituit, simul verò ipsarum in Sphæram inscriptiones, quasq́ue habent rationes tradit. Quapropter singulorum quoque librorũ Proposita ad Mundum esse referenda nonnulli opinati sunt, ipsorumq́ue vsum, atque vtilitatem, quam ad Vniuersi contemplationẽ nobis afferrent, memoriæ prodiderunt. Ad addiscẽtem verò respiciendo Propositum distinguentes, hoc ipsum quod (Stichiosis) dicitur, hoc est Elementorum institutio, ipsi Propositum esse dicemus: necnon addiscentium cogitationis perfectionem ad vniuersam Geometriam. Ab his enim auspicantes reliquas quoque huiusce scientiæ partes cognoscere, varietatẽq́ue in ipsa existentem comprehendere poterimus. Et sine his impossibilis nobis, incomprehensibilisq́ue cæterorum est disciplina. Principalissima nanque, ac simplicissima, primisq́ue suppositionibus maximè cognata Theoremata hic ordine decenti congregata sunt. Cæterorumq́ue demonstrationes his tanquam notissimis vtuntur, ab hisq́ue egressæ sunt. Quemadmodũ sanè Archimedes quoque in ĳs, quæ de Sphæra, & Cylindro cõscripsit, & Apollonius, ac reliqui omnes ĳs, quę in hac ostensa sunt tractatione, tanquã euidentibus videntur vti principĳs. Propositum igitur id est, addiscentes nempe ad totam scientiam Elementis instituere, Mundanarumq́ue Figurarum determinatas constitutiones tradere.

Duplex propositum.

Primum Geometrę Propositũ

Quorũdã opinio.

Secundum Geometrę Propositũ

Archimedes.

Apollonius.

Geometriæ totum Propositũ

## Vndenam ortum sit Elementaris institutionis nomen, & cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc est Elementorũ institutor vocetur. Cap. VII.

HOc ipsum autem (Stichioseos) hoc est Elementaris institutionis, ipsiusq́ue Elementi nomen, ex quo Elementaris quoque institutio, quã

Inscriptio

Triplex Theorema.

Elementũ quid.

quam habet rationem, vt ſanè de inſcriptione etiam aliquid quæramus? Theorematum itaque alia quidem Elementa, alia vero Elementaria appellare conſueuerunt, alia autem extra horum vim determinantur. Elementa igitur nominantur illa quidem, quorum conſideratio ad aliorum pertranſit ſcientiam, & ex quibus dubiorum, quæ in ipſis contingunt ſuccurrit nobis ſolutio. Nam quemadmodum vocis literatæ ſunt quædam principia prima, & ſimpliciſſima, & indiuiſibilia, quibus Elementorum nomen dicamus, omniſquę dictio, atque oratio ex his conſtituta eſt: ita ſanè totius quoque Geometriæ ſunt quædam Theoremata principalia, & ad ea, quæ ſequuntur, principij rationem habentia, & ad omnia ſpectantia, multorumquę accidentium demonſtrationes præbentia, quæ Elementa appellant.

Elementare quid.

Elementaria verò ſunt, quæcunque ad plura ſe extendũt, & ſimplicitatem quandam, atque ſuauitatem habent, non tamen eiuſdem ſunt dignitatis, cuius Elementa: eò quòd ſua contemplatio ad omnem ſcientiam communis non eſt, Exempli gratia, Triangulis ab eorum Angulis ad Latera ductas Perpendiculares in vno Signo coincidere.

Theorema. Quid ſit Theorema quod neq; Elementũ eſt, neque Elementare.

Quæcunque demum neque extenſam in multitudinem cognitionem habent, nec porrò ſcitum quicquam, atque elegans patefaciunt, hæc cadunt etiam extra Elementarium vim.

Duplex Elementum ex Menechmi ſententia.

Rurſus autem Elementum (vt ait Menæchmus) dupliciter dicitur. Quod enim confirmat, eius quod confirmatur Elementum eſt, vt Primum apud Euclidem Secundi, Quintiquę, Quartum. Sic porrò multa quoque inuicem alterum alterius Elemementa eſſe dicentur. Mutuò enim confirmantur. Nam & ex eò, quòd extrinſeci Rectilineorum Anguli, quatuor ſunt rectis æquales, intrinſecorum rectis æqualium multitudo, & è contrario ex hoc illud, oſtenditur. Sumptioniquę huiuſcemodi Elementum aſſimilatur. Aliter præterea dicitur Elementum, in quod cùm ſit magis ſimplex, compoſitum diſſoluitur. Ita autem non omne rurſus, omnis Elementum vocabitur: verùm ea, quæ principaliſſima ſunt, eorum, quæ in rei effectæ ratione ſunt conſtituta.

Petitiones Theorematũ Elementa ſunt.

Cur Euclidis Theoremata Elementa vocentur.

Difficile é Elementa cõſtruere.

Quemadmodum Petitiones, Theorematum Elementa ſunt. Iuxta autem hoc Elementi Significatum Euclidis quoque Elementa conſtructa ſunt. Alia quidem illius Geometriæ, quæ circa Plana verſatur, alia verò Stereometriæ. Eodem ſanè modo in Arithmeticis quoque, in Aſtronomicisquę Elementares inſtitutiones multi conſcripſere. Difficile autem hoc eſt, eligere quidem, commodeque in vnaquaque ſcientia ordinare Elementa,

ex quibus reliqua omnia egrediantur, in quæq́ue resoluantur. Atq; eorum, qui huic rei operam nauarunt, alij quidem plura, alij verò pauciora colligere potuerunt. Et alij quidem breuioribus vsi sunt Demonstrationibus, alij verò in infinitam longitudinem tractationes produxere. Et alij quidem modũ per impossibile, alij verò Proportionem prætermiserunt, alij autem præparationes aduersus destruentes principia moliti sunt. Omninoq́ue plurimi Elementaris institutionis modi à singulis fuerunt inuenti. Oportet autem hanc tractationem omne quidem, quod superuacaneum est de medio tollere: impedimentum siquidem hoc in scientia est. Cuncta verò propositũ continentia, concludentiaq́ue eligere: commodissimum enim hoc in scientia est, atque vtilissimum. Diluciditatis autem simul, ac breuitatis maximam habere curam: harum nanque contraria cogitationem nostram perturbant. Vniuersalem denique Theorematum in terminis cõprehensionem sibi vendicare: quæ enim doctrinam in particularia frustra dissecant, incomprehensibilem efficiunt cognitionẽ. Omnibus autem his modis Elementarem Euclidis institutionem, aliorum institutionibus excellere facilè quispiam reperire posset. Ipsius enim vtilitas quidem, ad primariarum Figurarum contẽplationem maximè confert: diluciditatem verò, ordinatamq́ue traditionẽ, ille, qui fit à simplicioribus ad magis varia transitus efficit, nec non ea, quæ à cõmunibus notionibus habet initium cognitionis perceptio: Vniuersalitatem autem demonstrationis, ea, quæ fit ex primis, principalibusq́ue Theorematibus ad Quæsita migratio. Etenim quæcunque prætermittere videtur, vel ijsdem vijs cognita fiunt, vt Scaleni, Aequicrurisq́ue constitutio: vel tanquam ea, quæ difficilem, infinitamq́ue varietatem inferunt, ab Elementorum electione longè aliena sunt, qualia sunt ea, quæ de Perturbatis habentur Rationibus, quæ Apollonius copiosius tractauit: vel quia ex his, quæ tradita sunt tanquam ex causis facilè constituuntur, quẽadmodum plurimæ Angulorum, Linearumq́ue species. Hæc enim ab Euclide quidem omissa fuere, apudq́ue alios longum sunt sortita sermonem, cognoscuntur autem à simplicibus. Atque hæc de vniuersa Elementari institutione perscribenda nobis erant.

Diuersis modis multi Elementa tradidere runt.

Condĩones quę requiruntur ad optimã Elementorũ institutionem.

Euclidis Elemẽtaris institutio oẽs iã dictas habet conditiones. Et ideo omnes aliorũ institutiones excellit.

Cur quędã ab Euclide prætermittanẽ

Apollonius.

## Quis nam sit Geometricorum sermonum ordo. Cap. VIII.

VNiuersum autem sermonum, qui in ipsa sunt ordinem hoc pacto

nunc edocebimus. Quoniam hanc scientiam (Geometriam inquã) ex suppositione constare dicimus, ex definitisq́ue principijs reliqua, quæ sequuntur demonstrare (vna enim tantùm absque suppositione est, reliquæ verò omnes ab illa sua assumunt principia) necesse est vtique Geometricam Elementorum institutionem construentem seorsum quidem scientiæ tradere principia, seorsum verò, quæ ex principijs fluunt cõclusiones: deq́ue principijs nullam reddere rationem, quæ autem principia consequuntur, rationibus confirmare. Nulla nanque scientia sua demonstrat principia, neque de ipsis verba facit: verùm circa ipsa per sese sibi facit fidem, magisq́ue sunt ei euidentia, quàm quæ ab illis deriuantur. Et illa quidem per sese, hęc verò deinceps per illa cognouit. Ita enim naturalis quoque Philosophus à definito rationes propagat principio, motum esse supponens. Ita Medicus, cæterarumq́ue scientiarum, atque Artium vniuscuiusq; peritus. Quòd siquis principia, & quæ de principijs scatent in idem permisceat, is totam perturbat cognitionem, eaq́ue conglutinat, quę nullo pacto inuicem conueniunt. Principium siquidem, & quod ab ipso emanat, natura ab inuicem distincta sunt. Primùm itaq; (vt dixi) principia, ab eis, quæ principijs consequentia sunt, distinguenda erant. Quod sanè Euclides in vnoquoque (vt ita dicam) suorum librorum facit, qui ante etiam omnem tractationem cõmunia scientiæ huius exponit principia. Deinde ipsa quoque communia principia in Suppositiones, Petitiones, Pronuntiataq́ue diuidit. Differunt nanque hæc omnia inuicem, nec idem est Pronuntiatum, & Petitio, & Suppositio (vt alicubi diuinus Aristoteles asserit) sed cùm quidem, & addiscenti cognitum, & per sese credibile fuerit quod in principijs assumitur ordinem, hoc tale Pronuntiatum est: vt, quę eidem ęqualia, ad inuicem quoque ęqualia esse. Cùm verò audiens dicente aliquo, eius, quod dicitur notionem non habuerit, quę per sese fidem faciat, verùtamen ponit, conceditq́ue id assumenti, tale suppositio est. Nam quòd Circulus sit eiusmodi Figura, non quidem iuxta communem notionem nulla præcedente doctrina præsumpsimus: verũ audiendo, absque demonstratione concedimus. Cùm autem rursus nec cognitum fuerit id, quod dicitur, neque ab addiscente concessum, assumitur tamen, tunc id (inquit) Petitionem appellamus: sicut, omnes rectos àngulos ęquales esse. Hoc autem hi manifestum faciunt, qui de aliqua Petitione tanquam de ęo, quod à nullo per se se concedi potest, pertractare studuerunt. Ac iuxta quidem Aristotelis doctrinam hoc modo distinguuntur Pronuntiatum, Petitio, atque Suppositio.

Prima philosophia.

Nulla scia sua demõstrat principia.

Motus, vt suppositio principiũ é.

Euclides.

Quõ differant inter se Pronuntiatũ, Petitio, & Suppositio ex sententia Ari. 1. poste. tex. 25

ſitio. Sæpenumero autem omnia quoq; hæc quidam Suppoſitiones vocant, quemadmodum Stoici omnem ſimplicem Enunciationem Axioma vocarunt. Quamobrem iuxta quidem horum ſententiam, Suppoſitiones quoque erunt Axiomata: iuxta verò aliorum opinionem Axiomata etiam Suppoſitiones appellabuntur. Rurſus autem, quæ ex principijs ſcaturiunt, in Problemata, Theoremataq́ue diuiduntur. Illa quidem Figurarum Ortus, Sectiones, Ablationes, vel Additiones, omnesq́ue prorſus, quæ circa ipſas ſunt affectiones continentia: Hęc verò, quæ per ſeſe ſingulis accidunt oſtendentia. Quęadmodum enim effectrices Scientię, contemplationis ſunt participes: eodem ſanè modo contemplantes quoque, operationum loco Problemata præaſſumpſere. Olim autem veterum Mathematicorum alij quidem omnia appellare Theoremata voluerunt, quemadmodum Speuſippi, Amphinomiq́ue Sectatores, arbitrati ſcientijs contemplantibus magis eſſe propriam Theorematum appellationem, quàm Problematum. Præſertim cùm de æternis verba faciant. Ortus enim in æternis non eſt. Quamobrem neque Problema locum in his quidem habebit: ortum, effectionemq́ue eius, quod prius nõ erat enuntiando, vtputa Aequilateris Trianguli conſtitutionẽ, vel Quadranguli data recta linea deſcriptionem, vel rectæ Lineæ ad datum Signum poſitionem. Melius itaque (inquiunt) eſt, dicere quòd omnia, huiuſcemodi ſunt. Ortus autem ipſorum non efficiendo, ſed cognoſcendo cernimus, perinde ac ſi fiant, quę ſemper ſunt accipientes. Quapropter cuncta etiam Theorematicè, non autem Problematicè ſuſcipi dicemus. Alij verò contrà cuncta dicenda eſſe Problemata cenſebant: Quemadmodum qui Menęchmum ſecuti ſunt Mathematici. Munus autem Problematis eſſe duplex, aliquando quidem quæſitum comparare, aliquando verò cùm determinatum illud acceperint, videre vel quid ſit, vel quale quid ſit, vel quid affectionis habeat, vel quos ad aliud reſpectus. Et rectè quidem vtrique dicunt. Siquidem & Speuſippi ſectatores bene ſentiunt. Non enim eiuſmodi ſunt Geometriæ Problemata, cuiuſmodi Mechanices. Senſilia nanque ea ſunt, ortumq́ue habentia, & cuiuſcunque generis mutationem. Et qui Menęchmum ſecuti ſunt, à veritate non diſſentiunt. Siquidem neq; Theorematum inuentiones, abſque in materiam acceſſu eſſe vllo modo poſſunt: materiam inquam intellectilem. In illam itaque rationes progreſſæ, ipſamq́ue informantes, non immeritò vtique generationibus aſſimilari dicuntur. Cogitationis nanque noſtrę motum, rationumq́ue in ipſa exiſtentium productionem: Figurarum,

Stoicorũ opinio.

Quæ à principiis emanãt in Problemata, Theoremataq; diuiduntur.

Speuſippi, & Amphinomi opinio.

Eorũ fundamẽtum.

Menæchmi opinio.

Munus problematis duplex ſecundũ Menęchmum

Duarũ ſuperiorum opinionũ cõciliatio.

Intelligibilis materia.

rarum, quæ in Phantasia sunt, nec non earum, quę circa ipsas versantur affectionum, ortum esse dicimus. Ibi enim sunt & Constitutiones, & Sectiones, & Positiones, & Applicationes, & Additiones, & Ablationes. Cuncta autem, quę in Cogitatione sunt, sine ortu, omniq́ue mutatione constiterunt. Sunt itaque & Problemata Geometrica, & Theoremata. Quoniam autem contemplatio in ipsa abundat Geometria, quemadmodum effectio in Mechanicis, omnia quoque Problemata contemplatione participant: non tamen contrà. Prorsus nanque Demonstrationes contemplationis sunt opus, cuncta autem, quæ in Geometria post principia sunt, per Demonstrationem sumuntur. Proinde Theorema communius est. Non omnia autem Theoremata Problematibus egent, sed sunt quædam, quæ etiam ex se se Quæsiti Demonstrationem habent. Alij autem Theorema à Problemate distinguentes aiunt, omne quidem Problema, vnumquodq; eorum, quæ de eius prædicantur materia, suumq́ue oppositum suscipere: omne verò Theorema, prædicatum quidem suscipere symptoma, non autem & oppositum. Ipsorum autem Materiam quidem dico genus, de quo quæritur, vtputa Triangulum, vel Quadrangulum, vel Circulum: Symptoma verò prædicatũ, id, quod per sese accidens vocatur, vtputa Aequalitatem, vel Sectionem, vel Positionem, vel aliquid aliud huiuscemodi. Cùm igitur ita quispiam proposuerit, in Circulum intendere Triangulum æquilaterum, Problema dicit. Possis nanque in ipsum & non æquilaterum intendere. Rursusq́ue super datam rectam Lineam terminatam Triangulum æquilaterum constituere. Fieri enim potest, vt & non æquilaterum constituatur. Cùm autẽ Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales esse quispiã proposuerit, Theorema eum proponere dicendum. Fieri enim non potest, vt non æquales etiam sint Anguli, qui ad Basim sunt Aequicrurium. Quo circa siquis Problematicè formans dicat, in Semicirculo rectum velle extendere Angulum, Geometriæ ignarus existimabitur. Omnis .n. qui in Semicirculo existit, Rectus est. In quibus ergo Symptoma vniuersale est, totamq́ue materiam comitatur, hæc Theoremata dicenda sunt: in quibus verò nõ vniuersale, nec subiectum prorsus consequitur, id Problema ponendum est. Vt datam rectam Lineam terminatam, bifariã, vel in partes æquales secare. nam fieri potest, vt in nõ æquales quoque secetur. Omnem rectilineum Angulum bifariam, vel in partes æquas dispescere. datur enim & in non æquales diuisio. Ex data recta Linea Quadrangulum describere. potest siquidem, & non Quadrãgulum descri-

Aliorũ opinio, in quo differat theorema à Problemate.

Materia Problematis, & theorematis, quid.

Prędicatũ symptoma quid.

describi. Atque omnia quæcunque id genus sunt, in Problematum veniunt ordinem. Sectatores autem Zenodoti, qui Oenopidis quidem doctrinæ fuit familiaris, Andronis verò discipulus, Theorema à Problemate distinguebant, quatenus Theorema quidem quærit quid sit symptoma, quod de ea, quæ in ipso est materia prædicatur: Problema autem quo existente, quid sit. Vnde Posidonij sectatores Theorema quidem Propositionem definierunt, perquam quæritur sit ne ne: Problema verò, Propositionem, in qua quæritur quid est, vel quale quid est. Et illam quidem, cõtemplantem Propositionem enuntiando formare nos oportere dicebant, vt omne Triangulum duo habet Latera reliquo maiora, omnisque Aequicruris æquales sunt, qui ad Basim sunt Anguli: Hanc verò, problematicam, veluti quærentes sit'ne super hance rectam Lineam Triangulum constituere. Differe enim (dicebant ipsi) absolutè quidem, atque indefinitè quærere sit'ne ab hocce Signo huicce rectæ Lineę rectam Lineã ad Angulos rectos erigere, & quæ nam sit ipsa Perpendicularis inspicere. Cęterùm quòd quidem nonnulla sit inter Problema, & Theorema differentia, ex his, quæ iam diximus manifestum est. Quòd autem Euclidis quoque Elementaris institutio habet partim quidem Problemata, partim verò Theoremata, hoc ex singulis manifestum fiet. Siquidem ipse quoque in fine eorum, quæ demonstrantur adiecit, interdum quidem [quod ostendendum erat] interdum verò [quod faciendum erat] vt hæc quidem particula [quod faciendum erat] Problematum, illa verò [quod ostendendum erat] Theorematum sit designatrix. Licet enim (vti diximus) in Problematibus, etiam Demonstratio sit, veruntamen quandoque quidem Demonstratio quoq; generationis gratia, nam vt ostendamus quòd id, quod iussum erat, factum est, Demonstrationem assumimus; quandoque verò, ipsa per se se digna est, siquidem Quæsiti naturam in medium afferre potest. Inuenies autem Euclidem interdum quidem Theoremata Problematibus contexentem, ipsisque alternatim vtentem, vt in primo libro: Interdum verò alteris abundantem, Nam quartus quidem liber totus Problematum est, quintus verò, Theorematum. Totidem de his etiam à nobis dicta sint.

Quõ differat Theorema à problemate iuxta Zenodori opinionem.

Definitio Theorematis, & Problematis à Possidonii sectatoribus tradita.

Euclidis Elementaris institutio Problemata hét, & Theoremata.

Huius rei causam vide iferius in lib. 3. in com. propositionis 4. & 9. atque aliis i locis

## Quod sit primi libri Propositum.
### Cap. VIIII.

POsthæc autem cùm primi libri Propositum determinauerimus, diui-

diuisionemque in medium attulerimus, tractationem de Definitionibus aggrediemur. Propositum itaque in hoc libro est, Rectilineorum contemplationis principia tradere. Quanuis .n. Circulus, deque ipso consideratio, Rectilineorum essentia, ac cognitione præstantior sit, de his tamen doctrina nobis imperfectioribus, à sensilibusque ad intellectilia Cogitationē transferre festinantibus magis conueniens est. Etenim sensilibus quidem rectilineæ Figuræ sunt propriæ, intellectilibus verò, Circulus. Quoniam sanè quod quidem simplex, & vniforme, & definitum est, naturæ eorum, quæ sunt competit: quod autem varium existit, indefiniteque continentium Laterum numero crescit, ad sensilia spectat. In hoc igitur libro maximè primæ, principalissimæque Rectilineorum Figuræ traduntur, Triangulum inquā, & Parallelogrāmum. In his enim tanquam sub genere Elementorum quoque causæ continentur. Aequicrus scilicet, atque Scalenum, & quæ ex his constituuntur, æquilaterum quidem Triangulum, & Quadrangulum, ex quibus, quatuor Elementorum Figuræ constitutæ sunt. Reperiemus ergo, tum æquilateri Trianguli, tum Quadranguli ortum, illius quidem super datam rectam Lineam, huius verò ex data recta Linea. Aequilaterum itaque Triangulū proxima trium Elementorum est causa, Ignis scilicet, Aeris, & Aquæ. Quadrangulum verò Terræ annexum est. Ac demum primi libri Propositum toti cōuenit tractationi, ad vniuersamque mundanorum Elementorum confert cognitionem. Quinetiam addiscentes instituit in eam, quæ de rectilineis Figuris est scientiam. Prima siquidem ipsarum rectè inuenit principia, accurateque colligauit.

Primi libri Propositū.

Maximè primæ, & principalissimę Rectilineorū Figuræ Triāgulum, & Parallelogrāmum.

Triangulū ęquilaterū trium Elementorum est proxima causa, Quadrangulum verò, vnius.

## Primi libri Diuisio Cap. X.

Diuiditur autem liber in tres maximas partes, quarum prima quidem Triangulorum ortus, proprietatesque declarat, tum iuxta Angulos, tum etiam iuxta Latera. Ipsorum insuper comparationes facit adinuicem, atque vnumquodque per se se inspicit. Triangulum nanque vnum accipiens, interdum quidem à Lateribus Angulos considerat, interdum verò ab Angulis Latera: iuxta æqualitatem, atque inęqualitatem. Duoque supponens, eadem rursus varijs rationibus reperit. Secunda autem, contemplationem de Parallelogrāmis contexit, Parallelarum proprietates, Parallelogrāmorumque generationes describens. Itemque Symptomata, quæ sunt in ipsis demonstrans. Tertia verò, Triangulorum, Parallelogrāmorumque cōmunicationem ostēdit,

Pria pars primi libri eiusq; propositum.

Secūda, & eius propositum.

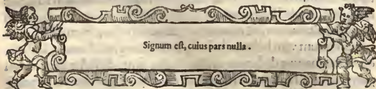
Tertia, & eius propositum.

ostendit,& in Symptomatibus,& in ijs,quæ ad inuicem fiunt comparationibus. Etenim quæ in eisdem, & in æqualibus sunt Basibus Triangula, atque Parallelogrãma ijsdem affici passionibus ostendit: & per complicationem, vtrisque in vna Basi existentibus: & quonã pacto fiat Parallelogrãmum æquale Triangulo: ac deniq; de ijs,quæ in rectangulis Triangulis à Lateribus describuntur Quadrangulis, quam habeat rationem quod à subtendente rectum Angulum fit, ad ea,quę à comprehendentibus ipsum. Talis sit & Diuisio.

## Quædã ad lectores Præmonitio. Cap. XI.

INcipientes autem de singulis quoque inquirere, præadmonemus eos, qui lecturi sunt, non eas à nobis exigere Sumptiunculas, & Casus, & siquid aliud id genus est, quæcunque ab ijs, qui nos antecesserunt diuulgata fuere. Nam horum quidem satietate sumus affecti, & ipsa proinde rarò attingemus. Quæcunque autem difficiliorem habent contemplationem, ad vniuersamque spectant Philosophiam, horum præcipuam faciemus cõmemorationem. Pythagoreos imitantes,quibus hoc etiam Aenigma erat in promptu [ Figura, & Gradus: non autem Figura,& tres Oboli. ] ostendentibus quòd vtrique oportet eam sectari Philosophiam, quæ per vnumquodq; Theorema Gradum ascendit, Animamque tollit in altum: non autem in sensilibus eam permanere sinit, & contubernalem mortalibus explere vsum,huicque consulentem,quę hinc fit euectionem negligere. Pythagoreorum Aenigma

## INCIPIT TEXTVS.




Definitio prima.

QVòd quidem iuxta eum, qui à compositioribus ad simpliciora fit transitum Geometra excucurrit à Corpore quidem, quod trinis dimensionibus distat,ad Superficiẽ, quæ hoc terminat: à superficie aũt ad huius Terminũ Lineam: à Linea verò ad Signũ ab omni dimensione immune, sępenumero dictum fuit, & omnino manifestum est. Quoniam autem isti Termini in compluribus quidem locis propter Cõment. primum. Geometra pgreditur à cõpositioribus ad simpliciora.

Quod ubi nam Termini Terminatis præcellant, & ubi Terminata, Terminis.

simplicitatem, natura compositorum præstantiores esse videntur: in compluribus verò, cùm in ijs, quæ ab ipsis terminantur habeant existentiam, accidentibus similes sunt, determinandum horum utrunque in quibus eorum, quæ sunt generibus inspiciatur. Dico itaque quòd ea quidem, quę materiæ sunt expertia, & in separatis subsistunt rationibus, formisque ipsis, quæ sunt sub se se collocatę, semper prius sortita sunt simpliciorum subsistentiam principaliorem, compositiorum subsistentia. Propterea que & in Mente, & in Ornatibus tũ medijs, tũ ijs, qui Animæ sunt, & in Naturis ipsis, quæ proximè corpora vivificant, ijs, quę terminantur, Termini iuxta essentiam pręcellunt: & quàm ipsa magis impartibiles, & magis uniformes, & magis primarij sunt. Unum enim in immaterialibus Formis, multitudine: & impartibile, eo, quod undequaque progreditur: & quod terminat, eo, quod Terminum ab alio suscipit perfectius est. Quæ verò materiæ egent, & in alijs consistunt, & à sua degenerant essentia, & circa subiecta sparguntur, unionemque habent ascititiam, compositiores sortita sunt rationes prius quàm simpliciores. Et propterea quæ in Phantasia, & earum, quæ sub Phantasiam cadunt Figurarum materia, informata apparent, quæque in sensilibus sunt à Natura progenita, præeuntes quidem habent eorum, quæ terminantur rationes: Sequentes verò eorum, quæ terminant, atque aduentitias. Ne enim quod trinis distat dimensionibus, in infinitam extendatur magnitudinem vel intelligentia, vel sensu, per Superficiem undequaque terminatum fuit. & ne Plana Superficies in infinitum progressa lateat, Linea ipsam præassumpsit, determinauitque ipsi adueniens. & Signum similiter Lineam: compositis propter simplicia subsistentibus. Etenim hoc quoque rursus manifestum est, quòd in separatis quidem Formis, Terminorum rationes in seipsis sunt, non autem in ijs, quę terminantur. & manentes quæ re vera sunt, Secundorũ constituendorum vim habent. In inseparabilibus verò Formis, se se ijs, quæ terminantur dederunt, in illisque sitæ sunt, & factæ sunt veluti partes eorum, suntque deterioribus refertæ. Quocirca & impartibile ibi partibili essentia, & Latitudinis expers Latitudine prædita sunt. Suamque simplicitatem, atque puritatem non amplius Termini custodire possunt. Cùm enim in alio consistant, naturam suam in subiecti materiam immutarunt. Materia siquidem horum perturbauit perfectionem, & Plani quidem ratio profundum efficit Planum: Lineæ autem, unicam obscurans dimensionem, undique fit partibilis: Signi verò, corporea perficitur, simulque distra-

Marginal notes:
- In immaterialibus rebus simpliciora præcellunt compositioribus.
- Termini immateriales pręcellunt Terminatis immaterialibus. Ratio.
- In materialibus rebus compositiora simplicioribus pręcellũt.
- Terminata materialia pręcellũt Terminis materialibus. Ratio.
- Cõfirmatio eorum quæ dicta sunt.

distrahitur cum ijs, quæ ab ipso terminantur. Cunctis enim hisce rationibus in materiam delapsis, his quidem à cogitatione in intellectilem, his verò à natura in sensilem, subiectis refertæ sunt. à suaqúe simplicitate in alienas compositiones, atque Interualla discesserunt. Verum enim vero, quonam pacto cunctis in Mente, atque in Anima impartibiliter, & sine vlla dimensione existẽtibus, in materia alia quidem præcipuè, alia verò propter eius naturam partita sunt? An etiam formis immaterialibus ordo quidam est, vt quædam primum, & quędam medium, & quędam vltimum sortitę sint locum: & formarum aliæ quidem magis vniformes sunt, aliæ verò, magis multiplicantur: & aliæ quidem aggregatas suas habent potentias, aliæ verò in Interuallum tendentes: & aliæ quidem Fini vicinæ sunt, aliæ autem Infinitati? Etsi enim hisce duobus principijs omnes participant, verũtamen alię quidem ab vno, aliæ verò ab altero ortæ sunt, eiusqúe magis participes fiunt. Signum itaque ibi prorsus est impartibile, siquidem iuxta quoque Finem subsistit. Habet autem vim infinitam latẽter, qua etiam omnia producit Interualla. Progressusqúe omnium Interuallorum infinitam eius explicat vim. Corpus autem, & Corporis ratio infinitę naturæ magis est particeps. Quapropter ex eorum quoque numero est, quæ aliunde terminantur, iuxtaqúe omnes dimensiones in infinitum diuiduntur. Quę verò inter hæc media sunt, secundũ Extremorũ distãtiã, aut ex eorũ sunt numero, quę Fine abundant: aut ex eorum, quæ Infinitate affluunt. Quocirca & terminant, & terminantur. Siquidem quatenus ex Fine constant, alia terminare possunt, quatenus autem Infinitate participant, indigent vt ab alijs terminentur. Cùm ergo Signum quoque Terminus sit, in participatione propriam conseruat potentiam. Cùm autem Infinitatem latenter habeat, & vbique ijs, quæ ab ipso terminantur adesse cogatur, infinitè in ipsis est. Et quoniam Infinitum ibi vis quædam erat, ea, quæ Interuallis distant producere potens, vi in ijs, quæ participant adfuit. Infinitas nanque in illis quidem (intellectilibus inquam) primaria fuit causa, & ferax vniuersorum vis. In materialibus verò, imperfecta, & vi tantùm omnia existens. Vtqúe paucis rem complectar, formæ, quæ propter simplicitatem, atque impartibilitatẽ in principijs superiorẽ tenent locũ, in participationibus seruant quidẽ (vt natura eis cõparatum est) suam proprietatem, deteriores tamen cõpositioribus factę rationibus. Materia nanque, harũ clarius potest fieri particeps, ad hasqúe potius quàm ad simplicissimas eorum, quæ sunt causas suscipiendas præparari. Qua propter se-

Nota hic Duplicem materiam

Dubitatio

Solutio.

Formarũ imateria-lium ordo

Respõdet tacitæ obiectioni.

paratorum quidem principiorum vestigia descendunt in ipsam, Secundorum verò, atque Tertiorum participationes, euidentiores apparent. Magis ergo Corporis causæ est particeps, quàm Plani, huiusqúe magis, quàm formæ ipsius lineæ. & huius adhuc magis, quàm Signi hęc omnia terminantis, atque continentis. Nam Signi ratio toti huic catenę pręest, omniaqúe partibilia vnit, ac continet, eorumqúe progressus terminat, & producit omnia, atque vndequaque comprehendit. Idcirco in imaginibus quoque alia quidem aliorum Termini sunt, Signum verò, omnium.

Digressio Stoicorũ opinio, ipsiusq; oppugnatio. Quòd autem non opinandum est huiuscemodi Terminos (Corporum inquã) sola excogitatione subsistere, quemadmodum Stoici censuerunt: verùm esse quasdam huiuscemodi naturas in ijs, quæ sunt, ipsorumqúe rationes opificas præ se ferre, in memoriam quidem redigissemus, si ad totum inspexissemus Mundum, & eas, quæ in ipso fiunt conuolutiones, conuolutionumqúe Centra, nec non ad Axes per tota ipsa penetrantes.

Cẽtra q̃d faciant. Centra nanque actu subsistunt, siquidem Sphæras continent, in statuqúe suo conseruant, & ipsarũ Interualla vniunt, & potentias in ipsis existentes constringunt, ad seseqúe constabiliunt.

Axes. Axes autẽ ipsas euoluunt, atque circũducunt, & circa se se reuoluunt ipsi immobiliter siti.

Poli. Quin etiam Poli Sphęrarum & ipsos Axes terminantes, & cæteras conuolutiones in se se constringentes, quopacto perspicuè non ostendunt Signa potentias habere opificas, & capaces, & eorum, quæ interuallis distant omnium perfectrices, & vnionis, atq; incessabilis motus præbitrices?

Pla. in 10. de Rep. Vnde sanè Plato quoque Adamantinam esse dicit ipsorum subsistentiam, immutabilem ipsorum essentiæ vim, & æternam, & stabilem, quæqúe eodem semper modo se se habet, ostendens. Fusumqúe ait totum circa ipsa verti, & circa ipsorum vnionem circũsilire. Aliæ autem magis reconditę, abstrusæqúe orationes Opificem quoq; Mundo aiunt assistere Polis insidentem, suoqúe diuino Amore Vniuersum ad se se conuertentem.

Pythagorei qua de causa Polum Rheę Sigillũ appellabãt. Pythagorei verò Polum quidem Rheę Sigillum appallandum esse censebant. Quoniam diuinitas, quæ cuncta producit animalia, eisqúe vitã largitur, inexplicabilẽ, efficacemqúe vim per hæc in vniuersum effundit.

Cur centrũ Iouis carcerem. Centrum autem, Iouis carcerem. Quoniam cùm opificam custodiam Iuppiter in sinu Mundi posuisset, in Medio ipsam firmiter collocauit. Centro siquidẽ manente Vniuersum quoque immobilem suum habet ornatum, & assiduam conuolutionem: manentqúe omnia suum custodientia ordinem immutabilem:

Dii Polorum. & qui Polis assistunt Dij, diuisorum collectricem, multiplicatorumqúe vnitricem adepti sunt potentiam: quiqúe

Axes

Axes sortiti sunt, conuolutiones coercent, æterneqúe euoluunt. Et si fas est nostram in medium afferre sententiam, Cętra quidem Sphærarum omniũ, atque Poli conciliantium Deorum Notæ sunt, imperceptibilem eorum, atque vnientem compositionem affingentes. Axes verò, vniuersorum ornatuum cohærentias exprimunt: Mundanasqúe ipsi integritates, & circunuolutiones comprehendendi vim habent, quemadmodum illa, intelligentes. Sphęrę autem ipsæ Deorum ad perficiendum efficacium imagines sunt, principium fini copulãtes, & omnibus Figuris simplicitate, & similitudine, & perfectione præstantes. Verùm hæc quidem in longum produximus, vt ostenderemus impartibilium, & omnino eorum, qui in Mundo sunt Terminorum vim, quòdqúe isti, quatenus primarum, & maximè principalium causarum imaginem afferunt, maximũ in Vniuerso sortiti sunt ordinem. Non enim eiusmodi Termini sunt Centra, & Poli, cuiusmodi eorum, quæ terminantur: sed actu subsistunt, habentqúe existentiam, & vim perfectam, quæ per omnia partibilia permeat. Multi autem eos, qui in ijs, quæ terminantur imperfectè subsistunt inspicientes, exilem eorum subsistentiam esse existimant, & alij quidem dicunt sola excogitatione à sensilibus ipsos separari, alij verò nullibi etiam, nisi in nostris excogitationibus essentiam habere. Quoniam autem sunt quidem horum omnium formæ & in Mentis natura, & in Animæ ornatibus, & in rerum natura, & in inferioribus corporibus, considerabimus quonã pacto iuxta ordinem in ipsis existenteni, in eorum etiam, quæ sunt generibus subsistant. Et omnes quidem in Mente præextiterunt, verùm impartibiliter, atque vniformiter: ita vt omnes secundum vnicam formam subsistant, iuxta Signi rationem, quæ occultè, & impartibiliter existit. Omnes verò in Animis, sed iuxta Lineæ formam. Vnde sanè Timęus quoque ex rectis, circularibusqúe Lineis Animam constituit. Quilibet nanq; Circulorum Linea tantum est. Omnes autẽ in Naturis, cæterùm iuxta Plani rationem. Quocirca Plato quoque naturales rationes corporum constituendorum vim habentes, per Plana manifestari iubebat. Corporumqúe in Plana resolutio ad proximam eorum, quæ apparent causam nos adduxit. Omnes demum in corporibus, corporaliter tamen. siquidem omnes formæ iuxta partibilem Corporum naturam in ipsis subsistunt. Omnes igitur vbique, & vnaquęq; iuxta proprium ordinem apparent: diuersitasqúe à prędominante fit potentia. & vbique quidem Signum impartibile existit, quodqúe partibile est cùm simplicitate præstet iuxta hancce eorũ, quæ sunt diminutionẽ,

Dii Axiũ.

Propria opinio.

Quorũdã duplex opinio, prima Stoicorum, secũda Aristo.

Quõ isti Termini subsistant.

Timęus.

Quilibet circulorũ Linea tãtum est.

Pla. in Timęo, vide et. à Arist. i tertio de Coelo.

hoc quoque eximiam partibilium sibi vendicauit subsistentiam. & interdum quidem penitus ipsa superat secundũ causæ excellentiam, interdum verò ipsis connexum est, interdum autem aduentitiam in ipsis sortitum est existentiam. & tanquam quod ab infimorum partitione deglutitur, propriam absumit impartibilitatem. Quemadmodũ igitur Vnitas alia quidem est Numerorum genitrix, alia verò vt substrata Numeris materia: & principium quidem vtraque (non tamen id quod Numerus) alio autem modo, atque alio principium: ita sanè Signum quoque partim quidem est Magnitudinum parens, & autor, partim verò aliter principium, non vtique iuxta genitricem causam. Nunquid ergo Signum solum impartibile sit? an etiã Nunc in Tempore, Vnitasque in Numeris? Num autẽ Philosopho quidem de omnibus, quę sunt, verba facienti, cuncta certè vtcunq; sub distributionem cadentia conuenit inspicere, omnesque partium primarias subsistentias: particularium verò scientia prædito à quibusdam definitis principijs contemplationem producenti, & vsque ad illa recurrenti, progressus autẽ eorum, quæ sunt minimè scrutanti, hanc solam impartibilem naturam, quæ ad eius spectat prima principia, aggredi, considerare, & tradere: hancque intueri simplicitatem, quæ præest omnibus ijs, quæ sub cognitionem ipsi cadunt? Solum igitur Signũ iuxta Geometricã materiam partitionis est expers, Vnitas verò, iuxta Arithmeticam. Et Signi ratio, licet apud alium imperfecta sit, in præsenti tamen scientia perfecta est. Siquidẽ Medicus quoque corporum Elementa esse ait Ignẽ, atque Aquam, hisque similia. & ipsorum resolutio adhæc vsque progreditur. At Naturalis Philosophus ad alia, quæ his simpliciora sunt transit. & ille quidem Elementum definit, Simplex quò ad sensum, hic verò, simplex quò ad rationem. & vterque rectè quò ad propriam scientiam. Neque igitur Signi definitionem peccasse putauerimus, neque imperfectam ipsam esse posuerimus. Nam quò ad Geometricam materiam, eiusque principia sufficienter tradita est. hoc siquidem ipsi tantùm deest, quoniam clarè non ait quòd impartibile apud me, Signum est. meumque principium, & simplicissimũ nil aliud est, quàm hoc. Et ita conuenit Geometra dicente, audire. Euclides itaque à partiũ negatione principium nobis declarauit ad totius sibi subiectæ naturæ considerationem. Negatiuæ nanque orationes principijs conueniunt, quemadmodum nos docet Parmenides, qui primam, vltimamque causam solis negationibus tradidit. Omne siquidem principium diuersa ab eis, quæ scatent à principio constat essentia: & horum negationes illius nobis patefaciunt

[Marginal notes: Dupliciter vnitas cõsideratur. — Dupliciter Signũ cõsiderat. — Dubitatio — Solutio. — Solum Signũ i Geometria partiũ expers est, & sola vnitas in Arithmetica. — Finis Digressionis — Cur Euclides à partium negatione Signum definiat. — Parmenides.]

ciunt

ciunt proprietatem. Quod enim horum quidem eſt cauſa, nihil autē horum eſt, quorum eſt cauſa, huiuſcemodi doctrina perſpicuum fit. Fortè autē quiſpiam dubitet. Quomodo cuncta per Formas, & partibiliter Phantaſia recipiente, partium expers Signum Geometra in ipſa inſpicit? non enim quia rationes in Cogitatione exiſtentes, ſed Intelligentiū, diuinarumque Formarum Simulachra Phantaſia iuxta propriam recipit naturam, informium quidem, Formas, & ſub Figuram non cadentium, Figuras in medium afferens. Ad quā ſanè ambiguitatem dicamus, quòd imaginarij motus ſpecies neque partibilis tantùm eſt, neque impartibilis: Verùm ex Impartibili ad Partibile procedit, & ex Informi, ad id, quod eſt Forma expreſſum. Nā ſi partibilis eſſet tantùm, non vtique plures Formarum in ſeſe cuſtodire poſſet impresſiones, ſubeuntibus præexiſtentes obſcurantibus. Siquidem nullum Corpus ſimul, & ſecundum idem pluribus continetur Figuris: verùm per ſecundas priores delentur. Si autem impartibilis, Cogitatione porrò, & Anima impartibiliter cuncta ſpectāte nō eſſet inferior, neque per Formas operaretur. Quare ipſam neceſſe eſt incipere quidem ab Impartibili iuxta motum, illincque † conſatam, conſperſamque promere Formam cuiuslibet eorum, quæ ſub cognitionem cadunt, ad ipſam penetrantium: deſinere autem in Formam, & Figuram, & Interuallum. Quòd ſi huiuſcemodi naturam ſortita eſt, impartibilis quoque natura quodammodo erit in ipſa. & iuxta illam, Signum præcipuè eſſentiam habere dicendum. Lineę nanque Forma, iuxta illam, contracta in ipſa eſt. Duplicem ergo vim comprehendens, impartibilem, & partibilem, habet quidem & Signum impartibiliter, & Interualla partibiliter. Quoniam autem Pythagorei Signum definiunt Vnitatem poſitionem habentem, conſiderandum quid nam ſibi velint. Quòd itaque Numeri quidem magis immateriales, magisque puri, quàm Magnitudines ſint, & quòd Numerorum principium, Magnitudinum principio ſimplicius ſit, cuilibet manifeſtum eſt. At cùm dicant Vnitatem quidem poſitionē habentem, Signum eſſe, oſtendere mihi videntur quòd vtique Vnitas quidem, atque Numerus in opinione ſubſiſtunt. Numerum dico, Monadicum. Quapropter Numerorum etiam quilibet, vtputa Quinarius, & Septenarius vnus eſt in qualibet Anima, & non plures: Figuraque carent, & aduentitia Forma. Signum autem in Phantaſia palàm ſe ſe offert, & tanquam in loco exiſtit, & materiale eſt, iuxta intellectilem materiam. Non habet itaque poſitionem Vnitas, quatenus immaterialis, ab omnique Interuallo, ac loco immunis. Habet

Dubitatio

Solutio.

Fundamētum. Primū argumentū.

Secūdū argumentū.

Cōclusio.

† Cōuolutā promere &c.

Phantaſię duplex vis.

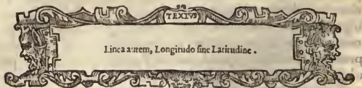
Definitio Signi ſecūdū Pythagoreos, & eius expoſitio.

Vnitas, & Numerus in opinione ſubſiſtunt.

Intellecti lis materia.

bet autem positionem Signum, quatenus in Phantasię gremijs apparet, materialeq́ue existit. At propter principiorum communitatem, Vnitas adhuc Puncto simplicior est. Siquidem iuxta positionem Punctum Vnitatem superauit: appositiones autem in ijs, quæ corpore carent, diminutiones efficiunt eorum, quæ appositiones ipsas recipiunt.

Definitio secunda.




Cõm. secundum.

Linea secundum obtinet locum quatenus longè primum, & simplicissimum est Interuallum, quod Geometra Longitudinem appellauit, adijciens hoc verbum [ Sine Latitudine ] quandoquidem & Linea respectu Superficiei, principij habet rationẽ. Nam Signum quidem vtpote Magnitudinum omnium principiũ sola negatione edocuit, Lineam verò tum affirmando, tum negando. est siquidem Lõgitudo, hacq́ue Signi impartibilitatẽ excedit. sine Latitudine tamen, quippe quæ à cęteris seiuncta est Dimensionibus. Nam omne porrò, quod est Latitudinis expers, idem etiam Crassitudine caret, non autem & contrà. Cùm ergo Latitudinem ademerit, Crassitiem quoq; simul ademit. Quocirca nec addidit, quòd non crassa quoq;, tanquam quod consequatur notionem eius, quod sine Latitudine est. Definiũt autem ipsam alijs quoque vijs. alij quidem Signi fluxum dicentes, alij verò Magnitudinem vno contentam Interuallo. Verùm hæc quidem definitio perfecta est, Lineæ essentiam explicans. Quæ autem Signi fluxum dixit, à causa producente, ipsam manifestare videtur: & non omnem Lineam, sed immaterialem exprimit. hanc enim Signum producit impartibile existens, quod tamen partibilibus existẽtiæ est causa. Fluxus autem progressum ostendit, fœcundamq́ue vim ad Interuallum omne peruenientem, nullumq́ue detrimentum accipientem, eandem quidem semper manentem, cunctis autem Partibilibus essentiam præbentem. Cęterum hęc quidem cuilibet nota, manifestaq́ue sunt. At nobis metipsis magis Pythagoricos sermones in memoriam reducemus, qui Signum quidem Vnitati, Lineam verò Binario, Superficiem autem Ternario, Corpus verò Quaternario proportione correspondentia ponunt. quæ tamẽ vt ea, quæ cum Interuallo

Aliæ Lineæ definitiones.

Digressio

teruallo

teruallo sunt suscipientes, Monadicam quidem reperiemus Lineam, Dyadicam autem Superficiem, Triadicum verò, solidum Corpus. Vnde etiam Aristoteles Corpus ait Ternario perfici numero. & nil mirum, Signum quidē propter impartibilitatem Vnitati assimilari: quæ autem post Signum sunt, subsistere quidem iuxta Numeros ab Vnitate prodeuntes, hancque seruare rationem ad Signum, quam illi ad Vnitatem: participare verò vnumquodq; sui proximi superioris, & eundem ad propinquum, adque sequens habere gradum, quem illud ad ipsum. Exempli gratia, Lineam Binarij quidem ordinem habere ad Signum, Vnitatis verò ad Superficiem: hancque Ternarij quidem ad Signum, & Lineam, Binarij verò ad Solidum. Et propterea Corpus ad Signum quidem esse Tetradicum, ad Lineam verò, Triadicum. Vterq; igitur ordo rationem habet. Principalior autem est Pythagoreorū ordo, qui desuper sumpsit initium, & eorum, quæ sunt naturam consequitur. nam Signum quidem duplex est, vel enim per se se est, vel in Linea. quod etiam cùm tāquam Terminus sit solum, & vnum, nec Totum habēs, nec partes, supremam eorum, quæ sunt imitatur naturam. Quapropter Vnitati quoque proportione respondere positum fuit. Vnitas siquidem ibi primùm, vbi paterna est. Vnitas, inquit oraculum. Linea verò cùm prima quidē Totum, & partes habeat, Monadica autem sit, eò quòd vnico distat Interuallo, Dyadicaque propter progressum: si.n. infinita sit, indefiniti Binarij est particeps, si autem finita, duobus ei opus est Terminis, Vnde, & Quò. propter hęc vtique Totalitatē imitatur, ordinemque illum sortita est. Quæ etiam porrecta est Vnitas, & duo gignit. hæc enim progressum in Longitudinem, protulit: nec non id, quod porrectè, & vnico distat Interuallo: Binarijque materiam. Superficies autem, Ternarius cùm sit, atque Binarius, necnon primarum Figurarum receptaculum, primamque formam, atque speciem susceperit, Triadicæ quidem naturæ ea, quæ sunt terminanti, primùm: Binario verò ipsam diuidenti, quodāmodò similis est. Solidum verò cùm tripliciter distet, per Quaternariumque Numerū rationes omnes comprehendendi vim habentem distinguatur, ad illum reducitur ordinē, in quo corporalium quoque ornatuū apparet distinctio, necnon vniuersorū in tres partes diuisio, vnà cum Quaternaria proprietate, hoc est genitrice, atq; feminea. At hęc quidem fusius pertractari possunt. Lineam autem rursus secūdam existentem, iuxtaque primam ab impartibili natura motionem constitutam, non immeritò Pythagoreorum quoque sermo Dyadicam appellabat. Cæterùm quòd & Signū

Arist. primo de cælo tex. 2.

Exēplum.

Signū duplex.

Oraculū.

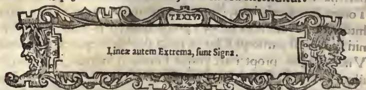
Cur Pythagorei Lineā Dia dicam appellabāt. Parmenides.

post Vnitatem,& Linea post Binarium,Superficiesq́ue post Ternarium sit, Parmenides etiam alicubi ostendit, ab vno Multa primùm negatione auferens, deinde Totum. Quòd si Multa ante Totū Numerus quoque ante Cōtinuum,& Binarius ante Lineam, Vnitasq́ue ante Signum erit. siquidem verbum hoc [ non multa ] Vnitati competit, quæ multitudinem gignit, Puncto autem [ non totum ] Totum producenti. † nullam enim partem habere dicitur. Hæc de Linea dicta sint dum accuratius naturam eius contemplamur. Admittemus autem Apollonij quoque sectatores dicentes, quòd Lineæ quidē notionem habemus, quando Longitudines tantùm, aut viarum, aut parietum dimetiri iubemus. non enim Latitudinē tunc, Crasitiemq́ue subiungimus: sed vnicam dūtaxat consideramus distantiam. Quemadmodum sanè, cùm etiam campos metimur, Superficiem cernimus. cùm autem Puteos, Solidum. omnes .n. distantias simul colligentes, tantùm esse Putei spatium iuxta Longitudinem, & Latitudinem, & Profunditatem dicimus. Sensum autem ipsius Lineæ habuerimus vtique, si diuisiones locorū lucidorum, ab obumbratis inspexerimus, nec non ad Lunam, quę super Terram est. hoc nāque medium, iuxta Latitudinem quidem, nullam habet distantiam: Longitudinem autem habet, quę vnà cùm Lumine, & Vmbra extenditur.

† hoc nāq; Finis Digresfionis

Notio Lineæ iuxta Apollonium.

Pulcherrimus Lineę sensus.




Definitio tertia.

Cōm. 3. OMne cōpositum à simplici, & omne partibile ab impartibili Terminum accipit, horumq́ue imagines in Mathematicis principijs palàm se se offerunt. Cùm .n. Lineam à Signis terminari dicat, manifestè videtur ipsam per se se infinitam facere, quippe quę propter proprium progressum, Extremū non habet. Quemadmodū igitur Binarius ab Vnitate terminatur, suamq́ue intolerabilem audaciam sub Terminū, Finemq́ue redigit, cùm ab illa coerceatur: ita sanè Linea quoque Signis apud ipsam existentibus terminatur. Cùm .n. Binario similis sit, Signo quoque Vnitatis rationem habente, iuxta Binarij naturam participat. Verùm in imaginabilibus quidem, atque in sensilibus Signa ipsa, quæ in Linea sunt, Lineam terminant. in Formis verò immaterialibus præextitit quidem partiū expers Signi Ratio, progressa autem illinc ipsa longè prima cum Interuallo seipsam consti-

Intolerabilis Binarij audacia

Digresfio

H

constituendo, & mouens se se, & fluens in infinitum, indefinitumque Binarium imitans, à proprio quidē coercetur principio, ab eodemque vnitur, atq; vndequaq; corripitur. Infinita ergo, finitaque simul existit. iuxta quidem sui progressum, infinita: iuxta verò terminatricis causæ participationē, finita. Cùm .n. ipsi aduenerit, illius cōprehensione retinetur, terminaturque iuxta illius vnionem. Vnde porrò in Imaginibus quoque Signa finem, atq; principium Lineę occupando, ipsam terminare dicuntur. Illic ergo Terminus à Terminato separatus est, hîc verò duplex. in ipso enim Terminato subsistit. Et hoc afferret vtique mirabile indicium, Formas in se se quidem manentes ea, quę ipsis participant, iuxta causam pręcedere: illis verò deditas, iuxta illorum proprietatem subsistere. Siquidem vnà cum ipsis multiplicantur, & partiuntur, subiectorumque diuisionem recipiunt. Pręterea hoc quoq; de Linea præaccipiendum est, quòd ipsa Geometra tripliciter vtitur. Siquidem vt vtrinque terminata, atque finita: vt in illo Problemate, quod ait, Super data recta Linea terminata Triangulum ęquilaterum constituere. Et vt partim quidem infinita, partim verò finita: vt in illo Problemate, quod iubet ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis ęquales sint, Triangulū construere. in Problematis .n. Constructione inquit, Ponatur quædam recta Linea, ex vna quidem parte finita, ex altera verò, infinita. Et vt ex vtraq; parte infinita: vt in illo Problemate, quod inquit, Super datā rectam Lineam infinitam, à dato Signo, quod in ea non sit, Perpendicularem rectam Lineam deducere. Tripliciter ergo Linea apud ipsum accipitur. Præter hæc autem, illud quoque scitu dignum cùm sit non prætereamus. Quomodo .n. Lineæ extremitates Signa dicta sunt? & cuius Lineæ? siquidem neq; infinitæ, neq; cuiuslibet finitæ? Nam est quædam Linea, & finita, & extremitates Signa non habens. talis .n. circularis est, quæ in se se coit, nec Signa extremitates habet, quemadmodum Linea recta. talis etiam Clypei est Linea. Num igitur Lineam intueri oportet quatenus Linea est? accipiemus .n. quandam circunferentiā, quæ à Signis terminatur, Lineæque Clypei partem, eodem modo extremitates habentem Signa. Quælibet autem Circuli, Clypeique Linea quandam etiā aliam sibi assumpsit proprietatem, per quam non solùm Linea est, verùm etiam Figuræ perficiēdæ vim habens. Ipsæ ergo Lineæ quidem vtrasque extremitates habent Signa: talium verò Figurarum effectrices, in se se coeunt. quòd si describi quoq; eas intelligas, reperies vtique quomodo à Signis terminantur. Si verò descriptas iam acceperis, finemque principio con-

Finis digresfionis
Notādū

Prima propositio primi Elemētorū.

Vigesima secunda ꝓpositio eiusdem.

Duodecima propositio eiusdem.

Tripliciter Linea à Geometra cōsideratur.

Dubitatio

Solutio.

iunxeris, non amplius ipsarum Extrema poteris inspicere.

Definitio quarta.

TEXTUS

Recta Linea est, quę ex æquo inter sua Signa sita est.

Cōm. 4. Diuisio Lineæ secundum Plat. & Arist.

PLato quidem Lineæ duas simplicissimas, præcipuasque ponens species, Rectam vtique, & Circularem, reliquas omnes per mistionem ex his constituit, quæcunque Tortuosæ dicuntur, quarum aliæ quidem Planæ sunt, aliæ verò circa Solida subsistunt: & quęcunque per Solidorum sectiones producuntur curuarum Linearum species. Et videtur Signum quidem (si fas est dicere) Vnius, iuxta Platonis sententiam, afferre imaginē. hoc nanque nullam habet partē, quemadmodū ille quoque in Parmenide ostendit. Quoniam autē post Vnū, tres sunt substantiæ, Finis, Infinitū, & Mistum, per hasce Linearū, & Angulorum, & Figurarū species in rerū natura producuntur. & Fini quidē Circunferentia, & circularis Angulus, & Circulus in Planis, & Sphęra in Solidis proportione respondent: Infinitati verò, Rectū iuxta hæc omnia. cunctis .n. propriè cōpetit, si in vnoquoque spectetur. Mistum autē, quod in his omnibus est, Misto illic existenti. Lineæ nanque mistæ sunt, vt circunuolutæ, implexæque Lineæ, quæ Helices appellantur. & Anguli, vt Semicircularis, atque Cornicularis. Figuræque Planæ quidem, vt Segmenta, atque Apsides: Solidæ verò, vt Coni, atque Cylindri, cæteræque id genus. Finis igitur, & Infinitum, & Mistum in his omnibus est. Quinetiam Aristoteles Platoni astipulatur. Omnis siquidem (inquit) Lineæ species vel Recta est, vel Circularis, vel ex his Mista. Vnde & Motus tres sunt, Rectus vnus, alter Circularis, tertius Mistus. Ambigunt autem quidam aduersus hanc diuisionem, & dicunt non esse duas tantūmodo simplices Lineas, verùm quandā quoque tertiā dari, Helicem nempe, quæ circa Cylindrū describitur, quando, dū recta Linea circa Cylindri voluitur Superficiē, Signum in ipsa, parili celeritate mouetur. fit .n. Helix, hoc est implexa, circunuolutaque Linea, quæ omnes sui partes omnibus secundū partium similitudinē adaptat, vt ostendit Apollonius in libro de Cochlea. quę quidē passio ex omnibus Helicibus ipsi soli cōpetit. Planę nanque Helicis partes inter se dissimiles sunt. necnō eius, quæ circa Conū, & eius, quæ circa Sphæram describitur. Sola

Pla. in Parmenide.

Arist. 1. de cœlo c. 5.

Dubitatio Xenocratis.

Apollonius in libro de Cochlea.

autem Cylindrica eodem sanè modo similium partium est,quo etiam Recta,circularisqúe Linea. Nunquid itaque simplices Lineę tres sint, & non duæ tantū m? cui dubitationi occurremus dicentes, similium quidē partium esse huiuscemodi Helicem, queádmodū Apollonius quoq; docuit, simplicem autem minimè. non .n. idem esse quod similium partium est,& quod simplex. siquidem eorum etiā, quæ natura constant, similium quidem partium sunt Aurum,& Argentum, simplicia autem nequaquam. Cylindricæ verò Helicis Mistionē ex simplicibus,ipsam quoq; Generationem manifestare. Oritur.n.dum recta quidē Linea circa Cylindri Axem circulariter mouetur, Signū verò in ipsa recta Linea fertur. Duo igitur motus simplices ipsam cōstituerunt. Quamobrē ex numero Mistarum est Linearum, non autem simplicium. Quod.n. ex dissimilibus est constitutum, Simplex non est: sed Mistum. Recteqúe Geminus cùm ex pluribus quidem motibus,simplicium quoque Linearū aliquam produci concessisset, non equidem omnem etiā talem Mistam esse concessit: verū illam, quæ ex dissimilibus oritur motibus. si .n. Quadrangulum, duosqúe motus,qui æquali celeritate fiant, alterum quidē per Longitudinem, alterum verò per Latitudinem intellexeris, Dimetiens producetur, recta existens Linea,non obid tamen Linea recta mixta est. Nulla.n. alia ipsam præcedit Linea, quæ fit per simplicem motum producta, quemadmodum de Cylindrica Helice dicebamus. Verū m nec si quis in Angulo recto rectam subduci Lineam excogitauerit, bipartitaqúe sectione Circulum describere,propter hoc Linea circularis Mistione producta est. eius .n. quæ hoc modo mouetur Extrema cùm æqualiter moueantur, rectā describunt: bipartita verò sectio cū m inęqualiter deuoluatur,circulum designat: reliqua autem Signa, describunt Ellipsim. Quapropter Lationis, quæ bipartita fit sectione inæqualitatem consecuta est circularis Lineæ generatio. eò quòd in Angulo recto rectam deduci Lineam,non autem secundum naturam moueri suppositum fuit. At hæc quidē de his sint satis. Videbitur autē vtrisque Lineis simplicibus existentibus (Recta inquā,& Circulari) Recta vtique simplicior esse. in hac .n. ne opinione quidē dissimilitudo excogitari potest. in Circulari verò,Concauum, & Conuexum dissimilitudinem indicant. & Recta quidem Circunferentiā secundum excogitationem non infert, Circunferentia verò Rectam (licet non iuxta generationem) iuxta tamen respectum ad centrum, secum affert. Quid autem siquis etiā dicat Circunferentiam recta Linea ad constitutionem indigere? si enim rectę Lineę terminatę vtrūuis quidem

Solutio

Apollonius

Geminus.

Documentum

Dubitatio

dem Extremorũ maneat, alterum verò moueatur, Circulum proculdubio describet, eius autẽ Centrum, manens rectæ Lineę Extremum erit. An id, quod Circulum describit, Signum est, quod circa manens fertur, non recta Linea? distantiam enim duntaxat ipsa determinat, Circularẽ verò Lineam Signũ constituit dum circulariter mouetur.

Solutio.

Digressio

De his autem satis. Verum enimuero Circunferentia quidem Fini proxima esse videtur, & eandẽ ad alias Lineas habere rationem, quã Finis ad omnia ea, quæ sunt. finita si quidem est, solaqúe ex simplicibus Figuram perficit. Recta Linea verò, Infinitati. in infinitũ enim producta nequaquã cessat, & quemadmodũ ex Fine, & Infinito reliqua omnia producta sunt: eodem modo ex Circulari, & Recto omne mistum Linearum genus constitutum est, tum Planarum, tum earũ, quæ in Solidis consistunt corporibus. Et propter hanc causam Anima quoq; Rectum, & Circulare secundum essentiam in se pręassumpsit, vt omnem, quæ in Mundo est Infiniti coordinationem, omnemqúe Finis moderetur naturam. Recto quidem progressum, Circulari verò regressum ipsorum constituens. atque illo quidem in multitudinem ipsa producens, hoc verò cuncta in vnum colligens. & nõ solùm Anima, verũetiam ille, qui Animam produxit, hasqúe potentias ipsi tradidit, vtrasque primarias in sese habet causas. cùm enim omnium eorum, quæ sunt, principiũ, Media, finesqúe præassumpsisset, rectas Lineas terminat secundum naturam circũiens, inquit Plato. ad omnia nanque prouidis progreditur actionibus, ad seseqúe reuersus est, manens in suo quodãmodo more, ait Timæus. Nota autẽ est Linea recta quidẽ, indeclinabilis, & imperuertibilis, & immaculatæ, & indeficientis, & omnipotentis, omnibusqúe assistentis prouidentiæ. Circunferentia verò, atque Circuitio, eius, quæ in sese coit actionis, quæqúe ad se se conuertitur, & iuxta vnum intelligentẽ terminum omnibus dominatur. Cùm itaque duo hęc principia Rectum scilicet, & Circulare rerum omnium Opifex in seipso prępósuisset, duas à se se produxit Vnitates. vnam quidem iuxta Circulare agentem, intelligentiumqúe essentiarum effectricem: alteram verò iuxta Rectum, sensilibusqúe ortum præbentem. Quoniam autem Anima medium inter intelligentia, sensiliaqúe sortitur locum, quatenus quidem intelligenti cohæret naturæ, iuxta Circulum agit: quatenus verò sensilibus præest, iuxta Rectum prouidet. Tot etiam de harũ Formarum ad ea, quæ sunt similitudine, dicta sufficiant. At rectè Lineæ definitionem Euclides quidem hanc tradidit, quam posuimus: per quam ostendit solam rectam Lineam ei, quod inter sua situm est Signa

Pla. in Timęo.

Timæus.

Linea recta cuius sit Nota.

Circunferẽtia cuius Nota sit.

Duę, quæ ĩ Deo sũt Vnitates.

Finis Digressionis

Ponderat definitionem Euclidis.

gna æquale occupare ſpatium, quanta.n.eſt alterius Signorum ab altero diſtãtia, tanta eſt rectę, quæ ab ipſis terminatur Lineę magnitudo. Atq; hoc eſt ex æquali inter ſua collocari Signa. Quòd ſi in Circunferentia, vel etiam in alia quadã Linea duo Signa ſumpſeris, quod inter hæc includitur Lineæ ſpatium, ipſorum diſtantiã ſuperat; omniſquè Linea præter rectam hoc pati videtur. Quocirca iuxta cõmunem quoq; notionem eos quidem, qui per rectam ambulant Lineam neceſſarium duntaxat iter facere Vulgus etiã inquit: eos autem, qui non per rectã, à neceſſario plurimùm aberrare. Plato autẽ rectam Lineam ſic definit. Linea recta eſt, cuius Media obumbrant Extrema, hoc nanque ea quidem, quæ in directum poſita ſunt pati neceſſe eſt; quæ verò in Circuli Circunferentia, vel in alio ſita ſunt Interuallo, haud neceſſariũ eſt vt hoc patiantur. Quapropter Aſtrologici quoq; tunc Solẽ dicunt deliquiũ pati, cùm ipſe, & Luna, noſterquè oculus in vna fuerint recta Linea. tunc.n. à Luna media inter nos, atq; ipſum exiſtente obumbrari. Et forſan rectæ Lineæ paſſio oſtenderit vtiq; quòd in his etiã, quæ ſunt, iuxta proceſſus, qui à cauſis emanãt, Media quidem Extremorũ diſtantiam, adinuicemquè cõmunicationem, diuidendi vim habent. queadmodum ſanè iuxta regreſſus, quæ etiã ab ipſis diſtant ad primarias conuertuntur cauſas. Archimedes verò rectam definiuit Lineã, minimã earũ, quæ Terminos habent eoſdem. Cùm.n. (vt Euclidis ait definitio) ex æquo inter ſua collocata ſit Signa, hac de cauſa eoſdẽ Terminos habentium minima eſt. ſi.n. quępiã fuerit minor, non ex æquo inter ſua iacebit Extrema. Quin etiam reliquæ omnes rectæ Lineę definitiones, in eaſdẽ recidunt ſententias. Exẽpli gratia, quòd in ſuis conſtituta eſt extremitatibus. & quòd nõ eſt pars quidẽ ipſius in ſubiecto Plano, pars verò, in ſublimiori. & q; omnes eius partes omnibus ſimiliter congruunt. & quòd extremis manentibus, ipſa quoque manet. quòd demũ cũ vna, quæ ſit ſibi ſpecie ſimilis Figurã non perficit. hæc.n. omnia rectæ Lineæ proprietatem exprimunt, quã habet ex eo quòd ſimplex eſt, & vnum habet breuiſſimum ab Extremo, ad aliud Extremũ progreſſum. hęc etiam de rectæ Lineæ definitionibus dicta ſint. Diuidit autem rurſus Lineã Geminus, primũ quidem in Incompoſitam, & Compoſitam. vocat autem Cõpoſitam, refractam, Angulumquè efficientẽ: reliquas verò ipſarum omnes, Incompoſitas. Deinde Compoſitã, in eam, quæ Figuram efficit, & eam, quæ in infinitum producitur. Figurã facere dicens, Circularem, Clypeiquè Lineam, quæquè Hæderę ſimilis eſt: non facere autẽ Rectanguli, Obtuſanguliquè Coni ſectionem, Con-

chæ

Definitio rectę Lineæ ſecundum Pla.

Pulchra d̃ rectæ Lineę paſſiõe in iis, quæ ſunt, cõtẽplatio

Defõ rectæ Lineæ ſecundum Archime.

Multę rectæ Lineę defões.

Alia Lineę diuiſio ſecũdũ Geminum

chæ ſimilem, Rectam, id genus omnes. Rurſusq́ue alio modo Incõpoſitæ Lineæ aliam quidem ſimplicem eſſe, aliam verò miſtam. Et ſimplicis aliam quidē Figuram facere, vt Circularem: aliam verò indefinitam eſſe, vt Rectam. Miſtę autem aliā quidem in Planis, aliam verò in Solidis eſſe. Et eius, quæ in Planis eſt, aliam quidē in ſe ſe coincidere, vt quæ Figurā refert Hæderæ, quæ Ciſſoides vocitatur: aliā verò in infinitum produci, vtputa Helicem. Eius autem, quæ in Solidis eſt, aliā quidem in Solidorum ſectionibus excogitari: aliā verò circa Solida ipſa conſiſtere. nam Helicem quidē, quæ circa Sphæram, aut Conū deſcribitur, circa Solida conſiſtere: Conicas verò, vel Spiricas ſectiones à tali Solidorū gigni ſectione. Iſtas autē ſectiones alias quidē à Menęchmo, Conicas ſcilicet, excogitatas fuiſſe, quod etiam Eratoſthenes referens ait.

Eratoſthenis Pentametrum: Neque Mænechmos in Cono ſecare Ternarios.

Alias verò à Perſeo, qui Epigramma quoque in earum inuentione compoſuit, dicens.

Perſei Epigrāma. Tres Lineas in quinq; ſectionibus ſpiricas cùm inueniſſet Perſeus, harum cauſa Dijs ſacrificauit.

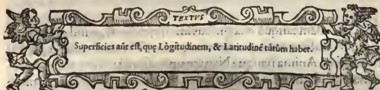
Conicæ ſectiones. Spiricæ ſectiones. Quæ quidem tres Conorū ſectiones ſunt, Parabole, Hyperbole, atq; Ellipſis. Spiricarum autē ſectionum alia quidē implicata, inuolutaq́ue eſt, equinę ſimilis Pedicæ: alia autem in Medio dilatatur, ex vtraque verò parte deficit; alia verò oblonga exiſtens medium quidem ſpatium minus habet, ad vtranque autem partē dilatatur. Cæterarū autem miſtionum multitudo infinita eſt. Solidarū nanque Figurarum innumera eſt multitudo, multiformesq́ue ipſarum conſtituuntur ſectiones. non .n. recta Linea dū circulariter mouetur quandā determinatam facit Superficiē, neque etiā Conicę, nec Conchoides Lineæ, neque Circunferentiæ ipſæ. Multifariè igitur ſi ſecentur hæc Solida, varias Linearum oſtendunt ſpecies. Earum demum, quæ circa Solida conſiſtunt Linearū, aliæ quidem ſimilium partiū ſunt, vt quæ circa Cylindrum ſunt Helices: aliæ verò diſſimiliū partium, quemadmodū cęteræ omnes. Ex his itaque diuiſionibus colligitur quòd tres Solæ ſunt Lineæ partium ſimilium, Recta nēpe, Circularis, & Helix Cylindrica. duæ quidē in Plano ſimplices, vna verò miſta circa Solidum. Idq́ue euidenter Geminus demonſtrat, cùm inſuper demonſtraſſet, quòd ſi ad ſimilium partium Lineā ab vno Signo, duæ rectæ protractæ fuerint Lineæ æquos in ipſa Angulos facientes, æquales ſunt. Ex eiuſque voluminibus horum demonſtrationes ſtudioſis capeſſendæ ſunt. ſiquidem ortus quoque ſpiricarum, & conchoidum,

Tres ſolæ ſunt Lineę partium ſimilium. Theorema Gemini.

Hederęque similium Linearum tradit. Nos verò ipsarum quidē cognomina, diuisionesque cōmemorauimus, ad ipsarum inquisitionem ingeniosos excitantes. Ad singularum autem inuestigationem rationes diligenter perquirere, superuacaneū in præsenti esse arbitramur. cùm Geometra simplices, primariasque duntaxat Lineas hic nobis aperuerit, Rectam quidem, in præsenti definitione: Circularē verò, in Circuli traditione. tunc .n. dicet Lineam Circulum terminātem, esse Circunferentiam. Mistę autē nullam fecit mentionem, licet Angulos nouerit mistos, Semicircularem nempe, atque Cornicularem: necnon Figuras Planas mistas, Segmēta .s. atq; Sectores: Solidasque, Conos videlicet, atque Cylindros. Cæterorum itaque omnium tres vniuscuiusq; tradidit species, Linearum autē, duas tantum, idest Rectam, & Circularem. cùm arbitraretur opus esse in sermonibus, qui de simplicibus habentur, simplices assumere species. reliqua .n. omnia, Lineis compositiora sunt. Quamobrem nos quoq; Geometram sequentes in simplicibus Lineis ipsarum explicationē terminabimus.

Geminus tradit ori Spiricarū, et Cōchoidū, & Hædere simi-liū Linearum.

Cur Euclides duas tātùm Lineæ spēs tradiderit.




Superficies aūt est, quę Lōgitudinem, & Latitudinē tātùm habet.

Definitio quinta.

POst Signum, & Lineā Superficies collocata est, quæ duplici distat Interuallo tum Longitudine, tum Latitudine. Crassitudinis autē expers hæc quoq; remanens, Corpore triplici dimensione distante simpliciorē habet naturā. Quocirca Geometra quoq; particulā [ tātùm ] duobus Interuallis adiecit, vtpote tertio Interuallo in superficie non existente. hæcque negationi Crassitudinis æquipollet, vt hic quoq; Superficiei ad Solidum cōparatæ iuxta simplicitatem præstantiam, negatione, vel æquiualente negationi additione ostendat: diminutionem verò, quam habet si ad præcedentia comparetur, affirmationibus ipsis. Alij autem Corporis Terminum ipsam definiuerunt, idē propemodum dicentes. siquidē quod terminat ab eo, quod terminatur, vna superatur distantia. Alij verò, magnitudinem binis distātē Interuallis. Alij demū aliter quoquo modo eius formant assignationem, idem declarantes. Superficiei autē cognitionem nos habere dicunt, cùm agros dimetimur, eorumque extremitates, iuxta Longitudinem, & Latitudinem distinguimus: sensum verò quendam cape-

Cōm. 5.

Aliæ Superficiei definitiones.

Simile dixit de Linea superius in cōmento 2.

re, vmbras inspicientes. cùm .n. ipsæ sine Crassitudine sint, eò quòd interiorem Terræ partem penetrare non possunt, Latitudinem tantùm, atque Longitudinem habent. Pythagorei autẽ Ternario ipsam assimilari dicebant. Quoniã sanè omnibus, quæ in ipsa reperiuntur Figuris Ternarius longè prima est causa. Circulus .n. qui Orbicularium principiũ est, latenter Ternarium habet, Centro, Interuallo, atq; Circunferentia. Triangulũ autem cùm omnium Rectilineorũ principatum teneat, vndequaque manifestum est, quòd Ternario clauditur, & iuxta illum Formam suscepit.

Qua de cã Pythagorei Ternario Superficiem assimilari dicebant.

TEXTVS

Superficiei verò Extrema, sunt Lineæ.

Definitio sexta.

Cõm. 6.

Digressio

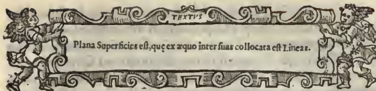
EX his etiam tanquã imaginibus intelligendũ est, quòd omne proximum quolibet eorũ, quæ sunt simplicius, Terminũ cuilibet, & Finem affert. Anima nanque Naturæ operationẽ perficit, atque determinat: & Natura, Corporũ Motionem: & ante hæc Mens, Animę conuolutiones metitur: ipsiusquè Mentis vitam, Vnũ. illud .n. mẽsura omniũ est. Quẽadmodum sanè in his quoque Solidũ quidem à Superficie, Superficies aũt à Linea, Lineaque à Signo terminatur. illud siquidem, Terminus omniũ est. In Formis igitur immaterialibus, rationibusquè impartibilibus Linea vniformis existẽs, in Superficiei progressu variũ motum terminat, ac coërcet, ipsiusquè proximè vnit infinitatẽ. In imaginibus aũt cùm Terminato Terminans aduenerit, hoc pacto Terminũ ipsi præbet. Siquis autẽ hìc quoque quærat quonam pacto omnis Superficiei Extrema sint Lineæ, cùm non omnis etiam finitæ Extrema sint. Sphæræ nanq; Superficies, terminata quidem est, non autẽ à Lineis, sed à se se. Dicemus quòd accipiendo Superficiẽ qnatenus duplici distat Interuallo, à Lineis ipsam terminari iuxta Longitudinẽ, Latitudinemquè reperiemus. Quòd si Sphæricã inspexerimus, ipsam vtique accipimus vt eam, quæ iã Figuram suscepit, & aliam habuit qualitatẽ, & finem principio coniunxit, ex duobusquè Extremis Vnum fecit. & hoc potentia duntaxat vnum existens, non autem actu.

Vnũ hic, pro Deo.

Dubitatio

Solutio.

Plana




Definitio septima.

PRiscis non placuit Philosophis Planũ Superficiei ponere speciem, verùm vt idẽ vtrunque assumere, ad Magnitudinẽ duplici Interuallo distantem repręsentandã. Ita nanque Diuinus quoque Plato Geometriam Planorum esse dixit contemplatricem, Stereometriæ ipsam in diuisione opponens, perinde ac si esset idem Planum, & Superficies. Idẽ admirandus etiã Aristoteles. At Euclides, & qui eũ secuti sunt, genus quidem Superficiẽ faciunt, eius verò speciem, Planum, queadmodum Lineæ, Rectã. Quapropter Planum quoque seorsum à Superficie definit, ad rectæ Lineę similitudinẽ. illã nanque spatio, quod inter Signa collocatum est æqualẽ esse dicebat. Hancquè similiter ait duabus positis rectis Lineis locũ occupare spatio, quod inter duas illas Lineas situm est, æqualẽ. Hæc .n. est, quæ ex æquo inter suas collocata est Lineas, quã alij quoque, idem explicantes, in extremitatibus suis constitutã dixere. Alij verò, cuius omnibus partibus recta Linea congruit. At quidã fortasse dicant ipsam, breuissimã quoque eadem Extrema habentiũ Superficierũ. Et cuius media obumbrant Extrema, omnesquè rectæ Lineæ definitiones, in Planam quoque Superficiem, genus solum mutantes, transferre poterint. siquidẽ Rectum, & Circulare, & Mistũ à Lineis incohantia ad Solida vsque perueniunt, vt superius diximus. sunt .n. tum in Superficiebus, tum in Solidis ex proportione. Ideo Parmenides etiã omnem ait Figuram aut Rectam esse, aut Circularem, aut Mistam. Si vis ergo Rectũ in Superficiebus considerare, sume Planum, cui vario modo recta congruit Linea: si autem Circulare, Sphæricam accipe Superficiem: si verò Mistũ, Conicam, vel Cylindricam, vel id genus aliquam. Oportet autẽ (inquit Geminus) cùm Linea, itemquè Superficies Mista dicatur, Mistionis modum cognoscere, quoniã diuersus est. Neque .n. per cõpositionẽ tantùm, neque per Tẽperationem Mistio in Lineis est. Helix siquidem mista est, nec tamen est pars quidem ipsius recta, pars verò Circularis, veluti eorum, quæ per Compositionẽ mista sunt. neque etiã si vtcunque secetur Helix simplicium imaginẽ affert, quod patiuntur ea, quæ per Tẽperationem sunt mista: verùm in ipsa, corrupta simul Extrema, confusaquè sunt. Quamobrem hoc quidem Mistionẽ esse

Cõm. 7.
Plato in 7 de Rep.
Aristo. in pluribus locis.
Aliorum multæ Superficiei definitiones
In cõm. 4.
Parmenides.
Documentum.
Geminus.
Mistionis modus diuersus est in Lineis, & in Superficiebus.
Lineæ per Cõfusionem mistę sunt.

Error Theodori Mathematici.

in Lineis non rectè Theodorus Mathematicus sentit. In Superficiebus verò Mistio, neque per Cōpositionem est, neq; per Confusionē: sed potius per quandam Temperationē.

Supficies per Tēperationem mistę sūt.

Coni ort⁹

Circulū.n.in subiecto Plano intelligentes,& Signum sublime, à Signoqúe ad Circuli Circunferentiam rectam Lineam producentes, ipsamqúe rotantes, Conicā vtique faciemus Superficiem, quæ mista est. Rursusqúe ipsam secantes resoluemus in simplicia. à vertice .n. ad Basim sectionē ducentes, quod secat Planum, Circulare efficiemus.

Pulchrū.

At Linearum Idea, Mistionis modū haud per tēperationem esse ostendit, neque .n. nos ad Elementorū simplicem remittit naturā. Superficies autē si secentur, statim per quas etiā Lineas sint procreatę, nobis ostendunt. Modus igitur Mistionis (vt dictum fuit) in Lineis, atque in Superficiebus idem non est.

Commune Lineis, & Superficiebus.

Quemadmodū autē in Lineis erant quædā simplices, Recta nempe, & Circularis, quarum vulgus etiā nulla præcedente doctrina anticipatas notiones habet, Mistarum verò species magis artificiosa indigebant deprehensione: ita nimirum in Superficiebus quoque, earum, quæ maximè Elementares sunt Planarū, atq; Sphæricarū ex se se notiones habemus: earum verò, quæ per Mistionem cōstituuntur, scientia ipsa, eiusqúe ratio inuestigat varietatē.

Admirabile Superficierū proprium.

Spirę ort⁹

Hoc aūt admirabile in ipsis est, quòd scilicet à circulari quoque Linea, Superficiei Mistio in generatione sæpenumero fit. Hoc verò Spiricę quoq; contingere dicimus Superficiei. per Circuli .n. reuolutionē hæc intelligitur erecti permanentis, & circa idem Signū, quod eius Centrū non sit se se voluentis.

Tres sunt Spiræ.

Quo circa tripliciter quoque Spira fit. aut .n. in Circunferentia Centrum est, aut intra Circunferentiam, aut extra.

1 Spira cōtinua.
2 Spira implicita.
3 Spira diuidua.

Quòd si in Circunferentia quidem Centrum sit, fit Spira Continua: si autē intra Circūferentiā, Implicita: si verò extra, Diuidua.

Tres sunt Spiricę Sectiones

Tresqúe sunt Spiricæ sectiones, iuxta hasce tres differentias. Verūtamen omnis Spira mista est, licet vnus sit, à quo producitur, Circularisqúe motus.

Dupliciter fiūt mistæ Superficies.

Fiunt aūt Superficies mistæ tum à simplicibus (vt diximus) Lineis, dū huiuscemodi motu mouentur, tū etiā à mistis.

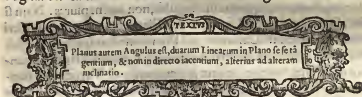
Quatuor corpora, q mistas hńt Supficies, à trib⁹ Conicis Lineis producuntur. Et eorū Sup

Cùm ergo tres sint Conicæ Lineæ, quatuor efficiunt mistas Superficies, quas vocant Conoides. nam à Parabole quidem, quæ circa Axē conuertitur, Rectangulum Conoides fit: ab Ellipsi verò, quę Sphęroidea nominantur. si circa maiorē quidem Axem conuolutio fiat, Oblongū: si verò circa minorē, Latum. Ab Hyperbole demū, Obtusangulū Conoides. Sciendum autem est, quòd interdum quidē ex Lineis in superficierum peruenimus cognitionem, interdum verò, contrà: ex Conicis .n. Spiricisqúe Superficiebus deprehendemus Conicas, & Spiricas

Lineas. Quin etiam hoc quoque præaccipiendum est de Linearum, Superficierumq́ue differentia, quòd Lineæ quidem partiū similium tres sunt (vt superius dictū fuit) Superficies verò duæ tātùm. Plana, atque Sphærica. non autē Cylindrica quoque, siquidem non omnes omnibus Cylindricæ Superficiei partes congruere possunt. Hæc de Superficierum quoq; differentiis à nobis dicta sint, quarum cùm vnā Geometra elegisset (Planā inquam) hanc vtique definiuit, in hacq́ue vtpote subiecta, Figuras, harumq́ue passiones contēplabitur. copiosior nanque in hac ei est sermo, quàm in aliis Superficiebus. rectas siquidem Lineas, & Circulos, & Helices in ipsa possumus intelligere, nec non Circulorum, rectarumq́ue Linearum Sectiones, & Contactus, & Applicationes, omnisq́ue generis Angulorum constitutiones. In aliis verò Superficiebus non omnia hæc inspici possunt. Quomodo .n. in Sphærica rectam deprehenderis Lineam, aut rectilineū Angulum? Quomodo demum in Conica, vel Cylindrica Circulorū Sectiones, vel rectarum Linearum inspicies? Non īmeritò igitur hāc Superficiem & definiuit, & in ipsa cuncta edendo res suas pertractat. hinc nanque præsentem tractationē Planam appellauit. & hoc pacto Planum quidem intelligere oportet, vtpote proiectū, & ante oculos constitutum: cuncta verò in hoc Cogitationē describentē, Phantasia quidem quasi Plano æquiparata speculo, rationibus verò, quæ in Cogitatione sunt suas in illud demittentibus imagines.

ficies Conoides appellantur. 1 Rectan, gulū Conoides. 2 Obtusāgulū Conoides. 3 Oblongū Sphæroides. 4 Latum Sphęroides

Secūda cōmunitas linearū, & supficierū Scđa dr̄ia Linearū, & Superficierum. In cōm. 4. Duæ tātū similiū ptiū Supficies sunt. Cur Geometra Planū tantùm definiuerit Superficiē Quō Planū intelligendū sit i Geometria.




Planus autem Angulus est, duarum Linearum in Plano se se tāgentium, & non in directo iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

Definitio octaua.

Cōm. 8. Digressio

ANgulum alij quidem veterū Philosophorū in Prædicamento eorum, quæ sunt ad Aliquid collocantes, Inclinationē esse dixerunt aut Linearum, aut Planorum, quæ ad seinuicem inclinata sunt. Alij verò in Qualitate hunc quoque includentes, vt Rectitudinem, atq; Obliquitatem, talem dicunt Superficiei esse, vel Solidi passionem. Alij autem ad Quantitatem referentes, Superficiem ipsum, vel Solidum esse fatentur. Diuiditur .n. qui in Superficiebus quidem à Linea, qui verò in Solidis, à Superficie. Quod autem ab his (inquiunt) diuiditur, nil aliud est, nisi Magnitudo, & hæc non Linearis (Linea siquidem à Signo diuiditur) reliquum igitur est, ipsum aut Superficiem esse, aut

Triplex d' Angulo opinio. 1 opinio, q̄ est Euclidis. 2 opinio, q̄ Eudemi. 3 opinio, quæ Plutarchi, & Apollonii & Carpi, eorūq; fundamentū.

Solidū.

Tertię opinionis cōfutatio. Solidum. Verùm si Magnitudo quidē est, omnes autē eiusdem generis Magnitudines, finitæ existentes, rationem adinuicem habent: Anguli quoque omnes eiusdem generis, nempe qui in Superficiebus sunt, rationem adinuicem habebunt. Quare Cornicularis etiam ad Rectilineum habebit rationem. Quæ autem adinuicem rationē habent, si multiplicentur, possunt seinuicem excedere. Excedet igitur aliquando Cornicularis quoq; Rectilineum. quod minimè fieri potest. ostenditur siquidem omni Rectilineo minor. Atqui si Qualitas solùm est, queādmodum Caliditas, & Frigiditas, quonam pacto in partes æquales diuisibilis est? non .n. minus Angulis, quàm Magnitudinibus ęqualitas inest, & inæqualitas, omninóque diuisibilitas: verùm similiter vtrisq; per se se accidunt. Quòd si ea, quibus hæc per se insunt, Quantitates quædam sunt, non autē Qualitates, manifestū est vtiq;, quòd Anguli quoque Qualitates non erunt. Qualitatis siquidem Magis, & Minus propriæ sunt passiones, non autē Aequale, & Inæquale. Non oportebat igitur Angulos inęquales dicere, & hūc quidem maiorem, illū verò minorem: sed dissimiles, aliumqúe magis Angulum, alium minus. Verùm quòd hæc aliena sint à Mathematicarum rerum essentia, nemo est, qui nō videat. omnis siquidem Angulus eandem suscipit definitionem, neque hic quidē magis Angulus est, ille verò minus. Tertiò si Angulus Inclinatio est, ac deniq; eorum, quę ad Aliquid referuntur, illud vtiq; eueniet, vt vna existente Inclinatione, vnus quoque sit Angulus, non autem plures. Nam si nihil aliud est quàm ipse Linearum, vel Planorum respectus, quī fieri potest vt vnus quidē Linearum, vel Planorum sit respectus, Anguli verò plures? Si itaq; Conum intellexeris à Vertice ad Basim Triangulo dissectum, vnicam quidem in Semiconio ad Verticem Triangularium Linearum inspicies Inclinationem: duos verò distinctos Angulos. vnum quidem Planum, ipsius scilicet Trianguli: alterum verò, in mista Coni Superficie, comprehensum autem vtrunq; à iam dictis binis Lineis. Non igitur harum respectus Angulum faciebat. Cęterùm necesse est ipsum, aut Qualitatem dicere, aut Quantitatem, aut eorum, quæ sunt ad Aliquid. Nam Figuræ quidem Qualitates sunt, harū verò ad seinuicē rationes, eorum, quæ ad Aliquid. Oportet ergo Angulum quoque sub horum trium generum aliquo reduci. Talibus planè Dubijs existentibus, & Euclide quidē Angulum Inclinationē dicente, Apollonio verò Superficiei, vel Solidi in vno Signo sub Linea, vel Superficie refracta collectionem (hic .n. omnem vniuersaliter Angulum definire videtur) Nobis Præceptorem nostrum

Marginal notes: In tertio Elem. propōne 16. — Secundæ opinionis cōfutatio. — Primū argumentū. — Secūdum argumētū. — Primę opinionis cōfutatio. — Argumentū in contrarium. — Propria opinio.

strum

ſtrum ſequentibus dicendum eſt, Angulum nil quidem prædictorum ipſum per ſe ſe eſſe: ſed per horum omnium concurſum conſtitui. Et propter hanc cauſam dubitationem illis attuliſſe, qui ad Vnũ quoddam ſpectarunt. Non eſt autẽ Angulus duntaxat huiuſcemodi, ſed Triangulum quoq;. Quantitatis ſiquidem ipſum eſt particeps, ęqualeq́ue dicitur,& inęquale, vtpote materiæ ad ipſa rationẽ habẽs. Adeſt autẽ ipſi & iuxta figuram Qualitas (quandoquidẽ tam ſimilia dicantur Triangula, quàm æqualia) hoc quidẽ ab alio, illud verò ab alio habẽs Prædicamento. Ita ergo Angulus quoque omnino quidẽ indiget ſubiecta Magnitudini Quantitate. Indiget autem & Qualitate, per quam quaſi propriam habet Formam, exiſtentiæq́ue Figuram. Indiget demum & Linearum ipſum terminantium, vel Superficierum ipſum comprehendentium reſpectu. ex hisq́ue conſtat omnibus Angulus, nec tamen Vnum aliquid iſtorum eſt. Et eſt quidem diuiſibilis, & æqualitatem, atq; inæqualitatem ſuſcipere poteſt, iuxta eam, quæ in ipſo eſt Quantitatem. Non cogitur autem eiuſdem generis Magnitudinum rationem admittere, cùm peculiarẽ etiam habeat Qualitatem, per quam ſæpenumero Anguli alij alijs incomparabiles ſunt; neq; vna Inclinatio vnicum perficere Angulum. ſiquidem Quantitas etiam, quæ inter inclinatas collocata eſt Lineas, ipſius complet eſſentiam. Si itaque ad haſce perſpexerimus diſtinctiones, & Abſurda diſſoluemus, & Anguli proprietatem inueniemus non eſſe quidem Superficiei, vel Solidi collectionẽ, vt Apollonius inquit, (cùm hæc quoque ipſius cõpleant eſſentiam) verùm nihil aliud eſſe, quàm Superficiem ipſam in vno Signo collectam, ab inclinatisq́ue Lineis comprehenſam, vel ab vna ad ſe ſe inclinata Linea: ipſumq́ue Solidum ab inclinatis ad ſeinuicẽ Superficiebus collectũ. Vt Quantũ formatum, à taliq́ue reſpectu conſtitutum definitionem ipſi ſuppeditet: non autem Quantitas per ſe, nec Qualitas ſolùm, neque Relatio. Hæc de Angulorum ſubſtantia dicenda duximus, cõmunem de omni Angulo præoccupantes contẽplationem, antequã in ſpecies ipſum diuidamus. Cùm autem tres de Angulo ſint opiniones, Eudemus quidem Peripateticus, qui Librum de Angulo ſcripſit, Qualitatem ipſum eſſe conceſſit: ortum .n. Anguli conſiderans, nil aliud eſſe ait, quàm Linearum Fractionem. Quòd ſi Rectitudo Qualitas eſt, Fractio quoque Qualitas erit. Proinde ipſum cùm in Qualitate generationem habeat, omnino Qualitatem eſſe. Euclides autẽ, & quicunq; ipſum Inclinationem dixere, inter ea, quę ſunt ad Aliquid enumrant. Quantitatem verò dixerunt ipſum, quicunque Angulum eſſe dicunt

Deſtruit argumẽta quæ in ipſum reflecti poſsẽt.

Anguli Plani perfecta definitio.

Anguli Solidi perfecta defĩo.

Vniuerſalis, & pfecta Anguli defĩo.

Opinionũ diſtributio

Eudemi fũdamẽtum in lib. ſuo d' Angulo

Euclides.

primũ

Plutarchi, & Apollonii aliud fundamentum. primum sub Signo Interuallum. E' quorum numero Plutarchus etiã est, Apollonium quoque in eandem compellens sententiam. oportet .n. (inquit) esse aliquod Interuallum primum sub continentium Linearum, vel Superficierum Inclinatione. Imò cùm Interuallum, Fũdaméti destructio Primũ argumentũ. quod sub Signo est, continuum sit, fieri non potest, vt primum accipiatur. omne siquidem Interuallum, in infinitum est diuisibile. Secũdum argumẽtũ Præter hoc etiam si vtcunque primum distinxerimus, & per illud rectam duxerimus Lineam, Triangulum fit, non autẽ Angulus vnus. Carpi aliud fundamentum. Carpus autem Antiochenus Quantitatem quidem Angulum esse ait, & distantiam cõprehendentium ipsum Linearum, vel Superficierum: hancque vnico distantem Interuallo, non tamen idcirco Lineam esse ipsum Angulum. non .n. omne, quod vnico distat Interuallo, esse Fũdaméti destructio Lineam. Hoc autem omnium absurdissimum est, aliquam scilicet esse Magnitudinem, quæ vnico distet Interuallo, præter Lineam. Finis Digressionis verùm de his quidem satis, superque. Angulorũ diuisio. Angulorum autem alios quidem in Superficiebus, alios verò in Solidis consistere dicendum. Et eorũ, qui in Superficiebus alios quidem in simplicibus, alios verò in mistis. In Cylindrica nanque Superficie fiet vtique Angulus, & in Conica, & in Sphærica, & in Plana. Eorum autem, qui in simplicibus consistunt Superficiebus, alij quidem in Sphæricis, alij verò in Planis constituuntur. facit .n. Angulos & ipse Signifer, Aequinoctialẽ in duas dissecans partes, ad Superficierum secantium verticem. suntque in Anguli Sphærales Sphærica Superficie huiuscemodi Anguli. Eorum verò, qui in Planis, alij quidem à simplicibus comprehenduntur Lineis, alij autem à mistis, alij verò ab vtrisque. in Clypeo .n. ab Axe, Clypeique Linea Angulus comprehenditur: sed harum vna quidem mista est, altera Angulus ex Clypei Linea. verò simplex. Quòd si Clypeum Circulus secet, erit Angulus à Circunferentia, & Ellipsi comprehensus. Cùm autem Cissoides, hoc est Linearum Cissoidum denoiatio. Hæderę similes Lineæ, ad vnum coeuntes Signum, sicut Hederæ folia (illinc .n. denominationem habuère) Angulum fecerint, à mistis Angulus Cissoides. vtrisque lineis talis comprehenditur Angulus. Itidem cùm Hippopeda, Angulus ex Hippopedis Lineis hoc est equinæ similis Pedicæ Linea, quæ Spiricarum vna est, Angulum ad aliam proclinata fecerit, hunc quoque mistæ comprehendunt Lineæ. Qui demum à Circunferentia, & recta Linea continentur, à Tres ex Circũferẽtiis Anguli fiunt. simplicibus comprehenduntur Lineis. Horum autem rursus alij quidem à similibus specie continentur, alij verò à specie dissimilibus. duę Angulus vtrinque cõuexus nanque Circunferentiæ seinuicem secando, vel se se cõtingendo, Angulos efficiunt, ipsosque triplices, aut .n. vtrinque conuexos, quando scilicet extra fuerint Circunferentiarum Conuexa: aut vtrinque Ca-

quando vtraq; Caua extra sunt, quos Systroides vocant: aut mistos ex conuexa, & caua Linea, quemadmodum Lunulares. Quinetiam à recta Linea, & Circunferentia Anguli dupliciter continentur. aut .n. à recta Linea, & caua Circunferentia, vt Semicircularis: aut à recta Linea, & conuexa Circunferentia, vt Cornicularis. Cuncti verò, qui à duabus comprehendũtur rectis Lineis, Rectilinei vocabuntur, triplicem ipsi quoque differentiam habentes. Hos itaque omnes, qui in Planis Superficiebus constituuntur Angulos Geometra in præsentia definit, qui cõmune Anguli Plani nomen ipsis imposuit. & genus quidem ipsorum, Inclinationem dixit: locum autẽ, Planum ipsum, Anguli nanque positionem habent: ortum verò talẽ, quòd duas, scilicet oportet esse Lineas ad minus, & non tres, vt in solido. hasqúe se se tangere, & sese tangendo, non in directo iacere, vt Angulus Inclinatio sit, & Linearum comprehensio: non autem distantia tantùm, iuxta vnicum Interuallum. Videtur autẽ hæc definitio primùm quidem non concedere ab vna Linea Angulum perfici. atqui Cissoides cùm vna sit, Angulum efficit. & Hippopeda similiter. totam enim Cissoidem vocamus, non autẽ eius particulas (ne aliquis dicat, quòd hæ coẽuntes Angulum faciunt) totamqúe Spiricam, non partes eius. Vtraque ergo cùm vna sit, ipsa ad se se Angulum efficit, non ad aliã. Deinde Angulum Inclinationem definiens, peccare. Quomodo .n. vna existente Inclinatione, duo erunt Anguli? Quomodo verò æquales, & inæquales adhuc dicimus Angulos? & quotcunq; alia aduersus hanc opinionem obijci consueuere. Tertiò demum superuacanea in quibusdam Angulis esse, iuxta illam partem [& non in directo iacere] vt in ijs, qui ex orbicularibus fiunt Lineis. nam absque etiam huiusce partis adminiculo, definitio perfecta est. harum siquidem Linearum alterius ad alterã Inclinatio ipsum efficiet Angulum. prorsus .n. fieri non potest, vt in directo Orbiculares Iaceant. Totidem de Euclidis quoque definitione dicenda censuimus, partim quidem ipsam interpretantes, partim verò aduersus eam dubitantes.

Angulus vtrinq; cauus, vel Systroides.
Angulus Lunularis
Duo fiunt Anguli ex Linea recta, & circũferẽtia.
Angulus Semicircularis.
Angulus Cornicularis.
Tres ex rectis Lineis fiũt Anguli, de quib' iferius in cõ. 10.
Ponderat Euclidis dfinitioné.
Confutat Euclidis dfinitionem triplici fũdamẽto.
Primũ fundamẽtũ.
Secundum fundamẽtum.
Tertiũ fundamẽtum.

TEXTVS

Cùm autem Lineæ, quæ Angulum continent, rectæ fuerint, Rectilineus ille Angulus nuncupatur.

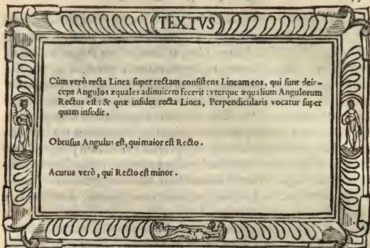
Defõ 9.

ANgulum Notam esse dicimus, atque imaginem coarctationis, quæ

Cõm. 9. Digressio

Vniuersalis Anguli cõsideratio. in diuinis generibus est, ordinisq́ue diuisa in vnũ, & partibilia in im-
partibilem naturam, & multa in copulantem colligentis cõmunitatẽ.
copula .n. is quoque plurium Linearũ, Superficierumq́ue fit, & Ma-
gnitudinis in impartibilitatẽ Signorum collector, & omnis, quæ per
Oracula. ipsum constituitur Figuræ cõprehensor. Quapropter Oracula quo-
que Angulares Figurarum cõpagines, Nodos nuncupant, quatenus
imaginem afferunt coarctatricium vnionum, diuinarumq́ue coniun-
ctionum, perquas ea, quæ natura discreta sunt cohęrent sibi inuicem.
Pulcherrima Angulorũ omnium cõsideratio. Qui ergo in Superficiebus sunt Anguli, magis ĩmateriales ipsarum,
& simpliciores, & perfectiores exprimunt vniones: qui verò in Soli-
dis, eas, quę vsque ad inferiora progrediuntur, disiunctisq́ue rebus cõ-
Angulorũ qui in Superficiebus. munitatem, & vndequaq; partibilibus, eiusdem naturæ constructio-
nem suppeditant. Eorum autẽ, qui in Superficiebus, alij quidem pri-
Angulorũ qui in Solidis. mas ipsarum, ĩmistasq́ue affingunt: alij verò eas, quæ infinitatẽ pro-
gressionum in ipsis existentium complectuntur. & alij quidem intel-
Angulorũ qui in simplicibus Superficiebus. ligentium Formarum vnitrices: alij autem Sensilium Rationum: alij
verò earum, quæ inter hasce medium obtinent locum copulatrices.
Angulorũ qui in mistis Superficiebus. Qui igitur ex Circunferentijs fiunt Anguli causas imitãtur, quę intel-
ligentem varietatem in vnionem conuoluunt, Circunferentiæ nanq;
ad se se coire properantes, mentis, intelligentiumq́ue Formarũ ima-
Angulorũ Circularium. gines sunt: Rectilinei verò eas, quæ sensilibus pręsident, & Rationũ
in his existentium coniunctionem præbent: Misti autem, cõmuni-
Angulorũ Rectilineorum. tatum, tam sensilium, quàm intellectilium Formarum, iuxta vnicam
immobilem vnionem conseruatrices. Operæpretiũ est igitur adhæc
Angulorũ Mistorũ. respiciendo Exemplaria, singulorum quoque causas reddere. apud
Pythagorei. Pythagoreos nanque, alios Angulos Dijs alijs dicatos inuenienius,
Philolaus quemadmodum & Philolaus fecit, qui alijs quidem Triangularem
Angulum: alijs verò Quadrangularem: alijsq́ue alios consecrauit.
necnon eundem pluribus Dijs, eidemq́ue Deo plures, iuxta diuersas,
Asinæus Philosophus. quæ in ipso sunt potentias, permisit. Ad quæ mihi videtur Asinæus
quoque Philosophus respiciens, & ad opificum Triangulum, quod
Vide idẽ superius cap. 9. totius Elementorũ exornationis primaria est causa, alios quidẽ iuxta
Latera: alios verò iuxta Angulos constituisse Deos. Illos quidem,
progressionem, atq; potentiã: hos autem, vniuersorum coniunctionẽ,
Solutio tacite obiectionis progressorumq́ue rursus in vnũ collectionem, suppeditãtes. At hæc
quidẽ ad eorum, quę sunt cognitionem nos dirigunt. Si autem Lineę
hìc Angulũ cõtinere dicuntur, nil mirũ est. nam quod in his Vnũ, &
impartibile reperitur, aduentitiũ est: in ipsis autẽ Deis, & ijs, quæ ve-
rè sunt, Totum, & impartibile bonum, multa, atque diuisa præcedit.

Cùm




Cùm verò recta Linea super rectam consistens Lineam eos, qui sunt deinceps Angulos æquales adinuicem fecerit: vterque æqualium Angulorum Rectus est: & quæ insidet recta Linea, Perpendicularis vocatur super quam insedit. Defō 10.

Obtusus Angulus est, qui maior est Recto. Defō 11.

Acutus verò, qui Recto est minor. Defō 12.

HAc sunt triplices Angulorum species, de quibus Socrates quoq; in Republica dicit, qui ex suppositione apud Geometras accipiũtur, Rectilineo iuxta diuisionẽ in species, hosce constituẽte Angulos, Rectũ (inquã) Obtusum, & Acutũ. Illo quidẽ per æqualitatẽ, & identitatẽ, similitudinemq́ue definito: his verò per Maioris, & Minoris naturã, ac deniq; per inæqualitatẽ, & diuersitatẽ, & per Magis, & Minus indeterminatè constitutis. At multi quidẽ Geometræ huiusce diuisionis nullã possunt reddere rationẽ, verùm vt suppositione hac quoq; vtũtur, tres .s. esse Angulos. Cùm autẽ de causa ipsos interrogauerimus, hæc ab ipsis non esse postulanda respondent. Pythagorici verò triplicis distributionis solutionẽ ad principia referẽtes, nõ sunt inopes in reddẽdis huius quoq; Rectilineorũ Angulorũ differentiæ causis. cũ. n. principiorũ vnũ quidem per Finẽ subsistat, Terminiq́ue, & idẽtitatis, & æqualitatis, ac denique totius melioris coordinationis causa absolutionibus sit: alterũ verò infinitũ existat, progressumq́ in infinitũ, & accretionẽ, & decretionẽ, & inæqualitatẽ, & omnis generis diuersitatẽ à se ipso genitis tribuat, omninoq́ue deteriori præsit seriei, iurè sanè propter hæc cùm Rectilinei quoque Anguli per illa constituantur principia, quæ quidẽ à Fine prouenit Ratio rectum efficit Angulum, vnum, æqualitate respectu cuiuslibet Recti, similitudineq́ue præditum, & finitum semper, atque determinatum, eundemq́ue manentẽ, neque accretionẽ, neque decretionem suscipientem: quæ verò ab Infinitate, cùm sit secunda, atque Dyadica, Angulos quoque circa Rectum duplices edidit, inæqualitate iuxta Maioris, atque Minoris

Cõm. 10. Socrates i Repub.

Digressio

Pythagorici Geometræ reddunt cãm cur tres sint rectilinei Anguli.

Finis.

Infinitum

Rõ, quæ à Fine prouenit rectũ efficit Angulũ.

Rõ, q̃ ab Infinito ꝑuenit Obtusum, & Acutũ ꝓducit Angulum.

naturam distinctos, iuxtaqúe Magis, & Minus, motũ infinitũ habentes, cùm vnus quidem magis, & minus Obtusus, alter verò magis,

Rectilineorũ Angulorum pulcherrima ad Deos comparatio.

& minus Acutus fiat. Idcirco planè rectos quidem Angulos ad diuinorum ornatuum, diuinarumqúe potentiarum puros, & immaculatos Deos emittunt, tanquam indeclinabilis inferiorum prouidentiæ autores, Rectitudo nanque ad deterioraqúe inflexibilitas, & ĩmutabilitas illis conuenit Dijs: Obtusos verò, atque Acutos Dijs progressionis, & motus, potẽtiarumqúe varietatis præbitoribus permitti dicunt. Hebetudo siquidem expansę prorsus Formarum progressionis imago est, Acumen verò, diuidenti, mouentiqúe vniuersorum causę assimilatur. Quin etiam in ijs, quæ sunt, essentiæ quidem Rectitudo

Rectilineorũ Angulorũ ad ea, q̃ sunt cõparatio

assimilatur, eundem Esse sui Terminum conseruans: Accidentibus verò, Obtusus, atque Acutus. hæc .n. Magis, & Minus suscipiunt, & indefinitè mutari nunquã cessant. Iurè igitur & Animam adhor-

Pulchrum

tantur descensum in generationem iuxta hanc Anguli recti indeclinabilem speciem, facere, non vergendo ad hæc magis, quàm ad hæc; Neque alia magis, alia minus affectando. cuiusdam .n. conuenientię, coniunctionisqúe naturæ, vel (vt Gręci dicunt) Sympathię distributio, ipsam in materialem deducit errorem, indefinitamqúe varietatẽ.

Perpẽdicularis pulchra cõsideratio, et cõparatio

Nota igitur est Perpendicularis quoque Linea, inflexibilitatis, puritatis, ĩmaculatæ potentiæ, & indeclinabilis, huiuscemodi omnium. Est autem & diuinæ, intelligentisqúe mensuræ Signum. Perpendiculari

Perpẽdiculari Figurarũ metimur altitudines. Huius ãt causã vide inferius ĩ cõmẽto 19.

siquidem Figurarum metimur altitudines, & ad Rectũ relatione cæteros definimus rectilineos Angulos, cùm ipsi per se se indefiniti, indeterminatiqúe sint. siquidem in excessu, defectuqúe inspiciuntur, quorum vterque per se indefinitus est. Quapropter Virtutem quoq; dicunt iuxta Rectitudinem stare, vitium verò iuxta Obtusi, & Acuti Infinitatem subsistere, excessusqúe partiri, atque defectus, & Magis,

Rectilineorũ Angulorũ ad virtutẽ, & vitiũ cõparatio.

& Minus eius ĩmoderationem ostendere. Rectilineorum igitur Angulorum Rectum quidem, perfectionis, & indeclinabilis actionis, & Termini, & Finis intelligentis, hisqúe similium: Obtusum verò, atq; Acutum, motus infiniti, & incessabilis progressionis, & diuisionis, &

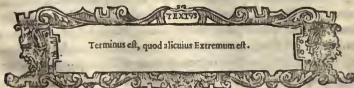
Epilogus.

partitionis, & omnino Infinitatis ponemus imaginem. Atque hęc de his.

Finis Digressionis Primũ notãdum.

Definitionibus autem Obtusi, Acutiqúe Anguli genus addendum est. vterq; .n. est Rectilineus, alter quidem Recto maior, alter verò minor: verùm non omnis absolutè, qui Recto minor, Acutus est. Cornicularis nanque omni Recto est minor, quandoquidem & Acuto, nec tamen Acutus. Semicircularis itidem quocunque Recto est minor, Acutus tamen non est. Causa autem, quoniam Misti sunt,

& non Rectilinei. Quinetiam multi curuilineorum Angulorũ, Rectis maiores apparebunt, non ob id tamen Obtusi sunt. Oportet siquidem Obtusum, Rectilineũ esse. Hoc itaque primùm adnotamus. Secũdum. Deinde quòd Rectum Angulum cùm definire proposuisset, rectam suscepit Lineã super aliam rectã Lineam stantẽ, & eos, qui deinceps sunt Angulos, æquales adinuicem facientem. Obtusum verò, atque Acutum, non itẽ accipiens rectam Lineã ad alterutrã partem inclinatam: sed à relatione ad Rectum tradidit. ipse .n. & non Rectorum mensura est, quemadmodum & inæqualium æqualitas. Lineæ verò ad alterutrã inclinatæ partẽ, erant innumeræ; & non vnica tantùm, queadmodũ Perpendicularis. Post hæc autẽ illud, quod dixt [ Angulos æquales adinuicem ] ad summã quandam Geometricam diligentiam spectare censemus. siquidem fieri poterat, vt Anguli æquales alijs essent, nec tamen Recti. cùm autẽ æquales adinuicẽ sint, Rectos esse necesse est. Rectus angulus non Rectorũ mẽsura ẽ, queadmodũ, & Inæqualium æqualitas. Tertium. Præterea particula illa [ deinceps ] addita, mihi non videtur esse superuacanea, vt quibusdã non rectè visum fuit: sed Quartũ. rectitudinis rationem ostendere. Ideo .n. vterque Angulorũ Rectus est, quia cùm sint deinceps, æquales sunt. Siquidem quæ insidet recta Linea, propter inflexibilitatem ad alterutrã partẽ, æqualitatis ambobus est, & vtrique rectitudinis causa. Non igitur absolutè adinuicem æqualitas, sed consequenter positio, vnà cũ æqualitate, causa est Angulorum rectitudinis. Præter hæc autem omnia, hîc quoque Autoris nostri propositum in memoriã reuocandum censeo, quòd scilicet Quintum de ijs sermonem habet, qui in vno Plano consistunt Angulis. Quãobrem neque etiam cuiuslibet Perpendicularis hæc definitio est: sed eius, quę in vno est, eodemq́ue Plano. Illam verò, quę Solida appellatur, non est præsentis tẽporis definire. Queadmodum igitur Planũ definiuit Angulum: ita etiã huiuscemodi Perpendicularẽ. quoniam solida Perpendicularis non ad vnicã tantùm rectam Lineam, rectos facere debet Angulos; verùm ad omnes, quæ eam tangunt, & in subiecto sunt Plano. hoc siquidem illi est proprium.




Terminus est, quod alicuius Extremum est. Defĩ 13.

TErminus non ad omnes magnitudines referẽdus est, Lineę nanq; Cõm. 11.

Terminus est,& Extremum: verùm ad Spatia,quæ in Superficiebus sunt,& ad solida Corpora. nunc .n. Terminum vocat Ambitũ, qui vnũquodque Spatium terminat, atque distinguit. huiuscemodique Terminum,Extremum esse definit. non eo modo,quo Signum,Lineę Extremum dicitur: sed eo,quo illud,quod includit,atq; excludit

Geometria, q̃ ab initio fuit

à circũiacentibus. Est autem proprium hoc nomen Geometriæ illi, quæ ab initio fuit,per quam agros metiebãtur,& Terminos ipsos inconfusos,distinctosque seruabant,ex qua in præsentis quoq; scientiæ cognitionem peruenere. Cùm itaq; externum Ambitum, Terminũ Euclides vocasset,nõ immeritò ipsum,Extremum quoq; Spatiorum definiuit. per hunc .n. quodlibet comprehensorum circũscribitur.

Circulus est quoddã Planũ spatiũ.Cõtrariũ vide superi⁹ in cõm. 1.

Dico autem exempli causa in Circulo, Circunferentiam quidẽ, Terminum, atq; Extremum: ipsum verò Planum,quoddam Spatium: in cæterisque similiter.

Defĩ 14.

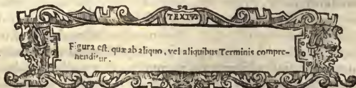



Figura est, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur.

Cõm. 12. Figura multipliciter dicitur

QVoniam Figura multipliciter dicitur, diuersasque in species diuiditur,operæpretium est primùm eius differentias inspicere: postea de illa Figura,quæ in hac proponitur definitione differere. Est itaq; Figura quædam,quæ per mutationem constituitur,& à passione fit,dũ illa,quæ Figuram recipiunt vexantur,vel diuiduntur, vel auferuntur, vel additiones suscipiunt,vel alterãtur, vel alias varias affectiones patiuntur.

Prima species Figuræ.

Secũda. Est etiam Figura,quę ab Arte vtpote Fictoria,vel Statuaria fit,iuxta præexistentem in Arte ipsa Rationem: Arte quidẽ speciem producente, Materia verò formam, & pulchritudinem, & venustatem illinc recipiente.

Tertia. Sunt autẽ his adhuc nobiliores, pręclarioresque Figurę,Naturę opificia.alię quidẽ in ijs,quę sub Luna sunt Elemẽtis, Rationũ in ipsis existentium cõprehendendarũ vim habẽtes:alię verò in cœlis,quæ ipsorũ potentias,& motus distingunt.per se se nanq; & adinuicẽ cęlestia corpora plurimã, admirabileque exhibent Figurarũ varietatẽ:& alias alio in tẽpore formas ostẽdunt,intelligẽtiũ formarũ imaginẽ afferentes:& suis cõcinnis reuolutionibus incorporeas, ĩmaterialesque Figurarũ describunt potentias.

Quarta. Sunt autẽ rursus præter has quoque purissimæ,atque perfectissimæ pulchritudines, Ani-

marum

marum Figuræ, quæ cùm vita quidem plenæ, per se seqúe mobiles sint, ijs, quæ ab alio mouentur præexistunt: cùm verò immaterialiter, & sine vlla dimensione subsistant, ijs, quę dimensionem, & materiam habent præcellunt. de quibus & Timæus nos docuit, qui opificam, essentialemqúe Animarum explicauit Figuram. Timæus. Quinetiã Animarum quoque Figuris Mentium Figuræ longè diuiniores sunt, quæ Quinta. vndique quidem partibilibus essentijs præstant; vndiq; verò impartibili, Mentisqúe luce resplendent; vniuersorum autem feraces, effectrices, ac perfectrices sunt: & omnibus ex æquo adsunt, in ipsisqúe firmiter manent: & Animarum quidem Figuris vnionem afferunt, sensilium verò Figurarum ĩmutationẽ ad proprium Terminum reuocant. Sunt demum ab his etiam omnibus separatæ, perfectæ illæ, Sexta, & vltima Figurę spécierum pfectissima. & vniformes, & ignotæ, & quę exprimi non possunt Deorum Figuræ, quæ Figuris quidẽ Mentium insident, omnes verò Figuras iunctim terminant, cuncta autem vnicis suis Terminis comprehendunt. Quarum proprietates Theurgia quoq; exprimens, Deorum Simulachra Theurgia alijs alia circũambit Figuris, & alia quidem characteribus inexplicabiliter effingit, huiuscemodi nanque characteres ignotas Deorũ patefaciunt vires: alia verò formis, atque imaginibus imitatur: alia quidem erecta, alia verò sedentia faciens: & alia quidẽ cordi similia, alia autem sphærica, alia verò alijs expressa Figuris: & alia quidẽ simplicia, alia verò ex pluribus cõposita formis: & alia quidẽ sacra, atque venerabilia, alia autem domestica, & Deorum propriam mansuetudinem exhibentia. alia verò torua construens, aliasqúe demum alijs attribuens Notas, iuxta pertinentem ad Deos cognationẽ. Cùm itaq; Digressio Figura ab ipsis Deis sumat exordium, vsque ad inferiora peruenit, in his quoque à primis apparens causis. oportet siquidem ante imperfecta, perfecta supponere: & ante ea, quæ in alijs existunt, ea, quæ in se se sita sunt: & ante ea, quæ sua priuatione sunt plena, ea, quæ propriã naturam synceram custodiunt. Figuræ igitur, quæ materiales sunt, Figurarũ omnium consideratio. materiali inuenustate participant, nec habent conuenientem sibi puritatem. Cœlestes verò, partibiles sunt, in alijsqúe subsistunt. Animarum autẽ, diuisione, & varietate, omnisqúe generis inuolutione præditæ sunt. Mentium verò, vnà cum vnione progressum in multitudinem habent. Ipsæ autem Deorum liberę, & vniformes, & simplices, & genitrices Figuræ, ante omnia subsistunt, omnẽ in se se perfectionem habentes, & à se se cunctis absolutionem formarum porrigentes. Non ergo multi à nobis auscultandi, tolerandiqúe sunt, qui Democriti opinio, & eius cõ dicunt quasdam additiones, & ablationes, & alterationes, sensiles Fi-

futatio, vide ét Ari. in lib. de sésu & sésili, & i li. de diuinatione per somnú. Primú argumétum Secúdú argumétum Opinio ꝑpria. Prima opinio, quæ é Antiquorú, & eius cófutatio. Secúda opinio, q̃ est Stoicorú, & eius cófutatio, vide ét Ari. primo, & 13. Meta. & 2. Phy. 19. Primú argumentú. Secúdú argumétum Propria opinio.

guras, producere (motus siquidem cùm imperfecti sint, principalem vtique, primariamqúe habere non possent effectuum causam: neque ex motibus contrarijs eædē sæpe fierent Figurę. ex additione nanq; & detractione, eadem quandoque fiet Forma) verùm hęc alijs in generatione seruire censebimus, perfectionemqúe ipsis ab alijs primigenijs causis assignari dicemus. Neque igitur ille quidem, quæ materiæ expertes sunt Figuræ subsistere non possunt, illæ verò tantùm, quæ in materia sunt, subsistunt, vt quidam alicubi dicunt. At neque (vt alij aiunt) sunt quidē extra materiam, subsistunt verò secundum excogitationē duntaxat, & abstractionem. vbi .n. certitudo, & pulchritudo, & ordo Figurarum in ijs, quę per abstractionem subsistunt, incolumis seruari poteſt? eiusmodi .n. cùm sint, cuiusmodi sensiles, quàm longè ab inconuincibili, puraqúe deficiunt certitudine. Cùm autem suscipiant certitudinem, & ordinem, & perfectionem, vndenā hæc accipient? aut .n. à Sensilibus (verùm in illis non erant) aut ab Intellectilibus (verùm perfectius erunt in illis) nā dicere ab eo, quód non est, omnium est absurdissimum. non .n. imperfectas quidem Natura produxit Figuras, perfectas verò nullo modo subsistentes reliquit. nec fas est Animam nostram certiores, & perfectiores, magisqúe ordinatas producere Figuras, quàm Mens, ipsiqúe Dij. Sunt ergo ante sensiles Figuras, per se se mobiles, & intelligentes, & Diuinæ Figurarum Rationes. & nos excitamur quidem à sensilibus, proferimus verò internas Rationes, quæ aliarum Imagines sunt. & his sensiles quidem Figuras per exempla, Intelligentes verò, atque Diuinas, per Imagines cognoscimus. emergentes .n. se seqúe propagantes quæ in nobis sunt Rationes, Deorum formas ostendunt, vniformesqúe vniuersorum Terminos. per quos inexplicabiliter in se se cuncta conuertunt, in se seqúe continent. In Deis igitur cum egregia vniuersarum Figurarum cognitio est, tum gignendi, & cuncta inferiora constituendi vis. In Naturis autem, Figuræ efficientem quidem eorum, quæ apparent potentiam habent: cognitionis verò, intelligētisqúe perceptionis expertes sunt. In Animis verò particularibus, immaterialis quidem intellectio est, & per se se agens cognitio: fœcunda autem, efficaxqúe causa, non est. Quemadmodum igitur Natura efficiendo Sensilibus præest Figuris, eodem modo Anima iuxta cognitricem sui partem agendo, promit in Phantasia tanquam in speculo Figurarum Rationes. Illa autē in suis spectris eas recipiēs, habensqúe imagines earū, quæ intus existunt Rationum, per hasce quippe imagines prębet, Animæ intus conuersionem, ad se seqúe ab ipsis spectris actionē

Qualis in Deis Figura fit. Qualis in Naturis. Qualis in Animis. Pulchra Naturę ad Aiam cóparatio.

actionem. Exempli gratia, si quis in speculo se se aspiciens, & Naturæ potentiam, suamque pulchritudinem admiratus, se se videre voluerit, huiuscemodique potentiam acceperit, ita vt denique aspiciens simul, obiectumque euadat. Anima nanque hoc pacto extra se in phantasia aspiciens, & adumbratas intuens Figuras, ipsarumque pulchritudinē admirata, & ordinem, suas admiratione prosequitur Rationes, à quibus hæ quoque scaturiunt, mirificeque delectata, harum quidem pulchritudinem tanquam circa Spectra versantem dimittit, suam verò quærit, introrsusque transire desiderat, & Circulum ibi, atque Triangulum, omniaque simul, & impartibiliter cernere, se seque obiectis inserere, & multitudinem in vnum contrahere, ac denique occultas, & infandas Deorum Figuras, quæ in sacrarijs, adytisque sunt, intueri. necnon incultum Deorum decorem patefacere, & Circulum videre quolibet Centro impartibiliorem, & Triangulum nullo Interuallo distans, ac denique cæterorum, quæ sub cognitionem cadunt quoduis in vnionem ascendens. Figura igitur per se mobilis quidem, illam, quæ ab alio mouetur: impartibilis autem, per se mobilem: quæ verò Vni eadem est, impartibilem præcedit. omnia enim cùm ad Vnitates redierint terminantur. est si quidem cunctis illinc ad Esse suum aditus. Verum enimuero hæc quidem iuxta Pythagoricum Placitum in longum produximus. Cùm autem Geometra eam, quæ in Phantasia est contempletur Figuram, hancque primùm definiat (si quidem sensilibus etiam definitio hæc secundo loco congruit) Figuram esse ait, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur. Cùm enim ipsam vnà cum materia iam accepisset, & tanquam Interuallis distantem excogitet, non immeritò finitam, terminatamque vocitat. omne enim, quod materiam habet vel intellectilem, vel sensilem, aliunde Terminum sortitur. Nec ipsum Terminus est, sed Terminatum. neque suipsius Terminus, sed aliud quidem in ipso Terminans, aliud verò Terminatum. neque in ipso est Termino, sed ab ipso continetur. Quantitati enim adnectitur, & simul cum illa subsistit, ipsique subijcitur Quantitas: Quantitatis verò illius Ratio, & aspectus, nil aliud est, quàm Figura, & Forma. ipsam siquidē terminat, Characteremque ipsi talem, & Terminum vel simplicem, vel compositū adijcit. cùm .n. hęc quoque Finis, & Infiniti duplicē progressum in proprijs Formis ostendat (quēadmodum etiā Anguli Ratio) vnū quidē Terminum, Formāque simplicē infert ijs, quę ab ipsa comprehenduntur, iuxta Finem: plures verò, iuxta Infinitatem. Quo-

Pulcherrimum exēplum.

Applicat dictis exēplum.

Epilogus.

Vnū hic pro Deo, vt ēt superius in còm. 6.

Finis Digresfionis

Geometra eā cōtēplatū Figurā, quæ in Phantasia est.

Ponderat Euclidis Defonem

Quo Figura, Finem, et Infinitū in proprijs Formis ostendat

circa omne Figuratum aut vnum sibi vendicauit Terminum, aut plures. Euclides igitur id, quod Figuratum est, & materiale, Quantitatique annexum Figuram appellans, non iniuria ab aliquo, vel aliquibus Terminis ipsam contineri insuper dixit.

Qualis sit Figura, q ab Euclide definitur.

At Posidonius Terminum concludentem definit Figuram, Rationem Figuræ à Quantitate separans: ipsamque terminandi, & definiendi, & comprehendendi causam esse censens. quod enim claudit, diuersum est ab eo, quod clauditur. Terminusque, à Terminato.

Cēsō Posidonii.

& videtur quodammodo hic quidem ad extrinsecus circumpositum Terminum respicere, ille verò ad totum subiectum. Proinde alter quidem dicet Circulum iuxta totum Planum, exterioremque ambitum Figuram esse: alter verò iuxta Circunferentiam tantùm ostendit.

Cōparat Posidonii Defōnem Definitioni Euclid.

& alter quidem definit quod signatum est, quodque vnà cum subiecto inspicitur: alter verò Circuli Rationem definire desiderat, ipsam nempe, quæ Quantitatem terminat, ac concludit.

Duplex Circuli cōsideratio. vide et superius in cōm. 1. & in cō. 11.

Si quis autem Dialecticus, captiosusque vir Euclidis obtrectaret definitionem, quippe quæ genus, à formis definiat (quæ enim ab vno Termino, & quæ à pluribus continetur, Figuræ sunt species) aduersus ipsum vtique dicendum erit, quòd genera quoque, formarum potentias in se se præoccuparunt. cumque priscæ autoritatis viri ab ijs potentijs, quæ in generibus sunt, genera ipsa manifestare volunt, videntur quidem à formis propositum aggredi: re vera autem ipsa à seipsis edocent, & à potentijs, quæ in ipsis existunt. Figuræ igitur Ratio cùm vna sit, plurium Figurarum comprehendit differentias iuxta Finem, qui in ipsa est, atque Infinitatem. & qui hanc definit Rationem inanis vtique non erit, dum potentiarum in ipsa existentium differentias definitione complectitur.

Dubiū contra Euclidis definitionem. Argumentum. Solutio.

Verùm vndenam egreditur Figuræ Ratio, à quibusue causis perficitur? Dico sanè, quòd primum quidem ex Fine oritur, & Infinito, ex hisque Misto. Proinde ipsa quoque alias quidem ex Fine, alias autem ex Infinito, alias verò ex Misto producit species. Circularibus quidem Finis afferendo Formam: Rectilineis verò, Infiniti: Illis autem, quæ ex his constant, Misti.

Digressio. Causę Figuram perficientes. Figurę Rationis triplex cā prima.

Secundò autem à Totalitate ea perficitur, quæ in dissimiles dirimitur partes. Vnde porrò ipsa etiam cuilibet Formarum Totum infert, & vnaquæque Figurarum in diuersas ipsarum dissecatur species. Circulus itaque, & Rectilineorum quodlibet, in ratione dissimiles diuidi potest Figuras. Quod & ipse Euclides in Diuisionibus pertractat, aliam quidē Figurarū in similes datas Figuras,

Secūda cā q est prīa Totalitas.

Euclides in lib. de Diuisionibus.

ras, aliam verò in dissimiles diuidens. Tertiò ab accumulata corroboratur multitudine, & propter hoc cuiuscunq; generis porrigit Formas, multiformesque Figurarum producit Rationes. Et se se propagans, non cessat vtiq;, donec ad vltimum quoddam perueniat, omnemque Formarum varietatem aperiat. Et queadmodum illic Vnũ, in eo, quod est; & id, quod est, in Vno simul esse ostenditur, ita sanè ipsa etiã in rectilineis Figuris Circulares, & cõtrà rectilineas in Circularibus comprehensas ostendit. Totamque sui naturam in vnaquaq; propriè manifestat; & omnia hæc in omnibus, quandoquidem Totum etiam simul in omnibus sit, & in vnoquoq; seorsum. Hanc itaq; vim ab illo habet ordine. Quartò à Numerorum primo recipit progressionis formarum mensuras. Vnde etiam omnes iuxta Numeros constituit, alias quidem iuxta simpliciores, alias verò iuxta compositiores. Triangula siquidem, & Quadrangula, & Quinquangula, omniaque Multiangula vnà cum Numerorum in infinitũ mutationibus progrediuntur. Verùm qua de causa hoc fiat Vulgo quidẽ ignotum est, Scientibus autem vbi quidem Numerus sit, vbi verò Figura, manifesta est reddendæ causæ ratio. Quintò ab alia Totalitate secũda, quæ etiam in consimilia diuiditur, ea Formarum diuisione repletur, quæ ipsas in alias similes diuidit Formas. per quam & Triangularis Ratio in Triangula, & Quadrangularis in Quadrangula diuiditur: & id, quod dixi in Imaginibus quoq; nos exercentes efficimus, siquidem longè prius in principijs præextitit. Veruntamen ad hasce assignationes respiciendo, plurimas de Figuris reddere possumus causas, ipsas ad sua prima reducentes principia. Et vna quidem communior Figura, huiuscemodi sortita est ordinem, à totque causis perfectionem suscipit. Hinc verò ad Deorum progreditur genera, & iuxta alias formas alijs attribuitur, aliterque in alios agit. Alijs quidem simpliciores præbens Figuras, alijs verò ex his compositiores. & alijs quidem primarias assignans, & eas, quæ in Superficiebus producuntur: alijs verò (solidorum Corporum tumorem ingredientibus) eas, quæ in Solidis sunt sibi conuenientes Figuras. omnibus quidem in omnibus existentibus, Deorum siquidem Formæ accumulatæ sunt, vniuersarumque plenæ potentiarum: proprietate verò aliud iuxta aliam producente. nam alius quidem Circulariter habet omnia, alius autem Triangulariter, alius verò Quadrãgulariter. eodemque modo in Solidis.

Tertia cã, quæ est accumulata Multitudo.

Quarta cã quæ Numerus Ternarius.

Numerus est i Arithmetica, Figura autẽ in Geometria.

Quinta cã, q est secũda Totalitas

Quo Figura Diis attribuatur.

TEXTVS

Defõ 15. Circulus est Figura Plana ab vna Linea cõprehensa, quæ Circumferentia appellatur, ad quam ab vno Signo eorum, quæ intra Figurã sunt oẽs rectæ Lineæ incidentes, sibi inuicem ęquales sunt.

Defõ 16. Centrum verò ipsius Circuli. i. Signum appellatur.

Cõm. 13. Circulus ẽ oium Figurarũ p̃stãtissima.

PRima, simplicissima, atque perfectissima Figurarũ Circulus est. nã Solidis quidem omnibus præstat, eò quòd in simpliciori loco existit: ijs verò, quæ in Planis subsistunt, similitudine, atque identitate excellit. Finiquè, & vnitati, ac denique meliori coordinationi proportione respondet. Quapropter mundanarum, & earum, quæ supra Mundum sunt Figurarum diuisiones faciens, semper diuinioris esse naturę Circulum reperies. si .n. in cœlum, & Generationẽ vniuersum diuidas, cœlo quidem formam Circularẽ, Generationi verò rectam assignabis. quicquid nanque in generabilibus Circulare est, in mutationibus nempe, atq; in Figuris, desuper à cœlo deuenit. per eius .n. circunuolutionem Generatio ad se se reuoluitur: instabilemquè mutationem, ad ordinatam redigit continuationem. Quòd si in Animam, & Mentẽ ea, quæ corpore carent distribuas, Mentis quidẽ esse dixeris Circulũ, Animæ verò Rectum. Quocirca Anima quoque iuxta conuersionẽ ad Mentem Circulariter moueri dicitur, & eandem habet rationẽ Anima ad Mentem, quam Generatio ad cœlũ. Circulariter .n. mouetur (inquit Socrates) quoniam Mentẽ imitatur. Animę autẽ generatio, & progressus, secundum rectã fit Lineã. aliàs .n. alijs se applicare Formis, Animæ proprium est. Si verò in corpus, & Animam diuidere velis, omne quidẽ corporeum Recti portione: omne verò Animale, Circuli identitate, similitudinequè participare constitues. nam illud quidẽ cõpositum est, potẽtijsque varium, queadmodum rectilineæ Figuræ: hoc verò, simplex, & intelligẽs: per se mobile, & per se agens: in se ipsum conuersum, in se sequè agens. Vnde porrò Timæus quoq; cùm vniuersi Elementa rectilineis constituisset Figuris, motum ipsis Circularẽ, & informationẽ ab ea, quæ Mundo insidet Anima præbuit. Veruntamẽ quòd Circulus quidẽ vbiq; respectu aliarum Figurarũ primas tenet, ex iam dictis manifestum est. Operępretium est autẽ totam quoq; ipsius seriẽ inspicere, desuper inchoantẽ, & vsq; ad inferiora desinentẽ, omniaquè perficientẽ, iuxta eorum aptitudinẽ, quæ ipsius suscipiunt consortium. Dijs itaq; conuersionẽ ad suas causas, atq; vnionẽ præbet, & hoc, quòd in seipsis maneant, à beatitudinequè sua non discedant, summas quidẽ ipsorũ

Socrates ĩ Timæo.

Timæus.

Epilogus.

Digressio

Circulus pfectionẽ reb' oibus prebet.

Dijs.

vniones tanquam Centra obfirmans inferioribus desiderabilia, multitudines verò earum, quæ in ipsis sunt potentiarum circa illa stabiliter collocans, illorumque simplicitate continens. Mētium autē essentijs hoc suggerit, quòd scilicet in se se perpetuò agant, & à se se cognitione repleantur, & in se se intellectilia contracta teneant, in se seque intellectiones perficiant. omnis siquidē Mens intellectile sibi proponit, hocque tanquam Centrū est Menti: Mens autē ipsa, circa ipsum se implicat, & agit, & vnitur intra se se vniuersis vndiq; Mētis actionibus. Animis verò illustrat vim per se viuendi, per se mouendi, ad Mentē conuertēdi, circa Mentē circunsiliēdi, redeundique iuxta proprias conuolutiones, Mentis impartibilitatē euoluentes, rursus in intelligētes quidē ordinationes tanquam Centra Animis præstabūt, Animæ verò circa ipsas Circulariter agēt. omnis nanq; Anima iuxta quidē sui partem intelligentē, & ipsum Vnum supremum, Centrum suscepit: iuxta verò multitudinē, Circulariter voluitur, Mentē suam circumplecti desiderans. Cœlestibus autē corporibus, assimilationē ad Mentē, similitudinem, equationē, vniuersorum in Extremis comprehensionem, reuolutiones, quæ in determinatis fiunt mēsuris, sempiternam subsistentiam, hocque demum, quòd principio, & fine carent, cuncta id genus. his verò, quæ sub concauo orbis Lunæ sunt Elemētis, periodum, quæ in mutationibus fit: ad cœlum assimilationē: id, quod in generabilibus est ingenitum: id, quod manet, in ijs, quæ mouentur: & id, quod in partibilibus Terminatum existit. omnia .n. semper sunt propter generationis Circulū, & æquabilitas seruatur in omnibus propter corruptionis reciprocationē. nam si generatio non regrederetur, breui quidē tēporis curriculo, ipsorum ordo, totaque euanesceret exornatio. Rursus autem Animalibus, atq; Platis, eam, quæ in generationibus reperitur similitudinem affert. ex seminibus siquidem hæc, ex hisque semina fiunt. & generatio ex ijs alternatim perficitur, atq; circūuolutio, ab imperfecto quidem ad perfectum, & contrà; vt corruptio quoq; vnà cū generatione fit. Iis verò, quæ præter naturam fiunt, ordinem imponit, & ipsorum indeterminatā varietatē ad Terminum redigit, & ipsa quoq; decēter exornat postremis suarum potētiarum vestigijs. Quapropter iuxta etiam determinatos circūuoluuntur Numeros, & non modò fertilitates, verum etiam sterilitates iuxta Circulorum alternas cōuolutiones subsistunt (vt ostendit Musarum sermo) & omnia mala licet ex Deis in Mortalium locum abiecta sint, circunuoluuntur tamen hæc quoq; (inquit Socrates) & his etiā adest Circularis reuolutio, Circularisque ordo.

Mentium essentiis.

Animis.

Vnum hic pro Mēte.

Celestib. corporib.

Quatuor Elemētis.

Aīalibus, & Plātis.

Iis, q̄ pter naturam fiūt.

Musæ i 8. de Repu.

Socrat. in Repub.

ordo: vt nullum immoderatum, malumque sit, nec desertum à Dijs: sed perfectrix vniuersorum prouidentia, malorum etiā infinitam varietatem ad terminum, conuenientemque ipsis redigat ordinē. Cuncta igitur nobis exornauit Circulus, ad vltimas vsque participationes, & nihil reliquit suæ participationis expers, cùm decorem illis, & similitudinem, & formationem, & perfectionem suppeditet. Quocirca in Numeris quoq; media continet Centra totius Numerorum progressionis, quæ ab Vnitate vsq; ad Denarium circumuoluitur. Quinarius enim, atq; Senarius ex omnibus Circularem ostendunt potentiam; quippe qui in ijs, quæ fiunt ex se se progresſionibus, in se se iterum reuertuntur. cùm .n. multiplicantur, in se se desinunt. Progressionis igitur imago est multiplicatio, siquidem in multitudinem excēditur: Regressionis verò, exitus in eadem specie. Horum autē vtrunq; Circularis præbet potentia, excitās quidē à manente veluti Centro causas, multitudinis productrices, cōuertēs verò post productiones multitudinem ad causas. Duo itaq; Numeri medium inter omnes possidens locum, Circuli proprietatem habentes. Quorum vnus quidem omne masculorum, imparisque Naturæ conuertibile genus præcedit: alter verò omne femineum, & par, fœcundatque series ad propria reuocat principia, iuxta Circularem potentiam. Verùm hec quidem hucusq; terminata sint. Mathematicam autē Circuli definitionem accuratam vndequaq; existentem contemplabimur. Figuram itaq; ipsum definiuit, quoniam sanè finitus est, & ab vno Termino vndequaq; comprehenditur, & non est infinitæ naturæ, sed Termino consociatus. Itemque Planū, quia cùm Figuræ vel in Superficiebus, vel in solidis spectētur Corporibus, Circulus planarū Figurarū prima est, simplicitate quidē solidis prestans, Vnitatis verò ad planas rationē habens. Ab vna autē Linea cōprehensum, eò quòd Vni est similis, & per Vnum definitur, Terminorumque extrinsecus circūpositorum varietatē non recipit. Ad hanc verò Lineam æquales habentem omnes ab vno Signo eorum, quæ intra ipsum sunt exeuntes, quoniam earum etiam Figurarum, quæ ab vna Linea terminantur, aliæ quidem cunctas, quæ à Medio exeunt æquales habent: aliæ verò haud cunctas. Ellipsis nanq; ab vna comprehenditur Linea, non tamen omnes à Centro exeuntes, ad ipsamque incidentes, æquales sunt: verùm duæ tantùm. Necnon Planum, quod à Cissoide intercluditur Linea, vnam habet continentem, non est tamen in ipso Centrum, à quo omnes equales sint. Quoniam autē Centrum in Circulo, omnino vnum est Signum (plura .n. vnius haud sunt Centra)

Epilogus.

Circuli pulchra in Numeris cōtēplatio

Numeri Circularis cōtēplatio

Quinarius et senarius mediū inter oēs numeros possidēt locū.

Finis Digressionis

Mathematica Circuli defōnis contēplatio, & cōditiones.

Prima cōditio.

Secūda cōditio.

Tertia.

Quarta.

Quinta.

tra) idcirco illud adiecit, ab vno Signo ad Circuli Terminum incidentes, æquales esse Lineas. infinita .n. sunt intra ipsum Signa, horum autem omnium vnum tantùm Centri vim habet. Et quia vnū hoc Signum, à quo omnes, quæ ad Circuli coincidunt Circunferentiam, æquales sunt, vel intra Circulum est, vel extra (quilibet nanq; Circulus habet Polum, à quo omnes, quę ducuntur ad eius Circunferentiam, æquales sunt) propterea illud addidit (eorum quę intra Figuram sunt Signorum) neq; hoc abre fecit, Centrum solum accipiēs, non autem Polum, siquidē vult cuncta in vno inspicere Plano, Polus verò subiecto Plano sublimior est. Necessariò igitur in fine quoq; adiecit, quòd hoc Signum, quod vtique iacet quidem intra Circulum, omnes verò ab ipso ad Circunferentiā incidentes, æquales sunt, Centrum est Circuli. nam duo tantùm huiuscemodi Signa sunt, Polus nempe, atq; Centrum. verùm ille quidem extra Planum est, hoc verò intra. exēpli gratia, Si Gnomonem in Cētro Circuli stantem intellexeris, superior ipsius extremitas Polus est. omnes.n. quę ab ipso ad Circuli ducuntur Circunferentiam, æquales adinuicem demonstrantur. similiterque in Cono, totius Coni vertex, Polus est Circuli ad Basim existentis. Quid igitur Circulus sit, quid Centrum, & ea, quæ in Circulo ponitur Circunferētia, quidque tota Circularis Figura, hucusq; deteterminatum est. Rursus ergo ex his ad Exēplarium recurramus contemplationem, in illisque Centrum iuxta vnicam, & impartibilem, & firmam præstantiam vbiq; intelligamus: à Centro autem distantias, iuxta progressus, qui fiunt ab Vno, ad infinitam potentiæ multitudinem. Circuli verò Circunferentiam, iuxta progressorum regressionem ad Centrum, per quam potentiarum multitudines, in suam voluuntur vnionem. & omnes ad illam properant, & circa eam agere cupiunt. Et quemadmodum in Circulo cuncta sunt simul, Centrum, Interualla, externaque Circunferentia: ita sane in illis quoq; haud alia quidem tempore præexistunt, alia verò consequuntur, verùm vnà quidem omnia sunt, permansio, progressus, atq; regressus. Differunt autem hæc ab illis, eò quòd illa quidem indiuisibiliter, & sine vlla dimensione subsistunt: hæc verò cum dimensione, & diuisibiliter, alibi quidem Centrum, alibi autem quæ à Centro Lineæ, alibi verò extrinseca Circulum terminans Circunferentia: at illic cuncta in Vno sunt. Quòd si illud, quòd vice fungitur Centri suscipias, in hoc cuncta reperies. Quòd si distantē ab hoc progressum, in hoc quoq; habebis omnia. Quòd si regressum, similiter. Cum itaque cuncta adinuicem perspexeris, & defectum à dimensione prouenien-

Sexta.

Defō Cētri.

Quid sit Polus Circuli, & ei⁹ defō.

Epilogus.

Digressio. Centri, & distātiarū à Centro, & Circūferentiæ in Exēplaribus cōtēplatio.

Quō hæc cū illis cōmunicēt.

Quō differant.

Pulchrum

Quō ipque... qui verè

*Circulus, & vera Circularis natura.*

nientē abſtuleris, poſitionēq́ue ipſam, circa quā fit partitio è cōſpectu remoueris, eū, qui verè eſt Circulus inuenies, ad ſeſe progredientē, & ſeſe terminantem, & in ſeſe agentem, & vnum & multa exiſtentem, & manentem, & progredientē, atq; regredientem: nec non ſui maximè impartibile, maximeq; ſingulare firmiter collocantem: prorſus autem ab hoc progredientem iuxta rectitudinem, iuxtaq́ue eam, quæ in ipſo eſt infinitatem: ad vnum verò ſeſe exſeſe conuoluentem, per ſimilitudinemq́ue, & identitatem ad impartibilem ſui naturę, occultatricemq́ue in ipſo vnius vim ſe ſe excitantem. Quod porrò vnum cùm in gremio contineat, ac circumambiat, ipſum iuxta etiam ſui ipſius multitudinem æmulatur. quod nanq; conuertitur, illud imitatur, quod manet. & Circulare, eſt tanquā Centrum, quod Interuallo diſtet, ad ſeſeq́ue annuit, Centrum ſuſcipere properans, & vnum cum illo fieri, vndeq́ue progreſſus principium habuit, ibi terminare regreſſum. tale enim vbique Centrum eſt rei amabilis loco, atq; deſiderabilis, omnibus circa ipſum ſubſiſtentibus prępoſitum, omniumq́ue progreſſuum initium, & autor. Quam quidē rem Mathematicum quoq; Centrum exprimit, omnes à ſeſe ad Circunferentiam incidentes terminando Lineas, æqualitatemq́ue ipſis præbendo tanquam propriæ vnionis imaginem. Ita autem Oracula quoque Centrum definiunt.

*Idē ſuperius in principio huiꝰ cōmenti.*

*Cētri Mathematici ad cētrum intelligibile pulchra comparatio*

*Defō Cētri ab Oraculis tradita.*

Centrum eſt, à quo omnes vſq; ad Circunferentiam ęquales ſunt:
Et ad quod.

Verùm quòd quidem ſit diſtantiæ Linearum initium per particulam [ à quo ] indicant: quòd verò Circunferentiæ medium, per particulam [ ad quod ]. hæc ſiquidem ex omni ſui parte cum Centro coniungitur. Si autem opus eſt cauſam quoque primam dicere, per quam Figura Circularis apparuit, perfectionemq́ue ſuſcepit, ſupremum vtiq; intellectilium dicerem ordinem. nam Centrum quidem Finis cauſæ aſsimilatur: Lineę autem ab hoc exeuntes, & multitudine, & magnitudine quantùm ad ſeſe infinitæ, Infinitatem affingunt: Linea uerò, quę infinitam iſtarum terminat extenſionem, ipſamq́ue rurſus cū Centro coniungit, ornatui illi occulto ex his conſtanti ſimilis eſt. Quem Orpheus quoque Circulariter ferri, his verbis ait.

*Prima cā, p quā Figura Circularis apparuit.*

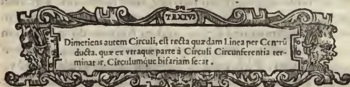
*Orphei carmen*

Infinitum autem ſecundum Circulum infatigabiliter ferebatur.

Cùm enim circa intellectile intellectiliter moueatur, illudq́ue tanquā Centrum ſuæ habeat lationis, iure ipſo Circulariter agere dicitur. Quocirca ex his quoque Triadicus egreditur Deus, qui progreſsionis

*Triadicus Deus.*

nis etiam rectilinearum Figurarum primã in se se continuit causam. hinc siquidem & nomen ipsi, Sapientes, Theologicorumque maximè arcani imposuere. ex hisque manifestum est, quòd prima quidẽ Figurarum Circulus est: Prima verò rectilinearum, Triangulum. Apparent ergo Figuræ primum in ordinatis Deorum exornationibus, subsistunt autem iuxta præexistentes latenter in intellectilibus causas. Prima Figurarũ circulus, & prima Rectilinearũ Triãgulũ. Epilogus.


TEXTVS

Dimetiens autem Circuli, est recta quædam Linea per Centrũ ducta, quæ ex vtraque parte à Circuli Circunferentia terminatur, Circulumque bifariam secat.

Defõ 17.

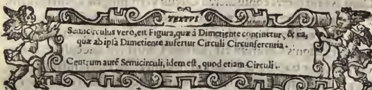
QVòd non omnem definit Dimetientem, sed Circularem tantummodo, perspicuè Euclides ipse ostẽdit. quoniam Quadrangulorum quoque Dimetiens est, ac denique omnium Parallelogrãmorum, est etiam Sphæræ in solidis Figuris. Verùm in his quidem, Diagonius etiam nominatur: in Sphæra verò, Axis quoque dicitur: in Circulis autem, Dimetiens tantùm. Siquidem Ellipsis etiam, & Cylindri, & Coni Axem dicere consueuere: Circuli verò, propriè Dimetientem. Hæc itaq; genere quidem recta Linea est, multis autẽ in Circulo rectis Lineis existentibus, veluti infinitis etiam Signis, quemadmodum vnum ex Signis Centrum est, ita sanè Dimetiens quoq; hæc tantùm vocatur, quæ transit per Centrum, nec intra Circunferentiam desinit, neq; huius terminum transcendit: sed vtrinq; ab ipsa terminatur. Et hæc quidem ipsius ortum ostendunt. Quod autem in fine adiectum est, quòd bifariam quoq; Circulum secat, propriam eius in Circulum indicat actionem, præter omnes alias rectas Lineas per Centrum ductas, quæ tamen ex vtraque parte à Circunferentia non terminãtur. At bifariam quidem Circulum à Dimetiente secari, Thaletem ferunt primum demonstrasse. Causa autem bipartitæ Sectionis est, in declinabilis per Centrũ rectæ Lineæ transitus. cum .n. per medium ducatur, semperque eundem motum iuxta omnes eius partes ad alterutram partem inflexibilem seruet, æquum vtrinque ad Circuli Circunferentiam abscindit. Si autem per Mathematicam quoq; viam idem ostendere desideras, intelligẽ ductam Dimetienrem, & alteram Circuli partem reliquæ coaptari. si .n. æqualis non est, vel intra cadit, vel

Cõm. 14. Quò differãt Dimetiens, & Diagoniꝰ, & Axis. Dimetiẽs in circulo tãtùm propriè dicit. Thales. Demõstratio.

extra: vtcunque autem ſe habeat, eueniet minorem rectam Lineam eſſe æqualem maiori. ſiquidem omnes à Centro ad Circunferẽtiam, ſunt æquales. Ea igitur, quæ ad exteriorem tendit Circunferentiam, ei, quæ ad interiorem, æqualis erit. at hoc fieri non poteſt. congruũt ergo, & proinde æquales ſunt. quamobrem Dimetiens quoque Circulum bifariam ſecat.

Dubitatio. Hac vtit obiectione Io. gra. in lib. cõtra Proc. Vide ét Simplicium i 3. digresſione contra Gra. in 8. phiſico. Solutio.

Verùm ſi vna exiſtente Dimetiente duo Semicirculi fiunt, infinitę verò Dimetientes per Centrum ducuntur, eueniet vtique duplicia infinitorum eſſe, iuxta numerum. hæc enim nonnulli obijciunt aduerſus Magnitudinum in infinitum ſectionem. Nos autem dicimus quòd ſecatur quidem Magnitudo in infinitum, non autem in infinita. nam hoc quidem actu facit infinita, illud verò potentia tantùm. & hoc quidem eſſentiam infinito præbet, illud verò ortum duntaxat. Simul igitur cum vna Dimetiente duo ſunt Semicirculi, nunquam tamen Dimetientes infinitę erunt, & ſi in infinitum ſumptę fuerint. Proinde nunquam infinitorum duplicia erunt: verum duplicia, quæ continuè fiunt, finitorum duplicia ſunt. ſemper ſiquidem ſumptę Dimetientes, finitę numero ſunt, quomodo nanque non debet omnis Magnitudo finitas habere diuiſiones, cùm Numerus ante Magnitudines ſit; & omnes ipſarum ſectiones definiat, & infinitatem pręoccupet, ſemperquè partes, quę oriuntur determinet?




Defõ. 18. Semicirculus vero, est Figura, quæ à Dimetiente continetur, & ea, quæ ab ipſa Dimetiente auſertur Circuli Circunferentia.

Defõ 19. Centrum autẽ Semicirculi, idem eſt, quod etiam Circuli.

Cõm. 15. EX definitione quidem Circuli, Centri naturam inuenit, à cæteris omnibus, quę ſunt in Circulo Signis diſcrepantem. A Centro verò, Dimetientem definiuit, eamquè ab alijs rectis, quæ intra Circulum deſcribuntur Lineis ſeparauit. A Dimetiente autem, Semicirculum quid nam ſit edocet: & quòd à duobus Terminis continetur, hisquè ſemper differentibus, Recta ſcilicet, atque Circunferentia: & quòd Recta illa non quælibet eſt, ſed Circuli Dimetiens. ſiquidem minus quoque Circuli Segmentum, & maius à Recta, Circunferentiaquè continentur, non tamen hęc Semicirculi ſunt. eò quòd Circuli diuiſio, per Centrum facta non eſt. Cunctæ ergo huiuſcemodi Figuræ, bifor-

Figurę biformes.

biformes sunt, quemadmodum Circulus Monadicus erat, & ex dissimilibus constant. quælibet .n. Figura, quæ à duobus Terminis comprehenditur, vel à duabus continetur Circunferentijs, quemadmodum Lunularis: vel à Recta, & Circunferentia, vt iam dictæ Figuræ: vel à duabus mistis Lineis, veluti si duæ Ellipses seinuicem intersecent (Figuram siquidem claudent, quæ inter ipsas intercipitur) vel à mista, & Circunferentia, sicuti quando Circulus secat Ellipsim: vel à mista, & recta, vtpote Ellipsis dimidium. Semicirculus autem ex dissimilibus est Lineis, verùm simplicibus, hisquè per appositionem seinuicem tangentibus. Antequam igitur sermo Triadicas definiat Figuras, iure optimo post Circulum, ad Biformem venit Figuram. nam duæ quidem rectæ Lineæ nunquam spatium comprehendent. Recta verò, atque Circunferentia, duo possunt comprehendere spatia. & duæ Circunferentiæ similiter, vel Angulos facientes, vt in Lunulari Figura: vel deangularem etiam Figuram perficientes, veluti si concentricos intelligas Circulos. quòd enim medium inter vtrosque intercipitur spatium, à duabus Circunferentijs comprehenditur: vna quidem interiori, altera verò exteriori, nullusquè fit Angulus. non enim seinuicem intersecant, quemadmodum in Lunulari, & in vtrinque conuexa Figura. Cæterùm quòd idem Semicirculi Centrum sit, quod etiam Circuli, manifestum est. Dimetiens enim Centrum in se se habens, Semicirculum complet, ab hocquè omnes ductæ ad Semicircunferentiam, sunt æquales. hæc nanque pars est Circuli Circunferentiæ. Ad omnes autem Circuli Circunferentiæ partes à Centro æquales incidunt rectæ Lineæ. Vnum, & idem igitur est Semicirculi, Circuliquè Centrum. Et est adnotandum quòd ex omnibus Figuris hæc sola in suo Ambitu Centrum habet, ex omnibus inquam planis Figuris. Quamobrem colliges quidem, quòd Centrum tres habet locos. aut enim intra Figuram, vt in Circulo: aut in Ambitu, vt in Semicirculo: aut extra, vt in quibusdam Conicis Lineis. Semicirculus itaque idem, quod Circulus habet Centrum. Quid igitur hoc indicat, quarumùe rerum affert imaginem, nisi omnes Figuras, quæ à primis non prorsus discessere, sed ipsis quodammodo participant, posse ipsis concentricas esse, eisdemquè causis participare? Dupliciter enim Semicirculus etiam cum Circulo communicat, tum iuxta Dimetientem, tum iuxta Circunferentiam. Proinde Centrum quoque est ipsis commune. Et forsan assimilatur vtique Semicirculus secundis post simplicissima prin-

Monadic' Circulus. Figuræ, q à duobus Terminis cōprehēdi tur diuisio

Cur Eucli des Semicirculū in hoc 1. lib. definiat, et non in 3. vbi definit ét segmenta. ibi .n. locus est proprius. Figura Lunularis

Corona

Vtrinque cōuexa Figura.

Notādum

Centrum tres habet locos.

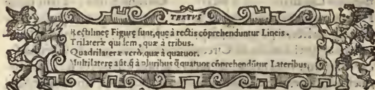
Digressio

Dupliciter Semicircul' cū Circulo cōicat.

Pulchra semicirculi cōsideratio.

cipia coordinationibus, quę illis principijs participant: & per cognationem, quam habent cum illis, licet imperfectè, & dimidiatim, ad id tamen, quod est, primamquę ipsarum causam reducuntur.

Defō 20.
Defō 21.
Defō 22.
Defō 23.




Cōm. 16.

POst Monadicam Figuram principij rationem ad omnes Figuras habentem, biformemquę Semicirculum, rectilinearum Figurarum iuxta numeros in infinitum progressus traditur. propterea nanque

Idē ī superiori cō.

Semicirculi quoque mentio facta est, tanquam communicantis iuxta Terminos partim quidē cum Circulo, partim verò cum Rectilineis. Quēadmodum etiā Binarius inter Vnitatem, & Numerum medius

Quomodo Binari° medi° sit iter vnitatem, & Numerū. Quō Semicircul° medius sit iter Circulū, & Figuras rectilineas.

est. nam si Vnitas quidē componatur plus facit, quàm si multiplicetur: Numerus verò contrà, plus si multiplicetur, quā si componatur: Binarius aūt siue in se se multiplicetur, siue componatur, ęquale perficit. Quēadmodum igitur iste Vnitatis, atque multitudinis medietas est: ita etiam Semicirculus iuxta quidem Basim cum Rectilineis cōmunicat, iuxta verò Circumferentiā, cum Circulo. Progrediuntur aūt rectilineæ Figuræ ordinatim per Numerum, qui à Ternario incipit vsque ad infinitum. Idcirco Euclides quoque hinc incepit. Trilaterę enim inquit, & Quadrilateræ, deincepsquę cōmuni nomine vocatæ Multilateræ. Trilateræ siquidem Multilateræ quoq; sunt; verùm

Duplici d. causa duarum tantùm rectilinearū Figurarum Euclides mentionē fecit. Prima causa.

habent etiā propriam præter cōmunem denominationem. Cùm autem in cæteris propter infinitum Numerorum progressum prosequi minimè potuissemus, cōmuni denominatione contenti fuimus. Trilaterarū verò, Quadrilaterarumquę duntaxat mentionē fecit, quoniā Numerorum ēt primi sunt in ordine Ternarius, & Quaternarius: ille quidem in Imparibus purus Impar existens, hic verò in Paribus, Par. Vterq; itaque ab ipso fuit assumptus in rectilinearum Figurarum ortum, ad subsistentiam ipsarum iuxta omnes Numeros Pares quidē, atque Impares ostendendam. Quinetiam cùm de his tanquā de maximè Elementaribus (Triangulis inquam, atque Parallelogrāmis) in primo libro docturus sit, non īmeritò ad hæc vsque propriam statuit enumerationē: reliquas verò omnes rectilineas Figuras cōmuni amplexus est nomine, Multilateras eas appellans. Hæc igitur de his

Secunda.

sufficiant. Rursus autem altius exordiendo dicendū, quòd planarum Figurarum aliæ quidem à simplicibus continentur Lineis, aliæ verò à mistis, aliæ autē ab vtrisque. Et earū, quæ à simplicibus cōprehenduntur, aliæ quidē à similibus specie, vt rectilineæ: aliæ verò à specie dissimilibus, vt Semicirculi, & Segmēta, & Apsides, quæ Semicirculis minores sunt. necnon earum, quæ à similibus specie continentur, aliæ quidē à Circulari cōprehenduntur Linea: aliæ verò à recta. Earum autē, quæ à Circulari Linea cōprehenduntur, aliæ quidē ab vna, aliæ verò à duabus, aliæ autē à pluribus continentur. Ab vna quidē, Circulus ipse. A duabus verò, aliæ quidē deangulares, vt Corona, quæ à concentricis Circulis terminatur: aliæ verò Angulosæ, vt Lunula. A pluribus autē quàm duabus, processus in infinitū. à tribus nanque, & quatuor, deincepsque Circunferentijs quædā continentur Figuræ. si .n. tres Circuli se setangant, quoddam spatium Trilaterum intercipiūt, quod tribus Circunferentijs terminatur: si verò quatuor, quatuor Circunferentijs terminatum: deincepsque similiter. Earū autē, quæ à rectis continentur Lineis, aliæ quidē à tribus, aliæ verò à quatuor, aliæ autē à pluribus cōprehenduntur. neque .n. à duabus rectis Lineis spatium cōprehenditur, nec multò magis ab vna. Quapropter omne quidē spatium, quod ab vno Termino, vel duobus cōprehenditur, aut mistū est, aut Circulare. Mistumque dupliciter, aut quoniā mistæ ipsum cōprehendunt Lineæ, quēadmodum illud, quod à Cissoide Linea intercipitur: aut quia dissimiles specie ipsum continent, veluti etiā Apside: dupliciter siquidē Mistio fit, vel per Appositionem, vel per Confusionem. Omnis igitur Figura rectilinea, vel Trilatera est, vel Quadrilatera, vel gradatim Multilatera: non autē omnis Trilatera, vel Quadrilatera, vel Multilatera, rectilinea est. siquidem ex Circunferentijs quoque tantus Laterum numerus efficietur. Et hæc de planarum Figurarum diuisione sufficiant. Quòd autem Rectitudo progresionis, & motus, & infinitatis est Nota, quòdque genitricibus Deorum coordinationibus, & alterum facientibus, mutationisque, & motus autoribus peculiaris est, prius etiam à nobis dictum fuit. Et rectilineæ igitur Figuræ hisce peculiares sunt Dijs, qui feracis totius Formarum progressus actionis sunt principes. Quocirca generatio quoque per hasce præcipuè fuit exornata Figuras, & ab his quatenus in motu, mutationeque subsistit suam sortita est essentiam.

Planarum Figurarū diuisio.

Rectilineæ. Semicirculi, & Segmēta, & Apsides.

Circulus. Corona. Lunula.

A duabus rectis Lineis spatiū nō cōprehēdit. Idē i superiori com. & iferius i 10. pronuntiato.

Figura duplicter Mista dicitur.

Dupliciter fit Mistio, idem superius i com. 7.

Digresio.

Vide superi' cō. 10. Generationē hic intellige Elemētaré regionem. vide etiam in com. 13.

Tri-

TEXTVS

Defô 24 Trilaterarum autem Figurarum æquilaterum quidem Triangulum est, quod tria Latera habet æqualia.

25. Aequicrus autem, quod duo tantùm æqualia habet Latera.

26. Scalenum verò, quod tria habet inæqualia Latera.

27. Præterea Trilaterarum Figurarum Rectangulum quidem Triangulum est, quod vnum rectum Angulum habet.

28. Obtusangulum autem, quod vnum Obtusum habet Angulum.

29. Acutangulum verò, quod tres Angulos habet Acutos.

Côm. 17.

Duplex Triãgulorũ diuisio.

TRiangulorum diuisio interdum quidem ab Angulis, interdum verò à Lateribus habet initium. Et præcedit quidem ea, quæ à Lateribus tanquam cognita: sequitur autẽ ea, quę ab Angulis tanquam propria. siquidem hi etiam tres Anguli solis rectilineis conueniunt Figuris, Rectus nempe, Obtusus, atq; Acutus: Aequalitas verò Laterum, atq; inæqualitas, est vtique in non rectilineis quoque Figuris. Inquit igitur quòd Triangulorum alia Aequilatera sunt, alia Aequicrura, alia Scalena. aut .n. omnia Latera habent æqualia, aut omnia inæqualia, aut duo duntaxat æqualia. & rursus quòd Triangulorum alia Rectangula sunt, alia Obtusangula, alia Acutangula. & Rectãgulum quidem definit quod vnum habet rectum Angulum, quẽadmodum etiam Obtusangulum, quod vnum habet Obtusum: plures siquidem vno vel Rectos, vel Obtusos Triangulum habere Angulos impossibile. Acutangulum verò, quod vtiq; omnes habet Acutos. non .n. hîc quoq; satis est vnicum habere Acutũ. cuncta siquidẽ Triangula hoc pacto Acutangula essent. nam omne Triangulũ duos Angulos velis nolis habet Acutos. tres autem Acutos, Acutangulũ solum. Videtur autem mihi Euclides ad illud solum respiciens seorsum quidem ab Angulis, seorsum verò à Lateribus diuisionẽ fecisse: quòd scilicet non omne Triangulum Trilaterum etiam est. sunt .n. Triangula Quadrilatera, quæ (ἀκιδοειδῆ) hoc est cuspidis similia à Mathematicis ipsis vocantur: à Zenodoro autem (κοιλογώνια) hoc est cauum Angulum habentia. intellige .n. vnum ex Trilateris, su-

Diuisio Triãgulorũ à Lateribus.

Diuisio Triangulorum ab Angulis

Cur Euclides duplicẽ Triãgulorum tradat Diuisionem.

Triangulũ Quadrilaterũ, quod Acidoides

perqúe

perque vno Latere duas Rectas introrsum constitue. Clauditur igitur quoddam spatium, quod ab externis, & internis rectis cõprehenditur Lineis, tresque habet Angulos, vnum quidem, qui ab externis continetur: duos verò, qui ab his, atq; internis comprehenduntur, ad extremitates, in quibus ipsæ Lineæ coniunguntur. Triangulum igitur est huiuscemodi Figura Quadrilaterum. Non ergo si quod tres habet Angulos inuenerimus siue Acutos, siue vnum Rectum, siue Obtusum vnum, statim etiam Trilaterum, quod vel ęquilaterum, vel quoddam aliorum Trilaterorum sit, inuenimus. erit.n. fortasse & Quadrilaterum. Similiter autem Quadrangula quoque reperies habentia plura quàm quatuor Latera. & ideo nõ est temere ab Angulorum multitudine de numero Laterum afferenda sententia. At hæc quidem de his sufficiant. Pythagorei autem Triangulum quidem simpliciter generationis, generabiliumque formationis dicunt esse principium. Quocirca tum naturales, tum constructionis Elementorum Rationes, Triangulares ait esse Timæus. triplici nanq; distant Interuallo, & vndequaq; partibiliũ, varieque permutabilium sunt collectrices, & materiali replentur infinitate, corporumque materialium coniunctiones, solutas præ se ferunt: quemadmodum sanè Triangula quoq; à tribus quidem comprehenduntur rectis Lineis, Angulos autem habent, qui Linearum multitudinem colligunt, & Angulum ipsis aduentitium, coniunctionemque præbent. Iurè igitur Philolaus etiam Trianguli Angulum Dijs quatuor consecrauit, Saturno, Plutoni, Marti, & Baccho, totam quadripartitam Elementorum exornationem desuper à cœlo, vel à quatuor Signiferi Segmẽtis deuenientem, in hisce comprehendens. nam Saturnus quidem totam humidam, & frigidam constituit essentiam, Mars aut totam ardentem naturam: & Pluto quidem totam Terrestrem continet vitam, Bacchus verò humidam, & calidam generationem regit. Cuius etiam Vinum Nota est, humidum, calidumque existens. Omnes autem hi iuxta quidem operationes, quas habent in rebus inferioribus, differunt: iuxta verò proprias naturas, vniti sunt adinuicem, propterea iuxta quoq; vnum Angulum, ipsorum vnionem Philolaus colligit. Si autem Triangulorum etiã differentiæ ad generationem conferunt, iure optimo Triangulum principium constitutionis eorum, quæ sub Luna sunt, & autorem esse fatebimur. nam rectus quidem Angulus essentiam ipsis exhibet, & ipsius Esse mensuram determinat: Rectanguli que Trianguli Ratio generabilium Elementorum efficit essentiam, Obtusus verò vniuersam distantiam ipsis tribuit:

Obtu-

vel Gilogoniũ appellatur.

Quadrangulũ quinquilaterũ.

Digressio.

Pythagorei.

Timæus.

Attẽde similitudinem pulcherrimã, & nota q̃s sit Aduẽtitius Angulus, quẽ Trianguli tres Anguli Lineis Triũgularibus præbẽt.

Philolaus quatuor Dijs Triãgularẽ Angulũ cõsecrauit.

Quadripartita Elemẽtorũ exornatio

Saturnus.

Mars.

Pluto.

Bacchus.

Nota quę sint horũ Deorũ in iferiorib⁹ operõnes.

Nota quæ sint horũ

Deorũ ꝓpriæ naturæ. Cõfirmat Pythagoreorũ, & Timęi dictũ in alia ratione. Finis Digressionis Documentum. Septẽ Triangulorũ sunt ſpẽs.

Obtuſanguliquée Ratio formas materiales in magnitudinẽ auget, & in omnis generis mutationẽ. Acutus autem Angulus diuiſibilem ipſorum naturã efficit: Acutanguliquée Ratio diuiſiones ipſis in infinitũ fieri præparat. ſimpliciter verò Triangularis Ratio Interuallo diſtantem, & vndequaqꝫ partibilẽ materialium corporum conſtituit eſſentiam. Tot quidẽ de Triangulis erant à nobis inſpicienda. Ex hiſce autẽ diuiſionibus intelliges quidem omnes etiam Triangulorum ſpecies eſſe ſeptẽ numero, nec plures, neque pauciores. nam æquilaterum quidẽ vnum eſt, cùm Acutangulum tantùm ſit: reliquorum autẽ vtrunque eſt triplex. Aequicrus nanque aut Rectangulũ eſt, aut Obtuſangulũ, aut Acutangulum: Scalenumquée ſimiliter hanc triplicẽ habet differentiam. Si itaque hæc quidem tripliciter, Aequilatera verò vnico modo ſe habẽt, ſeptẽ omnes Triangulorum ſpecies dicantur.

Digreſſio Aequilaterum Triãgulũ Diuinis aſſimilatur Aĩs. Aequicrus melioribꝰ generibus

Rurſus autẽ iuxta Laterum quoqꝫ diuiſionem, Triangulorum ad ea, quæ ſunt proportionẽ intelligas: nam Aequilaterum quidẽ æqualitate prorſus, ſimplicitateque præſtans, Diuinis cognatũ eſt Animis: menſura ſiquidem eſt & inæqualium æqualitas, quẽadmodum & inferiorũ omnium Diuinitas. Aequicrus autem melioribus generibus, materialẽ naturam dirigentibus, quorũ maior pars quidẽ menſura tenetur, extrema verò inæqualitatem, materialemquée ĩmoderationem attingunt: Aequicrurium nanqꝫ duo quidẽ Latera æqualia ſunt, Baſis autẽ inæqualis.

Scalenum Vitiis partibilibus.

Scalenum verò, Vitiis partibilibus, quæ vndequaqꝫ claudicãt, ſe ſeque præparant, cùm ad generationẽ tendant, refertæque materia ſint.

TEXTVS

Defõ 30. Quadrilaterarum autem Figurarum, Quadrangulum quidem eſt, quæ æquilatera eſt, atque rectangula.

31. Altera verò parte longior, quæ rectangula quidem, at æquilatera non eſt.

32. Rhombus autem, quę æquilatera quidem, ſed rectàngula non eſt.

33. Rhomboides verò, quæ ex oppoſito Latera, & Angulos habens inuicem æquales, neque æquilatera eſt, neque rectangula.

34. Præter has autem, reliquæ Quadrilateræ Figuræ, Trapezia vocentur.

Qua-

QVadrilaterarum Figurarum primam diuisionem in duo membra fieri oportet. & alias quidem ipsarum, Parallelogrãma dicere: alias verò, non Parallelogramma. Parallelogrammorum autem, alia quidem & rectangula, & æquilatera, vt Quadrangula: alia verò, horum neutrum, vt Rhomboidea: alia autem, rectangula quidem, sed non æquilatera, vt altera parte longiora: alia verò è contrario, æquilatera quidem, at non rectangula, vt Rhombos. Aut.n. vtrũque habere oportet, æqualitatem scilicet Laterum, Angulorumq́ue rectitudinem: aut neutrum: aut alterũ, hocq́ue dupliciter. Quamobrem quadrupliciter constituitur Parallelogrãmum. Non Parallelogrãmorum autẽ alia quidem duo tantùm habent Parallela Latera, non tamen & reliqua: alia verò nulla prorsus Laterum habent Parallela. & illa quidem vocantur Trapezia, hæc verò, Trapezoidea. Trapeziorum autem, alia quidem, Latera, à quibus huiuscemodi Parallela Latera coniunguntur, habent æqualia: alia verò, inæqualia. & vocantur illa quidem, Aequicrura Trapezia: hęc verò, Scalena Trapezia. Quadrilatera igitur Figura septem nobis constituitur modis. Nam vna quidem, Quadrangulum est: altera verò, parte altera longior: tertia, Rhombus: quarta, Rhomboides: quinta, Aequicrus Trapezium: sexta, Scalenum Trapezium: septima, Trapezoides. Verùm Posidonius quidẽ perfectam in tot fecit membra rectilineorũ Quadrilaterorum diuisionem, quippe qui septẽ horum quoq; posuit species, quẽadmodum etiam Triangulorũ. Euclides verò in Parallelogrãma quidem, & non Parallelogrãma diuidere minimè potuit, quippe qui neq; de Parallelis mentionẽ fecit, neq; de Parallelogrãmo ipso nos docuit. Trapezia aũt, Trapezoideaq́ue omnia, cõmuni nomine appellauit, Trapezia ipsa describens, ad eorũ quatuor differentiam, in quibus Parallelogrãmorum verificatur proprietas. hæc autẽ est ex opposito Latera, & Angulos æquales habere. Quadrangulum nanq; & Altera parte longius, ipseq́ue Rhombus ex opposito Latera, & Angulos habent æquales. Ipse autem in Rhomboide tantùm hoc addidit, ne solis ipsum negationibus definiat, cùm neq; æquilaterũ ipsum dixisset, neq; rectangulũ. in quibus.n. proprijs caremus orationibus, cõmunibus vti necessarium est. Quòd verò hoc sit cunctis commune Parallelogrammis ipsum ostendentem audiemus. Videtur autem & Rhombus dimotum esse Quadrangulum, & Rhomboides motum parte altera longius. Quocirca iuxta quidem Latera, hæc ab illis non differunt: verùm iuxta Angulorum duntaxat Obtusitates, & Acumina. cùm illa rectangula sint. si.n. Quadran-

Cõm. 18. Diuisio Quadrilaterarũ Figurarũ secundũ Posidonium.

Septẽ sũt spẽs Quadrilaterarum Figurarum.

Euclidis Diuisio.

Parallelogrãmorũ ꝓprietas.

In Propositione 34 primi. Documẽtum.

gulum, aut Parte altera longius iuxta oppositos Angulos distrahi intellexeris, alios quidem contrahi, Acutosque fieri reperies: alios verò dilatari, Obtusosque apparere. Videturque hoc nomen Rhombo à motu impositum fuisse. etenim si Quadrangulum in modum Rhombi moueri intellexeris, iuxta Angulos tibi ordine commutatum videbitur. Quemadmodum porrò si Circulus etiam in modum

Dubitatio

Fundæ moueatur, Ellipsis statim apparet. De ipso autem Quadrangulo fortasse quæras cur hanc habuerit denominationem, non autem quemadmodum Trianguli nomen omnibus est commune, ijs etiam, quæ neque æquiangula, neque æquilatera sunt, similiterque Quinquanguli: ita quoque nomen Quadranguli de alijs etiam Quadrilateris dici potest. ipse siquidem Geometra in illis addidit particulam [ Triangulum æquilaterum ] vel [ Quinquangulum, quod æquilaterum sit, atque æquiangulum ], quasi possint hæc, talia quoque non esse. Cùm verò Quadranguli facta fuerit mentio, statim æquilaterū indicat, atque rectangulum. Huiusce autem rei ratio hæc est. Solum Quadrangulum † spatiū & iuxta Latera, & iuxta Angulos Terminatum habet. quilibet enim ipsorum Rectus est, Angulorum mensuram intercipiens, quæ neque intenditur, neque remittitur. Vtroque igitur modo præstans, iurè commune obtinuit nomen. At Triangulum licet æqualia habeat Latera, Angulos tamen omnes habet Acutos: Quinquangulumque Obtusos omnes. Non immeritò igitur cùm ex omnibus Quadrilateris solum Quadrangulum Aequalitate Laterum, Angulorumque Rectitudine repletum sit, hoc nomen sortitum fuit. præstantibus enim formis, Totius nomen sæpenumero dedicamus. Videtur autem & Pythagoreis Quadrilaterorum hoc præcipuè diuinæ essentiæ afferre imaginem. purum siquidem, immaculatumque ordinem per hoc potissimùm significant. nam Rectitudo quidem inflexibilitatem, Aequalitas verò firmam imitatur potentiam. Motus enim ab Inæqualitate emanat, Quies autem ab ipsa Aequalitate. Dij ergo, qui omnibus rebus stabilis collocationis, & puri, incontaminatique ordinis, & indeclinabilis potentiæ sunt autores, meritò Quadrangulari Figura, quasi ab imagine manifestantur. Præter hos etiam Philolaus iuxta aliam apprehensionem Angulum Quadranguli Rheæ, Cereris, Vestæque Angulum appellat. cum n. Quadrangulum Terrā cōstituat, proximumque ipsius sit Elementum, quemadmodum à Timæo didicimus ab his verò omnibus Deis Terra ipsa, genitalia semina, fœcundasque suscipiat potentias, non iniuriâ hisce Dijs vitam lar-

Solutio.

† optimū

Digressio Pulchra Pythagoreorū consideratio.

Motus ab inequalitate emanat Quies aūt ab equalitate, idē in 1. lib. c. 13

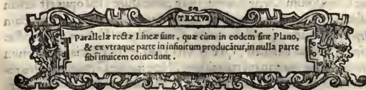
Philolaus trib' Deis Quadrangularē angulū cōsecrauit.

Quadrangulū primū Terræ est Elemētū. Idē su

gien-

gientibus Quadranguli Angulum permisit. quidam etenim Terram, Cereremqúe ipsam, Vestam appellant, & tota Rhea ipsam participare dicunt, omnesqúe in ipsa esse genitrices causas. Terrestri igitur quadam vi vnám horum diuinorum generum vnionem Quadrangularem Angulum comprehendere Philolaus inquit. Assimilant autem quidam vniuersæ etiam Virtuti Quadrangulum, quatenus quatuor Rectos habet vnumquenque perfectum. quemadmodum porrò Virtutum quoque vnamquanque perfectam dicimus, & seipsa contentam, & Mensuram, & Terminum vitæ, omnisqúe Obtusi, & Acuti medietatem. Oportet autẽ non latere quòd Triangularem quidem Angulum quatuor, Quadrangularem verò tribus Philolaus attribuit Dijs, alternum ipsorum transitum ostendens, omniumqúe in omnibus communitatem, Imparium quidem in Paribus, Pariumqúe in Imparibus. Ternarius igitur Tetradicus, Quaternariusqúe Triadicus fœcundorũ quidem, efficaciumqúe bonorum participes, totam generabilium exornationem continent, in statuqúe suo conseruant. Ex quibus Duodenarius ad vnicam excitatur Vnitatem, Iouis nempe imperium. nam Dodecagoni Angulũ Iouis esse Philolaus inquit, quatenus vnica vnione totum Duodenarij Numerum Iuppiter continet, atque conseruat. præest enim apud Platonem quoque Duodenario Iuppiter, Vniuersumqúe absolutè regit, & moderatur. Hæc etiam de Quadrilateris Figuris dicenda duximus, tum autoris nostri sententiam declarantes, tum etiam ad inspectiores apprehensiones ijs ansam prębentes, qui intellectilium, occultarumqúe essentiarum cognitionem cupiunt.

perius ca. 9. vide ẽt Platonem in Timęo. Vide iterpretem in Theogonia Hesiodi.
Quorũdã cõtẽplatio
Notãdum pulcherrimum.
Cõclusio.
Duodenarius est Iouis imperium.
Dodecagoni Angulũ Ioui Philolaus cõsecrauit cuius cãm vide etiã apud Pla. in 10. de Rep. & in Epinomide. et apud Proclũ in Timæo, & apud Plutar. in op. de Placitis.
Epilogus.
Defõ 35.




Parallelæ rectæ Lineæ sunt, quæ cùm in eodem sint Plano, & ex vtraque parte in infinitum producãtur, in nulla parte sibi inuicem coincidunt.

QVę nam sint Parallelarum Elementa, quibusqúe in his accidentibus cognoscantur, postea discemus: quæ verò Parallelæ rectę Lineę sint, his verbis definit. Oportet itaque ipsas (inquit) in vno esse Plano, & dum ex vtraq; parte producuntur non coincidere, sed in infinitũ produci. & non Parallelę.n. si aliquatenus producantur, non coin-

Cõm. 19. In ppõne 17. & 18.

cident. in infinitum autem produci, & non coincidere, Parallelas exprimit. neque etiam hoc absolutè, verùm ex vtraque parte in infinitum produci, & non coincidere. nam fieri potest vt non Parallelæ etiam ex vna parte quidem in infinitum producantur, ex altera verò minimè. annuentes enim in hacce parte, plurimùm ab inuicem in altera distant. Causa autem hæc est, quoniam duæ rectæ Lineæ nullum spatium comprehendere possunt. quòd si ex vtraque parte annuant, hoc non accidet. Quin etiam rectas Lineas in eodem esse Plano, rectè insuper acceptum fuit. si enim altera quidem in subiecto esset Plano, altera verò in sublimi, iuxta omnem positionem sibi inuicem non coincident. non tamen proinde Parallelę sunt. Vnum igitur Planum sit, producanturque ex vtraque parte in infinitum, & neutra in parte sibi inuicem coincidant. his enim existentibus Parallelæ rectæ Lineæ erunt. & hoc modo Euclides quidem Parallelas definit rectas Lineas. Posidonius autem hæ Parallelæ sunt (inquit) quæ neque annuunt, neque abnuunt in vno Plano: sed æquales habent omnes Perpendiculares, quę à Signis alterius ad alteram ducuntur. Quæcunque verò maiores semper, atque minores fecerint Perpendiculares, coincident aliquando, quia sibi inuicem annuunt. Perpendicularis siquidem Spatiorum altitudines, Linearumque distantias terminare potest. Quocirca æqualibus quidem Perpendicularibus existentibus, æquales etiam sunt rectarum Linearum distantiæ: maioribus verò, atque minoribus factis, distantia quoque fit maior, & minor, & sibi inuicem annuunt illis in partibus, in quibus sunt Perpendiculares minores. Sciendum autem est, quòd ipsum non coincidere haud prorsus Parallelas efficit Lineas. Concentricorum nanque Circulorum Circunferentiæ non coincidunt: sed opus est etiam ipsas in infinitum produci. Hoc autem non solis Rectis, verum etiam aliis inest Lineis. possibile enim est intelligere Helices circa rectas Lineas ordine describi, quæ si vnà cum rectis Lineis in infinitum producantur, nunquam coincidunt. Hæc itaque Geminus ex his rectè diuisit, à principio dicens, quòd Linearum quidem aliæ sunt terminatę, Figuramque continent, vt Circulus, ipsiusque. Ellipsis Linea, necnon Cissoides, & aliæ quàm plurimæ: aliæ verò indeterminatæ, quæ in infinitum etiam producuntur, vt Recta, Rectangulique Coni, atque Obtusanguli sectio, necnon Conchoides ipsa. Rursus autem earum, quæ in infinitum producuntur, aliæ quidem nullam comprehendunt Figuram, vt Recta, & iam dictæ Conicæ sectiones: aliæ verò coeuntes, Figuramque facientes, in infinitum postea pro-

ducun-

Duę rectę Lineę nullũ spatiũ cõprehendere possunt. Idẽ in cõ. 15. & 16. & hæc est cã cur nõ Parallelę ex vna parte in infinitũ ꝑduci possint.

Cõdõnes Parallelarũ rectarũ Linearũ.

Posidonii Parallelarum defõ.

Perpendiculares terminãt Spatiorũ altitudines, & Linearũ distantias: ideo ꝑpendiculari Figurarũ metimur altitudines, vt dictũ est superius in cõm. 40.

Notandũ.

Diuisio Linearũ secundũ Geminum.

ducuntur, Harum autem aliæ quidem non coincidunt amplius, quæ vtcunque productæ fuerint non coincidunt: aliæ verò coincidentes sunt, quę scilicet quandoque coincident. Non coincidentium autem, aliæ quidem in vno sunt inuicem Plano: aliæ verò, minimè. Non coincidentium autem, in vnoque Plano existentium; aliæ quidem æquali semper interuallo distant ab inuicem: aliæ verò interuallum semper imminuunt, queadmodum Hyperbole ad Rectam Lineam, & Conchoides ad Rectam Lineam, hæ siquidem cùm imminuatur semper interuallum, nunquam coincidunt. & annuunt quidem sibi-inuicem, nunquam autem omnino annuunt. Quod etiam maximè admirabile est in Geometria Theorema, ostendens Nutum quarundam Linearum non annuentem. Earum autem, quæ æquali semper distant interuallo, quæ sunt rectę Lineę, Spatium, quod inter eas positum est nunquam imminuentes in vno Plano, Parallelæ sunt.

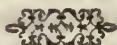
Admirabile in Geomet. Theorema. de quo ēt inferius in cōm. 3. & 3 quarti. Hic quędā q̄ non sūt parui momēti animaduertemus in cōmentariis nostris.

Tot etiam ab eleganti Gemini studio ad propositorum explanationem decerpsimus.

FINIS SECVNDI LIBRI.

# PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM,

## LIBER TERTIVS.



### De Petitione, & Pronuntiato Cap. Vnicum.

Côtinuatio Libri. Incap. 8. superioris Libri.



QVVM Geometriæ principia trifariè diuisa sint, in Suppositiones, Petitiones, & Pronuntiata, quæ nam inter hæc sit differentia in superioribus tradidimus. De Petitione autem peculiariter, & Pronuntiato accuratius disserere in præsentia propositum nobis sit, quandoquidem & de ijs præcipuè nunc sermonem habeamus. Suppositiones siquidem, quæ & Definitiones appellantur in iam dictis exposuimus. Commune igitur est tam Pronuntiatis, quàm Petitionibus nulla egere demonstratione, neque Geometrica fide: sed tanquam manifestas accipi, cæterorumque principia fieri. Differunt autem ab inuicem eo modo, quo & Theoremata à Problematibus distincta fuere. quemadmodum enim in Theorematibus quidem id, quod Subiecta consequitur perspicere, ac cognoscere proponimus: in Problematibus verò aliquid comparare, ac facere iubemur, eodem sanè modo & in Pronuntiatis quidem hæc accipiuntur, quæcunque per se se cognitu manifesta sunt, nostrisque indoctis notionibus sunt in promptu: in Petitionibus verò hæc accipere quærimus, quæcunque factu, comparatuque facilia sunt, cùm in illis accipiendis Cogitatio nõ defatigetur, quæque nulla egent varietate, & nulla Constructione. Euidens ergo, & indemonstrabilis cognitio, inconstructaque sumptio, Petitiones, à Pronuntiatis distinguunt. quemadmodum etiam demonstrans cognitio, Quæsitorumque vnà cũ Constructione sumptio Theoremata, à Problematibus seiunxit. vbique .n. principia, simplicitate, & indemonstrabilitate, atque eò quòd per se se fidem faciũt, ijs, quæ post principia sunt præstare oportet. vniuersaliter siquidem (inquit Speusippus) eorum, quæ Cogitatio venatur, alia quidem nullo vario peracto decursu profert, & ad futurã inquisitionem

Cômunitas Petitionũ, & Pronũtiatorum ex sententia autoris, et Gemini. Eorũ differentia.

Speusippus.

-nem præparat, euidentioremque horum habet apprehensionē, quàm obiectorum visus; alia verò cùm statim assequi non possit, per transitum ab illis progrediens, iuxta consequentiam ipsa venari conatur. Exempli gratia, hoc quidem, à Signo ad Signum rectam Lineam ducere, tanquā euidens, factuque facile suscipit. Cùm enim indeclini Signi fluxu componatur, simulque progrediatur, eò quòd nusquam magis, vel minus declinat, in altero incidit Signo. Rursus si vno quidem Extremorum rectæ Lineæ manente, alterum circa ipsum moueatur, Circulum nullo negotio describit. Siquis autem vnius reuolutionis Helicem describere voluerit, magis varia eget machinatione. varijs nanque motibus ipsa generatur. Siquis etiam Triangulum æquilaterum voluerit constituere, is quoque methodo quadam egebit, ad Trianguli constitutionē. dicet .n. Geometrica Mens quòd cùm ego intellexerim rectam Lineam, quæ iuxta quidem alterum Extremorum maneat, iuxta autem alterum moueatur circa illud, & Signū, quod à manente Extremo in ipsa moueatur, vnius reuolutionis Helicē descripsi: cum .n. simul & rectæ Lineæ extremitas, quæ describit Circulum, & Signum, quod in ipsa mouetur recta Linea, in eodē Signo peruenerint, atque coinciderint, talem mihi faciunt Helicem, & rursus cùm Circulos æquales descripserim, & à cōmuni sectione ad Cētra Circulorum Lineas rectas protraxerim, ab alteroque Centrorum, ad alterum rectam Lineam duxerim, æquilaterum habebo Triangulum. Multū itaque abest vt hæc simplici apprehensione, primaque notione perficiantur, nam contenti essemus ortus ipsorum consequi. Facilius ergo, vel difficilius hæc comparari, & vel pluribus, vel paucioribus Mediis ostendi, propter aggredientium habitus euenit: prorsus verò Demōstratione egere, atque Constructione, propter Quæsitorum proprietatem, quæ à Petitionum, & Pronuntiatorum euidentia deficit. Vtrunque igitur simplex, & deprehensu facile debet esse, Petitio inquam, & Pronuntiatum. Verùm Petitio quidem imperat nobis machinari, ac comparare quandā materiam, ad Symptomatis assignationem, quæ habeat simplicem, facilemque deprehensionem: Pronuntiatum verò, quoddam per se accidens dicit, ex se se audientibus cognitum: vtpote calidum esse Ignem, vel quoddā aliud eorū, quæ manifestissima sunt, & in quibus dubitantes, aut sensu, aut punitione egere dicimus. Quamobrem eiusdem quidē generis est Petitio, & Pronuntiatum; differunt autē iam dicto modo. vtrūque .n. principium est indemonstrabile, verùm hoc quidem sic: illa verò aliter, vt diximus. Iam autem alij quidem omnia ista Petitiones vocan-

Exēplum.

Helicis Planæ generatio.

Aequilateri Triāguli cōstitutio.

> Archimedis, & aliorũ opinio. Prima Petitio Archimedis ĩ lib. Aequipõderantium.

> Aliorũ opinio, de qua vide ẽt in superiori libro cap. 8.

> Vt Problema à Theoremate, ita Petitio, à Pronunciato differt. Idẽ in principio capitis.

> Aliorum opinio de differẽtia Petitionũ, & Pronũtiatorum.

vocanda censent, sicut etiam Problemata, Quæsita omnia. Archimedes nanque Librum Aequiponderantium incipiens, petimus (inquit) ęqualia Grauia ab æqualibus Longitudinibus ęquè ponderare. quanuis hoc, Pronuntiatum potius quispiam appellarit: alij verò omnia, Pronuntiata vocant, quẽadmodum etiam Theoremata, cuncta, quæ demonstratione indigent. iuxta enim eandem (vt videtur) proportionem à proprijs nominibus, ad communia transiere. differt tamen vt Problema à Theoremate, ita Petitio à Pronuntiato. tametsi ambo indemonstrabilia sint, quemadmodum illa, demonstratione indigent. & alterum quidem tanquam factu facile sumitur, alterum verò tanquam cognitu facile communi omnium consensu conceditur. Hoc itaque pacto Geminus quidem Petitiones à Pronuntiatis distinguit. Alij autem fortasse dicant quòd Petitiones quidem, sunt Geometricæ materiæ propriæ: Pronuntiata verò, vniuersæ, quæ circa Quantum, & Quotum versatur contemplationi communia. nam illam quidẽ, quæ petit rectos Angulos esse æquales, & omnem rectam Lineam finitam in directum producere, nouit Geometres: quod verò ait quæ eidem sunt æqualia, inuicem quoq; esse æqualia, communis est notio, qua tum Arithmeticus, tum etiam quisq; scientia præditus vtitur quod cõmune est suæ accomodans materiæ. Aristoteles verò (vt prius etiam diximus) Petitionem inquit cùm demonstrabilis sit, ab audienteqúe non concedatur, tãquam principium tamen suscipi: Pronuntiatum verò, per sese indemonstrabile esse, omnesqúe id iuxta habitum confiteri, licet etiam aliqui disputationis gratia contra ipsum dubitarint. Tres itaq; cùm sint hæ differentiæ, iuxta quidem primam, quæ ipso Comparare, ac Cognoscere tantũ Petitionem à Pronũtiato distinguit, manifestum est, quòd illa, quæ dicit omnes rectos Angulos æquales inuicem esse, non est Petitio. nec quinta, quæ ait, si in duas rectas Lineas recta incidens Linea, internos, ad easdemqúe partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitum producantur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. hæ siquidem neq; in Constructione sumuntur, nec quicquam facere iubent: sed Symptoma quoddam ostendunt, quod rectis Angulis inest, & rectis Lineis, quæ ab Angulis duobus Rectis minoribus exeunt. Iuxta verò secundam non erit Pronuntiatũ illud, quod ait duas rectas Lineas Spatium non comprehendere. quod etiam quidam nũc tanquam Pronuntiatum adscribunt. hoc enim Geometricæ materię proprium est, quemadmodum etiam illa, quæ ait omnes rectos Angulos

> Aristotelis opinio de differẽtia Petitionis, & Pronuntiati q̃ vide ẽt ĩ superiori libro cap. 8. & primo post. tex. 25.

> Iuxta primã differentiã nec quarta, nec quĩta Petitio, in Petitionibus cõnumerari debent.

> Iuxta secũdã differentiam nõ est Pronuntiatũ, illud, q̃ vltimũ in

gulos æquales esse. Iuxta autem tertiam, quæ Aristotelica est, omnes quidem, quę per demonstrationē quandam de sese fidem faciunt, Petitiones erunt: quæcunque verò indemonstrabilia sunt, Pronunciata. Frustra igitur Pronuntiatorum demonstrationes tradere conatus est Apollonius. rectè enim Geminus animaduertendo adnotauit, quòd alij quidem indemonstrabilium quoque demonstrationes excogitarunt, ab ignotioribusq́ue Medijs ea, quæ sunt omnibus nota probare conati sunt, quem in errorem incidit Apollonius, qui ostendere voluit verum esse Pronuntiatum, quod ait quæ eidem sunt æqualia, & sibi inuicem æqualia esse: alij verò quæ etiam demonstratione indigent, in indemonstrabilibus assumpsere. vt Euclides ipse quartam, & quintam Petitionem. hanc enim quidam veluti ambiguam demonstratione egere dicunt. quomodo nanque ridiculum non est quorum conuersa, Theoremata demonstrabilia sunt, hæc tanquam indemonstrabilia assignare? nam quòd rectarum coincidentium Linearum interni duobus Rectis minores sunt, ipsemet Euclides in illo ostendit Theoremate, quod sic ait [ Omnis Trianguli duo Anguli, duobus Rectis minores sunt, omnifariam sumpti ] Quinetiam quòd non prorsus quicunque Recto æqualis, Rectus est, perspicuè ostenditur. Non ergo indemonstrabilia esse horum conuersa concedendum est, inquit Geminus. Videtur itaque iuxta huius viri ordinationem tres quidem esse Petitiones: reliquas verò duas, & ipsarum conuersas demonstrante egere scientia: in Pronuntiatis autem, illud, quod dicit duas Rectas spatium non comprehendere addi superuacaneè. Siquidem per demonstrationem de se fidem facit. De Petitionum igitur, & Pronuntiatorum differentia hæc sufficiant. Rursus autem Pronuntiatorum, alia quidem sunt Arithmetices Propria, alia verò Geometriæ, alia autem ambabus ipsis communia. nam illud quidem, quod dicit omnem Numerum ab vnitate metiri, Arithmeticum Pronuntiatum est. illud verò, quod ait, Aequales rectæ Lineæ sibi inuicem congruunt, nec non illud, quod omnem Magnitudinem in infinitum esse diuisibilem affirmat, Geometrica Pronuntiata sunt. illud autem, quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia, omniaq́ue huiuscemodi, ambabus communia sunt. Vtitur autem vtraque & his, in quibuscunque suum subiectum postulat. vt Geometria quidem, in Magnitudinibus: Arithmetica verò, in Numeris. Consimiliter autem Petitionum quoque aliæ quidem singulis propriæ sunt

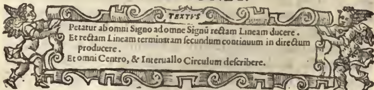
*Margin notes:* Pronuntiatis enumeratur. Quæ sint Petitiones, & q̄ Pronuntiata ex Arist. sententia. Reprehēdit Apolloniū iuxta Arist. et Gemini sententiā. Reprehēdit Euclidē iuxta Gemini, et iuxta ꝓpriā sententiā, quippe q̄ quartā, & quintā Petitionē, malè ī Petitionibus enumerauit. In Propositione 17 primi Elementorū. Hoc inferius ostenditur in cōment. 2. Iuxta Gemini sententiā excluditur à Pronuntiatis vltimū ꝓnuntiatū. Epilogus. Pronūtiatorū, et Petitionū diuisio, per quā 2. opinio d' dr̄ia Petitionis & Pronūtiati, cōfutatur.

fcientijs, aliæ verò cõmunes omnibus, nam illam quidẽ, quę petit diuidere Numerũ in partes minimas, peculiarẽ Arithmetices Petitionẽ esse dixeris: quæ verò omnem rectã Lineam finitã in directũ producere, Geometrię: quæ autẽ Quantitatem in infinitum augere, ambabus cõmunem. Numerus nanq;, & Magnitudo possunt hoc pati.

Quãtitas hic cõiter ꝑ genere accipitur.

PETITIONES.

Petitio 1. Secũda. Tertia.




Cõm. 1. TRes istę tum propter facilitatem, tum quia aliquid comparare nobis imperant, in Petitionibus ex Gemini sententia necessariò collocandæ sunt. nam illa quidem ab omni Signo ad omne Signum rectã Lineam ducere, eam consequitur definitionem, quæ Lineam Signi fluxum esse ait, & Rectam indecliuem, atq; inflexibilem fluxum. Si igitur Signum indecliui, breuissimoqúe motu moueri intellexerimus, in alterum Signum incidemus, & prima Petitio facta est, nilqúe varium intelleximus. Si autem cùm Recta ipsa Signo terminetur, similiter ipsius Extremum breuissimo, indecliuiqúe motu moueri intellexerimus, secunda Petitio à facili, simpliciqúe apprehensione comparata erit. Si verò terminatam rursus rectam Lineam manere quidem secundum alterum eius Extremum, moueri autem circa id, quod manet, secundum reliquũ, tertia porrò facta erit. nam Centrum quidẽ, est Signum id, quod manet: Interuallum verò, recta Linea. quanta

Dubitatio .n. hæc est, tanta est Centri ad omnes Circunferentiæ partes distantia. Siquis autem dubitet, quomodo motus ipsos Geometricis rebus adhibemus, ĩmobilibus existentibus, qũo autẽ impartibilia mouemus

Solutio (hęc.n. minimè fieri posse) eum rogabimus non passim molestũ esse, si memoria tenet ea, quę in principio demonstrata fuere. quòd vtiq; Rationes eorũ, quę in Phantasia iacent, omnes ibi describũt Cogitationis imagines, quarũ Cogitatio ipsa rationẽ habet. Tabella .n. non scripta, huiusceemodi Mens est, vltima, atq; passibilis. At nulla apud

Mens vltima, & passibilis, & q recipit species, idè in superiori lib. cap. 1.

nos oratio hęc. Mẽs.n. illa, quæ recipit species, aliunde per motũ ipsas recipit. & motum quidẽ non corporeum, sed imaginarium intelligamus. impartibiliaqúe corporeis moueri motibus minimè cõcedamus, verùm imaginarios pati decursus. Etenim Mens impartibilis existens mouetur, non tamen secundum locum. & Phantasia iuxta eius

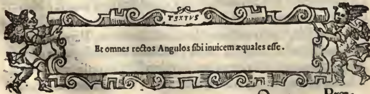
Impar-

Impartibile, proprium habet motum. nos autem ad corporeos motus respicientes, motus, qui in Interuallo carentibus fiunt describimus. A corporeo itaque loco, externisque motibus impartibilia pura sunt: motus verò alia species, aliusque locus motibus illis cognatus in ipsis consideratur. siquidem positionem quoque in Phantasia Signum habere dicimus, & non quærimus quomodo impartibile adhuc manere potest, quod alicubi † mouetur, & à loco comprehenditur. locus enim eorum quidem, quæ cum dimensione sunt, dimensionem habet & ipse: impartibilium verò nullam habet dimensionem. Aliæ igitur propriæ Geometricarum rerum sunt species, & aliæ quæ ab illis constituuntur: alius etiam motus corporum, & alius eorum, quæ in Phantasia excogitantur: necnõ alius partibilium est locus, & alius impartibilium. Oportetque hæc distinguendo, rerum essentias non confundere, neque perturbare. Videtur autem harum trium Petitionum prima quidẽ, in Imaginibus nobis declarare, quomodo ea, quæ sunt, in suis causis cõtinentur impartibilibus existentibus, ab ipsisque terminantur: & quod etiam prius quã constituantur, vndequaque ab ipsis comprehensa sunt. nam Signis existentibus recta Linea ab altero ad alterum ducitur, ab ipsisque terminatur, & inter ipsa recipitur. Secunda verò, quõ ea, quę sunt proprias habendo causas, ad omnia progrediuntur continuationẽ in illis seruantia, quę tandem ab ipsis nõ abripiuntur: sed propter infinitę potentię causam, vbique permeare conãtur. Tertia aũt, quõ ea, quę progressa sunt, ad propria rursus principia regrediuntur. Signi .n. quod circa manens Signum mouetur conuolutio Circulum producens, Circularem imitatur regressum. Scire aũt oportet quod in infinitum produci non omnibus inest Lineis. neque .n. Circulari, neque Cissoidi, neque omnino illis, quæ Figuram describunt, quinetiam neque illis, quę nullam faciunt Figuram. neque .n. vnius reuolutionis Helix in infinitũ producitur. nam inter duo Signa constituitur. neque vlla alia earum Linearum, quæ hoc modo fiunt. At neque ab omni Signo ad omne Signum omnem protendere Lineam possibile est. non enim omnis Linea inter omnia Signa subsistere potest. Hæc etiam de his. Ad reliqua autem pergamus.

† iacet

Digressio.

Finis Digressionis Documentum.




Et omnes rectos Angulos sibi inuicem æquales esse.

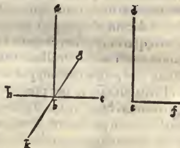
Petitio 4.

Cõm. 2. PRæsens Petitio si quidem tanquam manifesta, nullaque egens demonstratione à nobis cõceditur, Petitio quidẽ non est ex Gemini sententia: sed Pronuntiatum. quoddam enim rectis Angulis per se accidens dicit, nihil simplici notione facere iubens. verùm neq; etiam iuxta Aristotelis diuisionẽ Petitio est. Petitio enim ex sententia illius aliqua indiget demonstratione. Si verò demonstrabilem ipsam esse dicimus, ipsiusque demonstrationem quæreremus, neq; adhuc iuxta Gemini sententiam in Petitionibus collocanda erit. Apparet itaq; secundum etiam nostras communes notiones rectorum Angulorum æqualitas. Cùm .n. vnitatis, vel Termini rationem habeat ad Angulorum, qui vtrobiq; sunt accretionem in infinitum, atq; decretionem, respectu cuiuscunq; Recti æqualis est. etenim primum rectum Angulum hoc modo constituimus, stantis rectæ Lineæ, super quam stetit vtrobique Angulos, æquales faciendo. Si autem demonstrationem quoque Linearem de hoc afferre oportet, sint duo recti Anguli vnus a b c, alter d e f.

Excludit quarta Petitio à Petitionũ numero, tũ iuxta Gemini, tum iuxta Ari. sententiã. idẽ superius cõ. 1. hui' libri.

Demõstratio quartę Petitionis

Dico quòd æquales sunt. si.n. non sunt æquales, alter ipsorũ sit maior, vtputa qui ad Signũ b. Si igitur Linea d e, ad Lineã a b adaptetur, Linea e f intra cadet. Cadat vt Linea b g, & producatur Linea b c vsq; ad Signum h. Quoniã igitur Angulus a b c rectus est, Angulus quoque a b h rectus erit, & sibi inuicem erunt æquales. habemus.n. in Definitionibus quòd rectus Angulus ei, qui deinceps est Angulo æqualis est. Angulus ergo a b h maior est Angulo a b g. Producatur rursus Linea g b vsque ad k. Quoniam igitur Angulus a b g rectus est, & qui deinceps est Angulus, rectus erit, ac propterea ipsi a b g æqualis. Angulus igitur a b k Angulo a b g æqualis est, quapropter Angulus a b h, Angulo a b g minor erit, sed erat etiam maior, quod fieri non potest. Non est igitur Rectus maior Recto. Hoc autem ab alijs etiam expositoribus ostensum fuit, & non multa egebat consideratione. Pappus verò rectè nos animaduertit quòd huius Petitionis conuersa, vera non est, nempe omnem Recto æqualem, omnino Rectum esse. verùm si rectilineus fuerit, absque dubio Rectum esse. Posse autem curuilineum

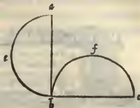



In 10. definitione.

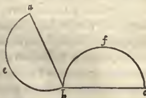
Pappi documentũ.

quoq;

quocp Angulum Recto æqualem ostendi. Et est manifestum quòd huiuscemodi Angulum, posse Rectum esse non dicemus. in rectilineorum enim Angulorum diuisione Rectum accipiebamus, à recta Linea super subiectã rectam Lineam inflexibiliter stante ipsum constituentes. Quapropter recto Angulo æqualis non omnino Rectus est, siquidem necp rectilineus. Intelligantur igitur duæ rectæ Lineæ æquales a b, & b c, Angulum, qui ad b Signum est, rectum facientes, in ipsisqúe Semicirculi, Centro, & Interuallo descripti a e b, & b f c. Quoniã itaque Semicirculi æquales sunt, sibi inuicem cõgruent, & Angulus e b a æqualis est Angulo f b c. Cõmunis apponatur reliquus, nempe e b c. — In 10. definitione.



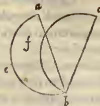

Totus igitur Rectus, Corniculari æqualis est, ipsi scilicet e b f, Cornicularis tamen Rectus non est. Eodem autem modo si etiam Obtusus, vel Acutus sit Angulus a b c, æqualis ipsi Cornicularis Angulus ostendetur (hoc enim est genus illud curuilineorum Angulorum, quod cum rectilineis conuenit) præter hoc tantum, quod animaduertendum est, quòd in Recto quidem, atque in Obtuso medium Angulum, qui à Linea c b, & b e Circunferentia continetur addere oportet: in Acuto verò, auferre. recta enim Linea c b, Circunferentiam b e secat. Ponantur igitur vtriusque suppositionis exemplares descriptiones. Hæc itacp descripta sint. quæ quidem ostendunt & quòd omnes Recti sibi inuicem æquales sunt, & quòd non omnino Recto æqualis, Rectus & ipse est. nam si necp rectilineus est, quo nam pacto rectum quis ipsum dicet? Manifestum autẽ est ex hac quoque Petitione, quòd Anguli Rectitudo æqualitati cognata est, — Documẽtum.



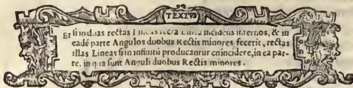

quemadmodum Acumen, atque Obtusitas, inæqualitati. etenim Rectitudo quidem, atque æqualitas eiusdem sunt coordinationis (vtraque enim sub Fine existit) vt etiam similitudo: Acumen verò, atque Obtusitas eiusdem cum inæqualitate sunt seriei, veluti & dissimilitudo. ex Fine enim, atque Infinitate omnes productæ sunt. — Idẽ vide in 2. libro cõm. 10.

Qua-

Quapropter alij quidem Quantitatem Angulorum inspicientes, Rectum Recto dicunt æqualem : alij verò Qualitatem, similem . quod enim in Quantitatibus æqualitas, idem similitudo in Qualitatibus est .




Petitio 5.




Et si in duas rectas Lineas recta Linea incidens internos, & in eadẽ parte Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitũ producantur coincidere, in ea parte, in qua sunt Anguli duobus Rectis minores .

Cõm. 3. Ptolemę⁹ in Lib. cui titulus est, à minoribus duob⁹ rectis productas coĩcidere. In 17. propõne primi Elem. Quorũdã obiectio. Gemini responsio Aristo. 1. Ethi. cap. 3. idẽ ẽt superius i 1. lib. c. 11. Simmias i Phędone Platonis, de quo videẽt Plu. in vita Periclis. Idẽ in fine secundi libri.

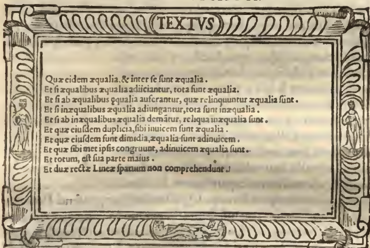
HAnc penitus è numero Petitionum delere oportet . Theorema .n. est, quod multas quidem recipit dubitationes, quas Ptolemæus etiam in quodam Libro soluere sibi proposuit, multis verò & Definitionibus, & Theorematibus in demonstratione indiget, & eius cõuersum Euclides etiam tanquam Theorema ostendit . Fortasse autẽ quidam errantes, hanc quoque inter Petitiones collocandam esse censerent, tanquam eam, quæ propter duorum Rectorũ diminutionem, Rectarum nutus fidem per se se præbet . Ad quos Geminus rectè respondit dicens, quòd ab ipsis huiusce scientiæ autoribus didicimus, non prorsus probabilibus imaginationibus adhibere mentẽ, ad Geometricas rationes capessendas . simile .n. est, inquit etiã Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes postulare, & Geometram probabiliter disputantem patienter auscultare . & qui apud Platonẽ Simmias, Quoniam ex apparentibus demonstrantes vanos esse scio . Et hic igitur hoc quidem, rectas Lineas annuere dum Anguli recti imminuuntur, verum, atque necessarium est : hoc verò, magis atque magis dũ producuntur annuentes Lineas, quandoque coincidere, probabile, non autẽ necessarium est, nisi aliqua ratio demonstret, quòd in rectis Lineis hoc verum est . nã esse quidẽ quasdam Lineas in infinitum quidẽ annuentes, nunquam aũt coincidentes, licet incredibile, admirabileque videatur, nihilominus verũ est, & in alijs Lineæ formis obseruatum fuit . Vtrum igitur hoc in Rectis quoque fieri possit, quod in illis fit Lineis ? antequam .n. per demonstrationem ipsum conuicerimus, quæ in alijs ostenduntur Lineis, Phantasiæ molestiam afferunt . Quod si & rationes contra coincidentiam Linearum dubitã-

tes

tes valde mordaces eſſent, quomodo nõ eò magis probabile hoc, atq; irrationale à noſtra doctrina expelleremus? Verùm quòd quidem demonſtratio quærenda eſt præſentis Theorematis, & quòd à Petitionum proprietate alienum eſt, ex his patet: quomodo verò demõſtrandum ipſum ſit, quibusq́ue rationibus quæ contra ipſum feruntur inſtantiæ auferendæ ſint, ibi dicendum, vbi & ipſe Elementorum inſtitutor mentionem eius facturus eſt, tanquam manifeſto vtens. tũc enim neceſſarium eſt ipſius euidentiam oſtendere; quippe quæ non indemonſtrabiliter ſe ſe offert, verùm per demonſtrationem manifeſta fit.

Excludit̃ oino Petitio hæc è numero Petitionũ.

## PRONVNTIATA.




Quæ eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia. Primũ pronuntiatũ
Et ſi æqualibus æqualia adiiciantur, tota ſunt æqualia. 2
Et ſi ab æqualibus ęqualia auferantur, quæ relinquuntur æqualia ſunt. 3
Et ſi inæqualibus æqualia adiungantur, tota ſunt inæqualia. 4
Et ſi ab inæqualibus æqualia demãtur, reliqua inæqualia ſunt. 5
Et quæ eiuſdem duplicia, ſibi inuicem ſunt æqualia. 6
Et quæ eiuſdem ſunt dimidia, æqualia ſunt adinuicem. 7
Et quæ ſibi met ipſis congruunt, adinuicem æqualia ſunt. 8
Et totum, eſt ſua parte maius. 9
Et duæ rectæ Lineæ ſpatium non comprehendunt. 10

HAec ſunt ea, quæ iuxta omnium ſententiam indemonſtrabilia Pronuntiata vocantur, quatenus ab omnibus ſic ſe habere iudicãtur, & nemo contra hæc dubitat. Sæpenumero .n. & propoſitiones ſimpliciter Pronuntiata appellant, qualeſcunque fuerint, ſiue immediatę propriè ſint, ſiue aliqua etiam egeant Commonitione, & Stoici quidẽ omnem ſimplicem enuntiatricem Orationẽ, Pronuntiatum appellare conſueuerunt: cumq́ue dialecticas nobis Artes ſcribunt, de Pronuntiatis diſſerere dicunt. Accuratius autem quidam ab aliјs Propoſitionibus Pronuntiata diſtinguentes, immediatam, per ſeſeq́ue propter euidentiam fidem facientem propoſitionem, hoc nomine appellant. quemàdmodum etiam Ariſtoteles, ipſiq́ue Geometræ dicunt. idem enim eſt iuxta horum ſententiam Pronuntiatum, & communis

Cõm. 4.

Idẽ in 1. libro cap. 8.

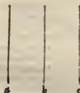
Ariſto. & Geometrarũ opinio: idẽ in lib. 1. cap. 8.

Dānatur Apolloni⁹ qui Pronū tiata de-mōstrauit idē superius i c. 1. huius lib. In demōstrabilia à demōstrabilibus natura differūt. & eorū sciē diuersę sunt idē Arist. 1. post. t. 5. & 6.

nis notio. Multum igitur abest vt nos Apollonium Geometram laudemus, qui Pronuntiatorum quoque (vt videtur) demonstrationes scripsit, quippe qui ex opposito Euclidi fertur. nam hic quidem & demonstrabile in Petitionibus enumerauit, ille verò indemonstrabilium quoque demonstrationes inuenire conatus est. Hæc autem natura ab inuicem differunt, scientiarumque genus diuersum est. earū inquam, quæ fiunt circa immediatas propositiones, quę omnino propter euidentiam in nostram cognitionem cadunt: & earum, quæ demonstrationibus vtuntur, quę principia ab illis accipiunt, cumque acceperint in proprijs conclusionibus decenter vtuntur. Quòd autem primi Pronuntiati demōstratio, quam Apollonius inuenisse sibi persuasit non magis cognitum conclusione Medium habet, imò etiam magis dubium, cognoscere quis poterit si & paululum in ipsam inspexerit.

Apollonii demō.

Sit enim (inquit) a æquale ipsi b, & b ęquale ipsi c, dico quòd etiam a ipsi c æquale est. Cùm enim a ipsi b æquale sit, eundem occupat locum, quē b. & quoniam b ipsi c ęquale est, eundem, quē & ipsum occupat locum. & a igitur eundē occupat locum, quem c. ęqualia igitur sunt. In his itaque duo præassumpsisse oportet. vnum quidem, quòd quæ eundem occupāt locum, sibi inuicem æqualia sunt: alterum verò, quòd quæ eundem, quem idem occupant locum, & adinuicem eundem occupant locum. Quòd autem hæc præsenti Pronuntiato obscuriora sint, manifestum est. quomodo enim quæ eundem explent locum æqualia sunt? secundum Totum, an secundum partem? vel secundum Rationis figurationem? Propterea non omnino admittendum est, ad locum transire, qui ijs, quę in loco sunt ignotior nobis est. difficilis enim, atq; ambigua est essentiæ ipsius inuentio. Ne igitur prolixa oratione vtamur, omnia Pronuntiata tanquā immediata, ac per se manifesta tradēda sunt, cùm per se nota & credibilia sint. qui enim ijs, quæ manifestissima sunt demonstrationem affert, non cōfirmat veritatem, quę de ipsis est: Sed minuit euidentiam, quam in indoctis prędnotionibus habemus. hoc autem de Pronuntiatis præaccipiendum est tanquam proprietatis ipsorum arbitrium. & quòd omnia communis Mathematicarum scientiarum generis sunt, & non solùm in Magnitudinibus vnumquodq; horum verificari dicitur, verùmetiam in Numeris, & Motibus, & Temporibus. hocque necessarium est. Aequale enim, atq; Inæquale: & Totum, atq; pars:




Pria Pronūtiatorū ꝓprietas. Secunda Pronūtiatorum ꝓprietas

& Magis, ac Minus discretis, continuisq́ue Quantitatibus communia sunt. Contemplatio igitur, quæ circa Tempora, & ea, quæ circa Motus, & quæ circa Numeros, & Magnitudines versatur, his omnibus tanquam euidentibus indiget. & in omnibus verum est tum illud, quod ait quæ eidem æqualia, & adinuicem æqualia esse: tum cæterorum Pronuntiatorum quodcunque à nobis sumptam fuerit. Communibus autem existentibus vnusquisq; secundum propriam materiam vtitur, quoad ipsa requirit, & alius quidem vt in Magnitudinibus, alius verò vt in Numeris, alius autem vt in Temporibus, ipsis insuper vtitur. & hoc modo propriæ in vnaquaque scientia conclusiones fiunt, licet etiam Pronuntiata communia fuerint. Præterea horũ etiam numerum neq; ad minimum contrahere oportet, vt facit Heron, qui tria tantùm posuit. Pronuntiatum .n. & illud est, Totum est sua parte maius, Geometraq́ue passim hoc in demonstrationibus assumit: necnon illud, Quæ sibi metipsis cõgruunt ęqualia sunt. etenim hoc statim in quarta Propositione ad Quæsitum prodest. neque etiã alia aliis adiungere, quorum alia quidem Geometricæ materiæ propria sunt, vt duas Rectas spatium nõ comprehendere, cùm Pronuntiata communis sint generis, vti diximus: alia verò, ea, quæ iam posita sunt consequuntur, vt illud, quod ait eiusdem duplicia, æqualia esse. hoc enim illud consequitur, quod ait si æqualibus æqualia addantur, tota æqualia esse. nam quæ Dimidio sunt æqualia, cùm ipsum Dimidium assumpserint, eiusdem duplicia quidem fiunt, & sibi inuicem ęqualia, propter ęquale additamentum. & iuxta hanc rationem non solùm duplicia, verùm etiam triplicia, eiusdemq́ue multiplicia omnia, æqualia apparebunt. His autem Pronuntiatis quędam etiam alia conscribi inquit Pappus, vt Si æqualibus inæqualia adiiciantur, totorum excessus, adiunctorum excessui æqualis est. & è contrario, Si inæqualibus ęqualia adiungantur, totorum excessus excessui eorũ, quæ à principio erant æqualis est. & sunt hæc quoque ex se se manifesta, ostenduntur tamen hoc modo. Sint æqualia a, b, adiiciãturq́ue ipsis inæqualia c, d, sit autem c maius d, ipso e, reliquum verò sit f. Quoniam igitur a ipsi b æquale est, necnon f ipsi d, a f ipsi b d ęquale erit. nam si æqualibus æqualia addantur, tota sunt æqualia. a c igitur ipsum b d ipso e tantùm superat, quo etiam c solum, ipsum d superabat. Rursus sint inæqualia c, d, adiunganturq́ue ipsis ęqualia a, b, & sit excessus ipsius c ad d, ipsum e, reliquum verò f. Quo-

Qũo ex cõmunib' principiis ꝓpriç fiãt conclusiones. idem superius cap. primo.

Herõ tria tm̃ Pronũtiata posuit.

Resecat sextum, & 7. & 10. Pronũtiatum.

Pronũtiata comunis sũt generis. idẽ superius. cap. 1.

Quædam alia Pronunciata quę à Pappo addun tur.

Demonstratio primi Pronũtiati à Pappo adiecti

Demõstratio secũdi.

niam igitur a æquale est ipsi b, & f ipsi d, a f ipsi b d erit equale. totum igitur a c, ipsum b d, ipso e tantùm excedit, quo etiam c, ipsum d excedebat. Hæc itaque, iā dicta Pronunciata consequuntur, & non immeritò in pluribus exēplaribus prætermittuntur. Quotcunq; autem alia hisce addit, per definitiones præassumpta fuere, illasqúe consequuntur. Verbi gratia, quòd omnes Plani, & rectæ Lineæ particulæ, sibi inuicem congruunt. quæ enim in Extremitatibus suis collocata sunt, huiuscemodi habent naturam. Et quòd Lineam quidem Signum, Superficiem autem Linea, Solidum verò Superficies diuidit. omnia enim ijs diuiduntur, quibus etiam proximè terminantur. Et quòd Infinitum in Magnitudinibus est, additione, atque diminutione, potentia autem vtrunque. nam omne continuum diuidi, augeriqúe in infinitum potest. Verum enimuero quoniam de his quoque summatim diximus, reliquū est vt ea, quæ principia consequuntur consideremus. hucusq; enim principia se extendunt. Eorum autem, qui aduersus Geometriam instant alij quidem quàm plurimi contra principia dubitàrunt, quippe qui † partes nullam habere subsistentiam ostendere conati sunt, quorum etiam rationes sunt diuulgatæ, aliorum quidē omnem quoque scientiam auferentium, ac veluti hostium germina ab aliena regione, fœcundaqúe Philosophia demolientium, quemadmodum Pyrrhoniorum Philosophorum: aliorum verò Geometrica tantùm principia subuertere sibi proponentium, vt Epicureorum. alij autem cùm principijs iam permisissent, non posse inquiunt ea, quæ principia consequuntur demonstrari, nisi quoddam etiam aliud ipsis concedatur, quod in principijs præacceptum non fuerit. hunc .n. contradicendi modum Zeno exercuit, qui Sidonius quidem patria, Epicureus autem Secta fuit, aduersus quem Posidonius etiā integrum scripsit librum, imbecillem totam ipsius opinionem ostendens. † Verum enimuero causę illę, quę de principijs ratione reddi poterāt modicè à nobis ex ijs, quæ antea explicata, in vnum coactæ, atque inter se coniunctæ sunt. Zenonis aūt infestum accessum paulò post considerabimus. Nunc verò cùm Theorematū, Problematumqúe sermonē & de differentia ipsorum, & de vtriusque partibus, & ijs, quæ in ipsis fiunt diuisionibus breuiter resumpserimus; ad expositionem eorum, quæ ab Elementorum institutore ostenduntur accedemus, pulchriora quidem eorum, quæ ab Antiquis in hisce scripta sunt decerpentes, infinitamqúe ipsorum sermonum prolixitatem contrahentes: ea verò,

Reliqua ex definitionib⁹ manifesta fiunt.

Eorū, qui cōtra Geometriam instant diuisio.

† Terminos.

Stoici, quorū opinionē vide in lib. secundo com. 1.

Pyrrhonii Philosophi.

Epicurei.

Zeno Sidonius.

Liber Posidonii aduersus Zenonem.

† Verum enimuero, qui de principiis diuersi inter se afferūt sermones, moderatè à nobis ex iis, q̄ pcedūt, absoluti sunt.

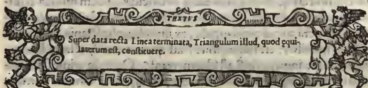
In comēt. sequenti.

Propositū Autoris ī sequētib⁹.

ro, quæ magis artificiosa sunt, & methodis scientiam parientibus plena tradentes, accurateq; rerum tractationi magis, quàm Casuum, Sumptionumqúe varietati incumbentes, ad quæ vt plurimùm iuuenes currentes videmus. Iuuenes ad Casuũ, Sumptionũq; varietatẽ libẽter currunt.

Finis Principiorum.

## PROPOSITIONES.




Super data recta Linea terminata, Triangulum illud, quod æquilaterum est, constituere. Propositio prima Problema primum.

QVum omnis scientia duplex sit, & alia quidem circa immediatas Propositiones versetur, alia verò circa ea, quę ex illis ostenduntur, & comparantur, & omnino circa ea, quæ principia consequuntur suam euoluat tractationem, hæc rursus in Geometricis sermonibus seipsam in Problematum quidem peractionem, Theorematumqúe inuẽtionem diuisit. & Problemata quidẽ appellauit ea, in quibus quæ quodammodò non sunt, comparare, manifestare, struereqúe proponit: Theoremata verò, in quibus id, quod existit, vel non existit, perspicere, cognoscere, ac demonstrare statuit. nam illa quidem Ortus, & Positiones, & Applicationes, & Descriptiones, & Inscriptiones, & Circunscriptiones, & Coaptationes, & Contactus, omniaqúe huiuscemodi aggredi iubent: hæc verò, Symptomata, & quæ Geometriæ subiectis per se insunt persuadere, demonstrationibusqúe conuincere enituntur. de quibuscunque .n. Quæsitum fieri possibile est, de ijs omnibus Geometriæ est sermo, alia quidem ad Problemata, alia verò ad Theoremata referentis. etenim ipsum [ quid est ] quærit, & hoc dupliciter. nam vel rationem, & intelligentiam quęrit: vel intelligentiam, & ipsam subiecti essentiam. dico autem, verbi gratia, cùm quærat, quæ sit similiũ partium Linea. hoc .n. quærens, vel huiuscemodi Lineę definitionem inuenire desiderat, quòd similium partium Linea est, quæ omnes partes omnibus congruentes habet: vel ipsas Linearum partium similium species suscipere, vtputa quòd aut Recta est, aut Circularis, aut circa Cylindrum Helix. Præterea ante hoc,

Com. 5. Sciẽtia duplex.

Differentia Problematum, et Theorematũ. idẽ in primo cap. huius Libri.

Munus Problematis.

Munus Theorematis.

De quib9 Geometriæ sit sermo.

Geometria q̃rit quatuor ea, quę q̃ri solent.

Geometria q̃rit ipsũ Quid est, dupliciter.

Quo Geometria quærat ipsum Si est, Quomodo, Quale quid est. Respondet Procl. contra Amphinomi, & Ari. sententiã, ex sententia Gemini. Argumentum.

ipsum [ si est ] per se ipsum quærit, & hoc maximè in Determinationibus, discutiens vtrum impossibile sit quod ab his quæritur, aut possibile: & quousque locum habet; & quot modis. Quinetiam ipsum [ quale quid est ] cùm enim per se accidentia Triangulo, & Circulo, & Parallelis consideret, manifestum est quòd ipsum [ quale est ] ibi quærit. At causam, & ipsum [ propter quid ] Geometriam minimè contemplari pluribus visum fuit. huiusce enim sententiæ est & Amphinomus Aristotele duce. Inueniet autem aliquis ( inquit Geminus) huius etiam inquisitionem in Geometria. quomodo enim Geometræ non est quærere qua de causa in Circulis quidem infinita Multiangula æquilatera inscribuntur, in Sphæris verò Multiangula solida æquilatera, atque æquiangula, ex similibusque Planis constructa infinita inscribere est impossibile? ad quem enim spectaret hoc inuestigare, ac inuenire nisi ad Geometram?

Quo, & quo propter quid Geometria quærat.

Quando igitur syllogismus Geometris per impossibile fuerit, Symptoma tantùm inuenire cupiunt: quando autem per præcipuam demonstrationem, tunc rursus si quidem in particulari demonstrationes fiant, causa nondum manifesta est; si verò in vniuersali, in omnibusque similibus, continuò & ipsum [ propter quid ] manifestum fit.

Epilogus.

Verùm de Quæsitis quidē hæc sufficiant. Omne autem Problema, omneque Theorema, quod perfectis suis completum est partibus, hæc omnia in se habere debet: Propositionem, Expositionem, Determinationem, Constructionē, Demonstrationem, & Conclusionem.

Problematum, atque Theorematũ partes.

Propositionis officium.

Horum autem Propositio quidem inquit quo existente Dato, quid Quæsitum sit. perfecta enim Propositio ex vtrisque constat.

Expositionis officium.

Expositio verò ipsum per se se Datū excipiens, Quæstioni præparat. Determinatio autem, seorsum Quæsitum quod quid est explanat.

Constructionis officium.

Constructio verò, ea, quæ Dato desunt ad Quæsiti venationem, adijcit.

Demõstrationis officium.

Demonstratio autem, peritè ex concessis colligit propositum.

Cõclusionis officiũ

Epilogus verò, siue Conclusio, rursus ad Propositionem conuertitur confirmando id, quod ostensum est. & omnes quidem Problematum, Theorematumque partes tot sunt:

Tres partes sũt maximè necessariæ, quæ semp esse debent tũ in Problematib⁹, tũ in Theorematibus, Proposi-

maximè autem necessariæ, & in omnibus existentes, Propositio, Demonstratio, & Conclusio. nam oportet & Quæsitum præcognoscere, & Medijs hoc ostendere, quodque ostensum est concludere, harumque trium vt aliqua desit fieri non potest. reliquæ verò multis quidem in locis accipiuntur, in multis autem nullam afferentes vtilitatem, omittuntur. Determinatio enim, & Expositio non sunt in illo Problemate, quod ait, Aequicrus Triangulum constituere, quod habeat vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui du-

plum.

plum. Constructio autem in pluribus frequenter Theorematibus nō est, † Expositione sufficiente existenti absque alia additione ex datis propositum ostendere. Quando igitur deficere Expositionem dicimus? Cùm in Propositione nullum fuerit Datum. Quod si Propositio vt plurimùm in Datum, & Quæsitum diuisa fuit, non tamen id semper fit; verùm aliquando solum Quæsitum dicit, quod oportet cognoscere, vel efficere, vt in iam dicto Problemate. non enim prædicit quo dato oportet constituere Triangulum Aequicrus, quod habeat vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui duplum: sed quòd opus est hoc comparare. Et fit quidem hîc etiam ex præcognitis propositi acceptio. etenim quid Aequicrus, & quid Aequale, vel Duplum cognoscimus (hoc autem omni cogitanti disciplinæ proprium inquit Aristoteles) nihil tamen nobis subijcitur, quemadmodum in alijs Problematibus, vt quando dicit, datam rectam Lineam terminatam bifariam secare. hîc enim recta Linea data est, iubemur autem ipsam bifariam diuidere. & determinatū est quid Datum quidem seorsum, quid verò Quæsitum sit. Cùm igitur vtrunque Propositio habuerit, tunc & Determinatio, & Expositio inuenitur: cùm autem Datum deficit, hæc quoque deficiunt. siquidem Expositio, atque Determinatio, Dati est. eadem enim erit cum Propositione. nam quid aliud dices determinans in iam dicto Problemate, nisi quòd huiuscemodi Aequicrus inuenire oportet? tale autem erat Propositio. Si igitur hoc quidem Datum, hoc verò Quæsitum Propositio non habuerit, Expositio quidem tacetur, eò quòd Datum, non est: Determinatio autem prætermittitur, ne eadem cum Propositione fiat. Plura autem alia quoque huiuscemodi Problemata reperies, & maximè in Arithmeticis, & in decimo libro, vt duas rectas Lineas potentia commensurabiles, Medium comprehendentes inuenire, & omnia, quæ id genus sunt. Omne autem Datum quatuor his modis dari potest, vel Positione, vel Ratione, vel Magnitudine, vel Forma. nam Signum quidem Positione tantùm datur, Linea autem, & alia, omnibus. cúm enim dicimus datum Angulum rectilineum bifariam secare, speciem Anguli quæ data est dicimus, quòd scilicet rectilinea, ne ijsdem methodis curuilineum etiam bifariam secare quæramus. Cùm verò, quòd duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiore minori æqualem abscindere, Magnitudine datæ sunt. Maius enim, & Minus: Finitum, & Infinitum, propriæ Magnitudinis Prædicationes sunt. Cùm autē dicimus, quòd si quatuor Magnitudines proportionales fuerint, permutatim quoque proportionales erunt, eadem

ratio

tio Demōstratio, & conclusio.

Propositio decima Quarti Elementorum.

Quando constructio deficiat.

† Demōne

Prio post, tex. 4.

Qū Determinatio, & Expositio deficiat & quado non.

Expositio, atque Determinatio Dati est.

Propō 29 Decimi Elem.

Documētum.

ratio in quatuor Magnitudinibus data est. Cùm verò in dato Signo datæ rectæ Lineæ æquam rectam Lineam ponere oportet, tunc Signum Positione datum est. Vnde etiam cùm Positio varia esse possit, Constructio quoq; varietatem suscipit. datum est enim Signum, vel extra Rectam, vel in Recta & in extremitate Rectæ, vel inter ipsius Extrema. Cùm igitur quadrupliciter Datum accipiatur, manifestum est quòd Expositio quoq; quadrupliciter fit. At quandoque duos etiam, atque tres modos connectit. Illam autem, quæ Demonstratio dicitur, quandoque quidem propria Demonstrationi habentem inueniemus, ex Definitionibus Medijs Quęsitum ostendentem. hæc.n. Demonstrationis perfectio est: quandoq; verò ex certis Notis arguentem. Et oportet non latere. vbiq;.n. Geometrici sermones propter subiectam materiam Necessarium habent, non vbique autem demonstrantibus methodis perficiuntur. quando.n. eò quòd extrinsecus Triãguli Angulus duobus intrinsecis, & ex opposito existentibus æqualis est, tres intrinsecos duobus rectis æquales habere Triangulum ostenditur, quomodo à causa est demonstratio hæc? quomodo enim Medium certum signum non est? etenim nondum externo existente Angulo, cùm interni existant, duobus rectis æquales sunt. est siquidem Triangulum, Latere etiam non producto. Quando autem per descriptionem Circulorum, quod constitutũ est Triangulum, æquilaterum esse ostenditur, à causa apprehensio fit. similitudinem enim, & æqualitatem Circulorum Trianguli iuxta Latera æqualitatis causam esse dicemus. Quin etiam Conclusionem duplicem quodammodo facere consueuere. cùm enim vt in Dato ostẽderint, vt vniuersaliter quoque concludunt, à particulari conclusione ad vniuersalem recurrentes. nam cùm subiectorum proprietate non vtantur, sed ante oculos Datum ponentes, Angulum, vel rectam Lineam describant, quod in hac concluditur, idem in omni etiam simili conclusum esse existimant. Ad vniuersale igitur trãscendunt ne particularem esse Conclusionem arbitremur. transcendunt autem ratione optima, siquidem positis non quatenus hæc, sed quatenus alijs similia sunt, ad demonstrationem vtuntur. non enim quatenus tantus propositus Angulus est, eatenus bipartitam faciunt sectionem, sed quatenus rectilineus tantùm. Est autem Quantitas quidem proposito Angulo propria: Rectilineum verò, omnibus rectilineis commune. sit enim datus Angulus, ille, qui est Rectus. si igitur Rectitudinẽ in demonstratione acciperem, in omnem Rectilinei speciem transcẽdere minimè possem. Si autem Rectitudinem quidẽ ipsius non subiungo,

Quadrupliciter Datũ accipitur. & ideo Expõ quoq; quadrupliciter fit.

Demõstratio Geometrica duplex & Perfectio Demõnis.

Cõclusio Geometrica duplex est.

iungo, Rectilineum autem solum cõsidero, similiter sermo omnibus etiam rectilineis Angulis congruet. hæc autem omnia, quæ prædiximus, in hoc primo Problemate contemplabimur. Nam quòd Problema quidem sit patet. imponit enim nobis Trianguli æquilateri ortum machinari. Quæ autem in hoc est Propositio, ex Dato quidẽ, & Quæsito constat. nam data quidẽ est recta Linea terminata, quæritur autem quo nam pacto in ipsa æquilaterum Triangulum constitueretur. & præcedit quidem Datum, sequitur autem Quæsitum, vt coniunctum etiam contexere possis, Si est recta Linea terminata, fieri potest vt Triangulum ęquilaterum in ipsa constituatur. neque enim recta Linea non existente, Triangulum constitueretur, nam à rectis comprehenditur Lineis: neque non terminata, Angulus enim fieri non potest, nisi in vno fiat Signo, infinitæ autem Extremum Signum non est. Post Propositionẽ autem sequitur Expositio, Sit data recta Linea terminata, hęcce. & vides quòd ipsum Datum solum ait Expositio, Quæsitum minimè subiungens. Post hanc autem Determinatio, Oportet quidẽ in data recta Linea terminata Triangulum æquilaternm constituere. & quodammodo Determinatio attentionis est causa. attentiores enim ad Demõstrationem nos efficit, Quęsitum pronuntiando, quemadmodum Expositio dociliores agit, Datum ante oculos ponendo. Post Determinationem autem Constructio sequitur, Centro quidem altero Extremorum rectæ Lineæ, interuallo autem reliquo, Circulus describatur. rursusque Centro quidem reliquo, interuallo autem eo, quod prius Centrum erat, Circulus describatur, & à communi sectionis Circulorum Signo ad rectæ Lineæ Extrema, Linęę rectę continuentur. & vides quòd in Constructione Petitionibus vtor. hac quidem, Ab omni Signo ad omne Signum rectam Lineam ducere. & hac, Omni Centro & Interuallo Circulum describere. vniuersaliter enim Petitiones quidẽ Constructionibus, Pronuntiata verò, Demõstrationibus vtilitatem afferunt. Sequitur itaque Demonstratio, quoniam vtrunlibet Signum eorum, quæ in data recta sunt Linea Circuli ipsum ambientis Centrum est, recta Linea, quæ cõmunem attingit sectionem, datæ rectæ Lineæ æqualis est. Propterea sanè quoniam etiam reliquum Signum eorũ, quæ in data sunt recta Circuli ipsum continentis Centrum est, cõmunem Circulorum sectionem attingens recta Linea, datæ rectæ Linęę æqualis est. & horum cõmonitio à Circuli definitionè fit, quæ omnes à Centro ad Circunferentiam æquales esse dicebat. Vtraq; igitur, eidem æqualis est. Quæ aũt eidem ęqualia, & inter se sunt ęqualia,

Primi Euclidis Problematis propositio.

Nota quo omne Problema in Theorema reduci potest.

Primi Eucl. prob. Expositio. Determinatio.

Constructio.

In cõstructione Petitiõibus, in demõne aũt pronuntiatis Geometrę vtuntur.

Demõ.

lia, per primum Pronuntiatum. Tres igitur rectę Lineæ inter se sunt æquales. Super hac itaque recta Linea æquilaterum Triangulum constitutum est. hæc quidem est prima Conclusio, quæ Expositionem consequitur. Post hanc autem est ipsa vniuersalis, Super data igitur recta Linea Triangulum ęquilaterum constitutum est. siue.n. duplam eius, quæ nunc proposita est datam feceris, eædem Constructiones, ac Demonstrationes congruunt: siue triplam: siue aliam quomodocunque maiorē, vel minorem ipsa acceperis. His autem adiunxit particulam [ quod fecisse oportuit ] Conclusionem Problematicā esse ostendens. etenim in Theorematibus adiungit particulā [ quod ostendisse oportuit ] nam illa quidem alicuius facturam, hæc verò eius, quod est ostensionem, inuentionemque enuntiat. Omnino itaque hæc quidē Conclusionibus subdit, ostendens quòd omnia Propositionis facta sunt, & principio finem coniungens, & conuolutam quidē Mentem, rursusque ad principium reuertentem imitans. Non idē autē semper adiungit, sed aliquando quidē particulā [ quod fecisse oportuit ] aliquando verò, particulam [ quod oportuit ostendisse ] propter Problematum à Theorematibus discrepantiam. Nos itaque in vno hoc primo Problemate omnia hęc exercuimus, & perspicua fecimus. Oportet autē eos, qui audiunt in reliquis etiam hæc quærere. quæ quidem horū capitum accipiuntur, quę verò omittuntur. & quot modis Datum, datum est. & ex quibus principijs vel Constructiones, vel Demonstrationes accipimus. horum .n. perspicax contemplatio, non paruam exercitationem, Geometricorumque sermonum meditationē affert. Verūenimuero quoniā hæc quoque determinata sunt, agē de ijs etiam, quæ his annexa sunt breuiter disseramus, quid Sumptio, quid Casus, quid Corollarium, quid Instantia, quid'ue Inductio. Sumptionem itaq; de omni etiā Propositione, quę in alius Propositionis Constructione sumitur sæpenumero prędicari dicūt, ex tot Sumptionibus demonstrationē ipsius factā esse dicentes. Propriè autem apud eos, qui in Geometria versantur Sumptio, est Propositio fide indigens. cùm enim vel in Constructione, vel in Demonstratione aliquid sumimus eorum, quæ ostensa non sunt, sed ratione indigent, tunc id, quod sumptum est, veluti per se ambiguū inquisitione dignum esse arbitrati, Sumptionem ipsum appellamus, à Petitione, & Pronuntiato differentem quatenus demonstrabilis existit, cùm illa absq; Demonstratione ad aliorum fidem faciendā persumantur. In Sumptionum autem inuentione optimum quidē est, Cogitationis ad hoc aptitudo. multos enim inest videre acutos in so-

Prima cōclusio primi probl. Elemē. Secunda cōclusio

Particularū Quod fecisse, & Quod demōstrasse oportuit pulchra cōsiderō.

Epilogus.

Sumptio quid.

lutio-

lutionibus, nullisqúe methodis hoc facientes, quemadmodum & Cratistus noster, qui idoneus quidem erat ad venandum Quæsitum ex primis, & breuibus quoad fieri poterat: vsus autem fuit natura ad inuentionem. Traduntur tamen methodi optima quidem illa, quæ per Resolutionem ad exploratum principium reducit Quæsitum. quam & Plato (vt aiunt) Leodamanti tradidit, ex qua ille quoque multorum in Geometria inuentor factus fuisse fertur. Secunda autẽ, illa, quæ diuidendi vim habet, quippe quæ in articulos quidem genus propositum diuidit: occasionem verò, per aliorum ablationẽ à propositi Constructione, Demonstrationi præbet. quam etiam Plato laudibus extulit, tanquam eam, quæ scientijs omnibus fit adiutrix. Tertia verò, quæ per deductionem ad impossibile, non id, quod quęritur per se ostendit, sed oppositum confutat, & per accidens veritatem reperit. & Sumptio quidem hanc habet contemplationem. Casus autem, diuersos Constructionis modos, positionisqúe mutationẽ enuntiat, Signis, vel Lineis, vel Superficiebus, vel Solidis transpositis. & prorsus omnis ipsius varietas circa descriptionem aspicitur. Quapropter Casus quoque vocatur, eò quòd Constructionis transpositio est. Corollarium verò, dicitur quidem & de quibusdã Problematibus, vt Corollaria, quæ Euclidi ascripta sunt. Dicitur autem propriè Corrollarium, cùm ex ijs, quæ demonstrata sunt quoddam aliud Theorema apparuerit, nobis minimè proponentibus, quod ẽt propterea Corollarium vocarunt, tanquam lucrum quoddam, quod sit præter gignentis scientiam Demonstrationis propositum. Instantia autem, totam orationis impedit viam vel Constructioni, vel Demonstrationi occurrens. & non est necesse, quẽadmodum eum, qui Casum proponit, Propositionem veram ostendere, ita etiam eum, qui Instantiam: sed opus est Instantiam destruere, vtentemqúe ipsa mendacem ostendere. Inductio verò, est transitus ab alio Problemate, vel Theoremate ad aliud, quo cognito, aut comparato, Propositũ quoque perspicuum est. Exempli causa, quẽadmodum eùm & Cubi duplicatio quæsita esset, quæstionem in aliud transtulere, cui hoc cõsequens est, duarum nempe Mediarum inuentionem, & quærebant deinceps, quonam pacto datis duabus rectis Lineis, duæ mediæ proportionales reperirentur. Primũ autem dicunt Hippocratem Chium prædictorum Titulorum Inductionem fecisse, qui & Lunulæ Quadrangulum fecit æquale, & alia multa in Geometria inuenit, & circa Titulos omnibus ingenio præualuit. hæc etiam de his. Ad propositum autem Problema redeamus. Quòd igitur æquilaterum quidem

Cratistus.

Methodi tres, quę à Plat. traduntur.

Casus q̃d.

Corollariũ quid.

Vide Varronẽ i lib. de lingua Latina.

Instantia quid.

Inductio quid

Nota inductiõis Geometricæ, cũ iductione Logica similitudinem.

Hippocrates primus fuit inductiõis Geometricę inuentor.

Digressio.

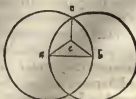
Triangulũ Aequilaterũ omniũ Triangulorũ optimũ est, assimilaturq; circulo. Duorũ circulorũ Aequilaterũ Triangulũ comprehẽdentiũ cõtemplatio † Intelligẽtias. Vide Platonem in Pędro,& Proclũ in Timęo pagi. 123.

Triangulum inter Triangula optimũ sit, & Circulo maximè cognatum omnes à Centro ad Circunferentiam æquales, vnamque simplicem Lineam extrinsecus ipsum terminantem habenti nemo est, cui non sit manifestum. Videtur autem duorum Circulorum comprehensio, horumque ex parte vtriusque (non enim in toto vtroq; descriptum est, sed in illa parte, quæ ex vtriusq; partibus constat) ostẽdere in Imaginibus quomodo ea etiã, quæ à principijs egressa sunt, perfectionem, & identitatem, & æqualitatem ab illis suscipiunt. nam hoc modo & quæ in directum mouentur, Circulo quoque Circunuoluuntur, propter continuã generationẽ: & Animę ipsę cùm † motus trãsientes habeant, per restitutiones, & circunuolutiones non trãsientem Mentis actionem affingunt. Dicitur autẽ & à duabus Mentibus viuificans Animarum fons contineri. Si igitur Circulus quidem essentiæ Mentis imago est, Triangulum verò, primæ Animæ, propter ęqualitatem, & similitudinem Angulorum, & Laterum, iurè sanè & hoc per Circulos cùm mediũ in ipsis includatur Aequilaterum ostensum fuerit, Si autem & omnis Anima à Mente progreditur, & ad mentem regreditur, & Mente dupliciter participat, hąc quoque ratione consentaneum quidem erit, Triangulum cùm triplicis Animarum substantię Nota sit, à duobus Circulis comprehensum, ortum suscipere. Verum enimuero hæc quidem tanquam ab Imaginibus rerum naturam nobis in memoriam reducant. Quoniã autem quidã aduersus æquilateri Trianguli constitutionem instarunt totam refellere Geometriã putantes, breuiter his quoq; occurremus. Inquit itaq; Zeno ille, cuius etiam superius mẽtionẽ feci, quòd & si quis principijs Geometrarum permiserit, non tamen ea, quæ principia consequũtur cõmuni compararet consensu hoc ipsis non concesso, quòd duarum rectarum Linearum eadem Segmenta non sunt. nisi .n. hoc datum esset, † æquilaterum Triangulum minimè constitueretur. Sit enim (inquit) recta Linea a b, super qua constituendum est æquilaterũ Triãgulum. Describantur autem Circuli, & à cõmuni ipsorum sectione protẽdantur rectę Lineæ c e a, c e b cõmune habentes c e Segmentum. Accidit igitur Lineas quidem à cõmuni sectione protensas, Lineæ a b datæ ęquales esse, non autem Trianguli quoque Latera esse æqualia, verùm duo reliquo minora, nempe ipso

Epilogus.

Zenonis infestus accessus, & eius fundamenta.

† Triangulum nõ ostẽderet ęquilaterũ. Sit .n.

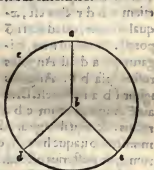


ipso a b. Hoc autem non constituto, neque etiam reliqua constituetur. Nunquid igitur (ait Zeno) principijs etiam datis reliqua minimè consequuntur, nisi hoc quoque præacceptum esset, neq; Circunferentiarum, neque rectarum Linearum communia esse Segmenta? Aduersus hæc porrò dicendum, primùm quidē quòd hoc quodammodo in principijs præacceptum fuit, duarum nēpe Rectarum non esse cōmune Segmentum: etenim Rectæ definitio hoc comprehendebat, siquidem Recta est, quæ ex æquo inter sua collocata est Signa. hoc .n. æquale esse Signorum interuallum ipsi Rectæ, eam, quæ ipsa Signa coniungit, vnā, breuissimamque efficit, ita vt si quis ipsam secundum partem alteri adaptet, secundum reliquam quoque partē ipsi congruat. cùm .n. in extremitatibus suis sit constituta, eò quòd breuissima est tetam in totam cadere necesse erit. Deinde quòd etiam in Petitionibus hoc manifestè acceptum fuit. illa .n. Petitio, quæ ait: [& rectam Lineam terminatam in directum producere] perspicuè ostendit, quòd ea, quę producitur, vna esse debet, vnoqúe motu produci. Si libet autem & tanquam Sumptionis Demonstrationē huius accipere, sit si fieri potest a b, ipsius a c, & ipsius a d cōmune Segmentum. & Centro quidem b, interuallo autem b d, Circulus describatur a c d. Quoniā igitur recta Linea a b c per Centrum est ducta, Semicirculus est ipse a e c. & quoniā recta Linea a b d per Centrū est protracta, Semicirculus est ipse a e d. Aequales igitur sibi inuicem sunt Semicirculi a e c, a e d, quod fieri non potest. Aduersus autem hanc Demonstrationem dicet forsan Zeno; quòd hoc quoque, Dimetientem ipsam Circulum bifariam secare demonstratum est, quoniam nos præaccepimus duarum Circunferentiarum non esse cōmune Segmentum. sic .n. accipiebamus alteram Circunferentiarum alteri congruere, vel si non congrueret, aut extrà, aut intrà cadere. Nihil autem obstat (ait ille) non totam toti congruere, verùm secundum aliquam partem. donec autem non demonstretur Dimetientem bifariam Circulū dispescere, neque etiam propositum ostendetur. His etiam Posidonius rectè occurrit, quippe qui acutum Epicurum irrisit tanquā conscium quòd licet secundum partē Circunferentiæ non congruant, Demonstratio

Respōsio cōtra Zenonem.

Alia Responsio.

Secūda Petitio.

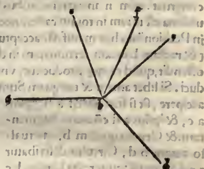



Demōstratio contra Zenonē.

Argumentum Zenonis cōtra Demōnē.

Posidonij Respōsio.

ſtratio tamen bene ſuccedit. nam iuxta illam partem, in qua non cõgruunt, altera quidem intrà: altera verò extra erit, eademque abſurda ſequentur, Recta à Centro ad externam Circunferentiam protracta. æquales .n. erunt quę à Centro ſunt; tum maior, quę ad Circunferentiam externam: tum minor, quæ ad internam. Aut igitur tota toti congruet, æqualesque ſunt: aut ſecundum partẽ congruens, ſecundum reliquam viciſſim variat: aut nulla ipſius pars, nulli alterius parti congruit. & ſi hoc fuerit, vel extrà cadit, vel intrà. hæc autem omnia conſimiliter redarguuntur. Verùm de his hęc ſufficiant. Zeno autem aliam Demonſtrationẽ adſcribit huiuſcemodi, cui etiã obtrectare conatur. Sit .n. duarum Rectarum a c, a d, cõmunę Segmentum ipſa a b. & excitetur ipſi a c ad Angulos rectos ipſa b e. Angulus igitur e b c rectus eſt. Si itaque Angulus etiam e b d rectus eſt, æquales erunt, quod fieri nõ poteſt. Si autem non, erigatur ipſi a d ad Angulos rectos ipſa b f. Angulus igitur f b a rectus eſt. Erat autẽ Angulus etiam e b a rectus. & æquales igitur adinuicem ſunt, quod fieri non poteſt. Demonſtratio itaque hæc eſt, quã Zeno obtrectauit, veluti aliquid eorum, quæ poſterius oſtendenda ſunt aſſumentem. à dato nempe Signo, datæ Rectæ Rectam ad Angulos rectos excitare. Poſidonius autem nuſquam quidem in Elementaribus Inſtitutionibus huiuſcemodi Demonſtrationem ferri inquit, verùm Zenonem ſuos Geometras veluti flagitioſa Demonſtratione vtentes calumniari; eſſe autem aliquam rationem pro hac etiam dicendam. Siquidem eſt etiã quædam prorſus vtrique Rectarum ad Angulos rectos. quæcunque enim duæ Rectæ rectum Angulum facere poſſunt, hocque præaſſumpſimus rectum Angulum definientes. tali enim inclinatione ſolum rectum Angulum conſtituimus. Sit autem fortaſſe hæc, quam erexi mus. ſiquidem ipſe etiam Epicurus, omneſque alij Philoſophi multa quidem eorum, quæ fieri poſſunt, multa autem impoſsibilis quoque materiæ, ad conſequentis contemplationem ſupponere concedunt,



Alia Demõſtratio quam dãnat Zeno.

Poſidonii cõtra Zenonem reſpõſio.
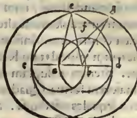
Epicurus.

Toti-

Totidem de æquilatero Triangulo dicta sint. Oportet autem reliqua etiam Triangula constituere, & primum Aequicrus. Sit igitur Linea recta a b, super qua oportet Aequicrus constituere. & describantur Circuli, vt in Aequilatero. & producatur ex vtraque parte Linea a b, ad c d Signa. c b igitur, ipsi a d æqualis est. Centro itaque b, Interuallo autē c b, Circulus c e describatur, Rursusque Centro quidem a, Interuallo verò d a, Circulus d e designetur, & à Signo e, in quo Circuli se inuicē intersecant ad a b Signa rectæ Lineæ e a, e b protendantur. Quoniam igitur ea quidem ipsi a d, e b verò ipsi b c æqualis est, æqualis autem est a d ipsi b c, e a quoque ipsi e b æqualis erit. Verùm maiores etiam sunt ipsa a b. Aequicrus igitur est Triangulum a b e, quod fecisse oportuit. At porrò iussum sit Scalenū constituere Triangulum super data Recta a b. & describantur Circuli Centris, & Interuallis, vt in prioribus. & sumatur in Circunferentia Circuli a Centrum habentis, Signum f, & protendatur recta Linea a f, producaturque ad g Signum, protendatur autem recta Linea g b. Quoniam igitur a Centrum est, a f ipsi a d æqualis est. Maior igitur est a g, ipsa a d, hoc est ipsa g b. Centrum autē est & ipsum b, æqualis ergo est g b, ipsi c b. Maior est igitur g b, ipsa b a. At g a maior est, ipsa g b. Tres igitur g b, b a, a g inæquales sunt. Scalenū ergo Triangulum est. Tria itaque Triangula sunt constituta. At hæc quidem diuulgata sunt. Hoc verò in his pulchrum est, quod Aequilaterum quidem vndequaque æquale existens, vnico modo constituitur. Aequicrus autem in duobus tantùm Lateribus æqualitatem habens, dupliciter constituitur. data .n. recta Linea vel ambabus æqualibus minor est, quemadmodum nos fecimus: vel ambabus maior. Scalenum verò vndique inæquale existens, tripliciter constituitur. nam data recta Linea vel maxima trium est, vel minima, vel altera quidem maior, altera verò minor. & licet vtranque suppositionem vel protendenti, vel contrahenti exercere, nobis autē quæ sunt exposita sufficiant. Vniuersaliter verò contemplabimur, quòd Problematū alia quidem simpliciter, alia autem multipliciter, alia verò infinitis modis fiunt. Vocantur autem (vt inquit Amphinomus) illa quidem, quæ simpliciter construuntur, ordinata: illa autem, quæ multipliciter, se-

Finis Digressionis

Reliquorū Triangulorum constitutio.




Documētum.

Problematū vniuersalis Diuisio.

Amphinomus.



cun-

cundumque numerum construuntur, Media: illa verò, quæ infinitis modis variant, Inordinata. Quomodo igitur Simpliciter, vel multipliciter Problemata quidem construerentur, in iam dictis Triangulis fit manifestum. nam Aequilaterum quidem, simpliciter: reliquorum autem duorum alterum quidem dupliciter, alterũ verò tripliciter constituitur. Infinitis autem modis huiuscemodi Problemata fierent, nempe datam Rectam in tres partes proportionales dispescere. Si enim in duplam rationem secta esset, & quod à minori fit, ad maiorem forma Quadrangula deficiens applicatum fuerit, in tres partes æquales erit diuisa. Si verò maius Segmentũ, minore maius quàm duplum esset, vtpute triplum, ad maiusque ei, quod à minori fit æquale quadrangula forma deficiens applicatum esset, in tres inæquales proportionales partes diuisa erit. Quoniam igitur infinitis modis in duas partes secari posset, quarũ maior vel dupla est, vel tripla (multiplex. n. ratio in infinitum procedit) infinitis modis in tres quoque proportionales partes secabitur. Scire autẽ oportet quòd multipliciter etiam Problema dicitur. etenim omne quod proponitur, Problema appellatur, siue discendi, siue faciendi gratia proponatur. Propriè autem in Mathematicis disciplinis Problema vocatur, quod ad contemplantẽ operationem proponitur. quod nanque in his fit, finem contemplationem habet. & sæpenumero quidem eorum etiam, quæ fieri non possunt, quædã Problemata vocant. Magis propriè autem id, quod fieri potest, & Excedens non est, neque Deficiens hoc sortitũ est nomen. Est autẽ Excedens quidem, quod ait huiuscemodi Triangulum Aequilaterum constituere, quod habeat Angulum verticalem duarum Tertiarum Recti: hoc. n. superuacaneũ est, frustraque adiicitur. nam omni Aequilatero Triangulo inest. Eorum autem, quæ excedunt, quæcunque quidem incongruentibus, non existentibusque Symptomatibus redundant, Imposibilia hæc appellant: quæcunque verò his, quæ accidere possunt, Maiora Problemata hæc nuncupant. Deficiens autem Problema est, quod Minus etiã quàm Problema vocatur, illud, quod additione alia indiget, vt ab indeterminatione, in ordinẽ, Scientiam que parientẽ Terminũ reducatur. Veluti siquis dicat Triangulum Aequicrus constituere. mutilũ enim hoc est, atque indeterminatum, egetque aliquo, qui subiungat, quale Aequicrus, vtrum illud, quod Basim maiorem: an illud, quod minorem vtroque æqualium Laterũ habet. necnon vtrum illud, quod verticalem Angulũ vtriusque eorum, qui ad Basim sunt duplũ habet, vt Semiquadrangulum: an illud, quod vtrumque eorum, qui ad Basim

Problema multipliciter dici.

Problema Geometricum.

Excedens Problema quid.

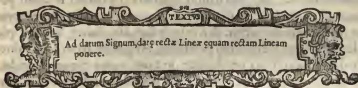
Imposibile Problema quid. Maius Problema q.d. Deficiens Problema quid.

sim sunt Angulorum eius, qui ad verticem est duplũ habet: vel quod secundum quãdam aliam rationem hosce habet Angulos, Triplam scilicet, vel Quadruplam. fieri .n. potest vt infinitis variet modis. Ex his itaque manifestum est, quòd ea, quæ propriè Problemata appellantur, indeterminationem effugere debent, & nõ esse ex eorum numero, quæ infinitis modis fiunt. Problemata tamen & illa dicuntur per Problematis æquiuocationem. Primum igitur Elementorum Problema, hunc in modum cæteris præstat. quoniam neque Excedens, neque Deficiens, neque Indeterminatum est, neque multipliciter, vel infinitis modis cõstruitur. tale .n. esse oportuit, quod est aliorum Elementum futurum.

*Hoc ꝓponitur ĩ Propõne 10. quarti Elemẽt.*

*Quale dẽt esse pfectũ Problema quod & ꝓpriè problema dicitur.*

*Primũ problema primi Elem. cęteris ꝓblematibus prẹstat.*




*Propositio secunda. Problema secũdum.*

PRoblematum quemadmodum & Theorematum alia quidẽ sunt sine Casu, alia verò multos habent Casus. Quæcunq; igitur eandem habent vim pluribus descriptionibus aduenientem, Positionesqúe mutantia eundem Demonstrationis seruant modũ, hæc Casum habere dicuntur: quæcunque verò iuxta vnam tantùm Positionem, vnamqúe Constructionem procedunt, sine Casu hæc sunt. simpliciter .n. Casus ipse circa Constructionem & Theorematum, & Problematum apparet. Secundum itaq; Problema multos habet Casus. Datum autem est in ipso Signum quidem, Positione, siquidem hoc tantùm modo dari potest: recta Linea verò, & forma (non .n. simpliciter Linea est, sed talis) & Positione. quæritur siquidem huicce rectæ Lineæ, ad datum Signum ęquam rectam Lineam ponere, vbicunque hoc positum fuerit. Manifestum est autem, quòd omnino in subiecto Plano Signum est, in quo etiam recta Linea, & non in sublimiori. omnibus .n. Planorum Problematibus, atque Theorematibus, vnum subijci Planum existimandum est. Si quis autem dubitet quomodo datæ rectæ Lineæ æqualem ponere iubet, quid .n. si infinita data est? præsens nanque Datum ad finitam, ad infinitamqúe pertinet. siquidem omne, quod inquisitionis gratia propositum nobis

*Cõm. 6.*

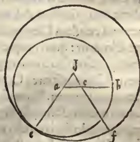
*Casus in Constructione est.*

*Documẽtum*

*Dub.*

*In precedẽti Prob.*

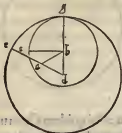
bis est, atque suppositum significat. declarat autem & ipse, aliquando quidem dicens, Super data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum constituere: aliquando verò, Super datam rectam Lineam infinitam, Perpendicularem deducere. Siquis itaque hoc modo dubitet, dicendum quòd cùm eam, quæ datæ est æqualis ad datum Signum ponere adhortatus esset, quomodo hinc manifestum tibi nõ fecit quòd data, finita est? prorsus enim omnis, quæ est ad Signum ponenda, secundum ipsum Signum terminata est. Quamobrem multò prius illa terminata est, quæ ei, quæ ponitur, æqualis existit. Simul igitur ad datum Signum dixit, & vtranque rectam Lineam tum datam, tum eam, quam ipsi ponit æqualem terminauit. Quòd autem præsentis Problematis Casus à varia Signi Positione fiunt, manifestum est. aut enim datum Signum extra datam Rectam positum est, aut in ipsa. & si in ipsa, aut Extremorum eius alterum erit: aut inter Extrema iacebit. & si extra ipsam, aut à latere, ita vt ab ipso ad rectæ Lineæ Extremum protracta, Angulum faciat: aut è directo datæ, ita vt si ipsa producatur, in extrà posito Signo coincidat. At Geometra quidem Signum, extrà positum, & à Latere suscepit. Exercitationis autem gratia, omnes Positiones sunt assumendæ, quarum difficiliorem nos exponemus. Sit enim data recta Linea a b, Signumqúe datum c, quod in ipsa iaceat inter Extrema, & fiat iuxta Elementi doctrinam Triangulum æquilaterum super recta Linea c a, quod sit d c a. & producantur d c, d a. & Centro quidem a, Interuallo autem a b, Circulus b e describatur. Rursusqúe Centro quidem d, Interuallo verò d e, Circulus e f designetur. Quoniam itaque a, Centrum est, b a, ipsi a e æqualis est. & propterea æqualis est d e, ipsi d f. quarum d c, ipsi d a æqualis est. Triangulum enim d a c, æquilaterum positum fuit. reliqua igitur a e, ipsi c f æqualis est. Erat autem a e, ipsi a b æqualis, vt ostensum est, & c f igitur ipsi a b æqualis est. Ad datum ergo Signum c, æqualis c f, ipsi a b posita est. Quatenus itaque ad Signi Positionem totidem Casus fiunt. Quatenus autem ad æquilateri Trianguli constitutionem, & Laterum protensiones, Circulorumqúe descriptiones, adhuc multò plures.

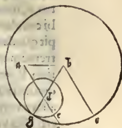


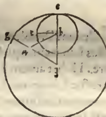

In 12. Propositione. Solutio.

Varii huius Prob. Casus.

res. Sumatur enim quemadmodum in hoc Elemento Signum a, rectaqúe Linea b c, protendatur autem b a. Triangulum itaque æquilaterum in ipsa non constituatur superius habēs verticem (quoniam locus non est) sed inferius, & sit a d b. Aut ergo æqualis est a d, ipsi b c: aut maior: aut minor. Si igitur æqualis, quod iussum erat factum est. † Si autem minor, Centro quidem b, interuallo verò b c, Circulus designetur, & producantur ipsæ a d, d b vsque ad e g Signa, & Centro quidem d, interuallo autem d g, Circulus describatur g e. Quoniam igitur æqualis est d g, ipsi d e, ex Centro enim sunt. sed & a d, ipsi d b æqualis est. æquilaterum enim est a d b Triangulum. reliqua igitur a e, reliquæ b g æqualis est. At b g etiam æqualis est ipsi b c, à Centro enim & illæ exeunt. a e igitur ipsi b c æqualis est, quod faciendū erat. Si verò maior est a d, ipsa b c, (hoc enim reliquum est) Centro quidem b, interuallo autem b c, Circulus designetur e c. Secat igitur ipsam d b, Circulus e c. Rursus centro quidem d, interuallo autem d e, Circulus describatur e g. Quoniā igitur d Signum Centrum est Circuli g e, æqualis est g d, ipsi d e. Erat autem & d a æqualis ipsi d b. reliqua igitur a g æqualis est ipsi b e. Verùm b e, ipsi b c æqualis est. ambæ enim ex Centro sunt. a g igitur ipsi b c æqualis est. & est posita ad Signum a, quod erat faciendum. Multis autem aliis etiā Casibus existentibus, satis est hos quoque in præsentia descripsisse. ex his etenim possibile est iis, qui magis curiosi sunt, in reliquis etiam se exercere. Olim autem quidam Constructionem huiusce Problematis, & varietatem auferentes, ita dixere. Sit a datum Signum, b c autem data Recta, & Centro quidem a, Interuallo verò tanto quanta est ipsa b c, Circulus designetur d e, & protendatur quædam recta Linea à Signo a ad Circumferentiam, quæ sit a d. Hæc igitur ipsi b c æqualis est. tanta enim erat quæ ex



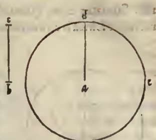




† Si aūt minor, Cētro quidē b, interuallo verò b c, Circulus describatur, & producātur a d, d b vsq; ad Signa g f, & Cētro quidē d, interuallo aūt d g, Circulus designetur. Quoniā itaq; æqualis est d g, ipsi d e, ex Centro.n. sunt. sed & a d, ipsi d b æqualis ē æquilaterū.n. est. Tota igitur a e, toti b g est æqualis. Verùm b g æqualis est ipsi b c, ex Cētro enim. ipsa ergo a e, ipsi b c æqualis est, quod fecisse oportuit.

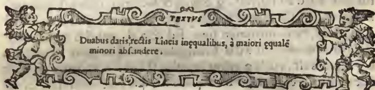
Quorūdā praua demōstratio

Centro, quanta est ipsa b c. & factum est id, quod iussum erat. Siquis igitur hæc dicat, quod in principio est petit, cùm .n. dicat Centro a, interuallo autem b c, describi circulum e d, æqualem iam accepit quodammodo ipsi b c, ad Extremum a positam. & seruans Petitio Extrema interualli, alterum quidem eorum Centrum faciebat, altero verò Circulum designabat: hîc autem, alibi quidem Centrum est, alibi verò interuallum. Omnino igitur hunc demonstrandi modum non † approbabimus.



† concilia bimus.

Propõ 3. Problema tertium.

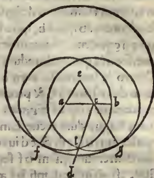


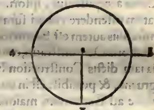

Cóm. 7. Varii hui' Problematis Casus.

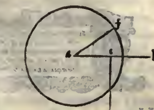
TErtium Problema id est datas quidem habens magnitudine duas rectas Lineas inæquales, iubens verò à maiori, minori æqualem auferre. Habet autem hoc quoque multos Casus. datæ enim inæquales rectæ Lineæ aut distant ab inuicem, quemadmodum apud Elementorum institutorem: aut iuxta vnum Extremum coniunguntur: aut se inuicem secant: aut altera iuxta vnum sui Extremum alteram secat, hocqúe dupliciter. aut maior minorem: aut minor maiorem. Verùm si iuxta vnum coniungantur Extremum, manifesta est Demõstratio. communi .n. Extremo Centro vsus, interuallo verò Linearum minore, Circulum designabis, & maiorem secabis, & minori æqualem abscindes. quantum enim Circulus intra se abscindit, tantùm minori erit æquale. Si autem altera iuxta eius Extremum alteram secat, vel maior secat minorem: vel è conuerso. & si se inuicem secarent, aut in partes æquales ab inuicem secantur: aut in inæquales: aut altera quidem in æquales, altera verò in inæquales. hocqúe dupliciter. hæc enim omnia admirabilem nobis afferunt exercitationis varietatem. Apponantur autem nobis etiam ex pluribus

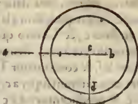
ribus

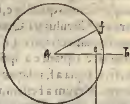
tribus quædam. Sint datæ rectæ Lineæ inæquales a b, & c d, maior autẽ c d, feceťque ipsam a b sui ipsius Extremo c, & Centro quidem a, Interuallo verò a b, Circulus describatur b f, & constituatur Triangulum æquilaterum super a c, quod sit a e c, & producantur e a, e c. & rursus Centro quidem c, Interuallo autem c f, designetur Circulus g f, rursusq́ue Centro quidem e, Interuallo verò e g, Circulus g l. Quoniam igitur e f æqualis est ipsi e g ( Centrum enim est e ) quarũ e a, ipsi e c æqualis est, reliqua a f, reliquæ c g æqualis erit. Verùm a f etiam, ipsi a b est æqualis. a enim Centrum est. & c g igitur, ipsi a b æqualis erit, & hæc æqualis est ipsi c l. centrum enim est Signum c. & a b igitur ipsi c l æqualis est. Aequalis igitur ipsi a b ablata est ipsa c l. Verùm sit c d minor ipsa a b, seceťque ipsam a b, iuxta c suum Extremum. Aut itaq; in medio ipsam dispescit, aut non in medio. Secet primùm in medio, c d igitur aut dimidiũ est ipsius a b, & est æqualis a c, ipsi c d: aut medietate minor, & Centro quidem c, Interuallo verò c d, Circulum designans ab ipsa a b ipsi c d æqualem abscindes: aut maior medietate, & ad a Signum, a f ipsi c d æqualem ponens, describensq́ue Circulum Centro a, Interuallo autem a f, ab ipsa a b, ipsi a f, hoc est ipsi c d æqualem abscindes. Si autem c d ipsam a b non per mediũ dispescit, erit c d aut ipsius medietas, aut medietate maior, aut minor. Si itaque c d medietas est, vel minor medietate ipsius a b, Centro vtens Signo c, Interuallo autem c d, abscindes ab ipsa a b, ipsi c d æqualem, iussumq́ue factum est. Si verò

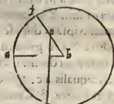


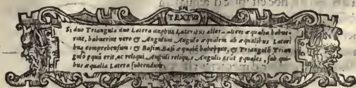






ipsa maior, rursus ad Signum a, ipsam a f, ipsi c d æqualem ponens, eadem facies. Centro enim a, Interuallo autem a f Circulum designabis abscindentem ab ipsa a b, ipsi a f, hoc est ipsi c d ęqualem. Si autem se inuicem intersecarēt quemadmodum c d, a b, Centro b, Interuallo verò b a, Circulus describatur a f, & protracta b c, producatur vsq; ad Signum f. Quoniam itaque duæ rectæ Lineæ inæquales sunt b f, c d. & c d iuxta sui ipsius Extremum ipsam b f secat, possibile est ab ipsa c d, ipsi b f æqualem facere, vtrunque enim ostensum est. Fieri igitur potest, vt ipsi quoque a b ab ipsa c d, æqualis abscindatur, nam a b, & b f sibi inuicem æquales sunt. Nos itaque cùm ex diuisione Casus accepissemus, ipsorum varietatem ostendere conati sumus. Admirabilis autem est Elemētorum institutoris Demonstratio, omnibus illa iam dictis Constructionibus congruens, & possibile est in omni positione ad Extremum maioris æqualem minori ponere, & eodem Extremo Centro vtentem, & posita Interuallo Circulum describere, qui à maiori, minori æqualem abscindet, siue se inuicem intersecent, siue altera alteram, siue quodam alio positionis modo se se habeant.

Propō 4. Theorema primū




Cōm. 1. HOc primum Theorema in Elementorum institutione assumpsimus, quæ autem hoc præcesserunt, omnia Problemata erant. Primū

quidem Triangulorum ortum tractãs; Secundum verò, ac Tertium æqualem aliam alij rectam Lineam comparare proponentia. horumqúe illud quidem à non Aequali æqualem producebat; hoc verò ab Inæquali per ablationem Aequale repæriebat. Quum itaq; æqualitas quidem, quæ primum in Quantitate est Symptoma, in Triãgulo, rectaqúe Linea nobis comparata sit, hoc primum, quod proposuimus Theorema ipsam in illis tradit. quomodo nanq; qui prius Triãgula non constituit, ortumqúe ipsorum non comparauit de ijs, quæ per se ipsis accidunt, & de Angulorum, ac Laterum, quæ in ipsis sunt æqualitate erat docturus? Quomodo autem Latera Lateribus, rectasqúe Lineas alijs rectis Lineis æquales accepit, quippe qui hoc minimè problematicè pertractauit, nec machinatus est, æqualium inquã Rectarum inuentionem? dicatur enim si contingeret antequam illa fiant, quòd si duo Triangula hoc aliquid habuerint Symptoma, hoc etiam prorsus habebunt. non'ne igitur facile penitus est † ipsi occurrere, quòd neque omnino scimus si Triangulum constitui potest? Subinde autem inferatur, quòd si etiam duo Triangula duo Latera duobus Lateribus æqualia habuerint, non ne aliquis aduersus hoc quoque dubitet vtrùm nec possibile sit rectas Lineas sibi inuicẽ æquales esse? & potissimùm in Geometricis Formis, in quibus non prorsus inæqualitate existente, æqualitas etiã est. addiscemus enim quòd Cornicularis Acuto semper inæqualis est, & nunquam æqualis, & Semicircularis similiter, transitusqúe à Maiori ad Minus non omnino per Aequale fit. Hæc igitur Elementorum institutor prius auferens, & Triangulorum constitutionem (tribus enim formis cõmune est) & æqualium Rectarum ortus tradidit, hosqúe duplices. nam alteram quidem, omnino nõ existentem producit: alteram verò, ab Inæquali per ablationem acquirit. hisqúe non immeritò Theorema subdit, per quod ostenditur quomodo Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehensum habent; Basim quoq; Basi, & Aream Areæ, reliquosqúe Angulos reliquis Angulis æquales habere apparent. tria enim sunt, quæ in his Triangulis ostenduntur; duo verò, quæ dantur. Data est itaq; duorum Laterum æqualitas, vel æqualia duo Latera (& manifestum quòd Ratione data est) & Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continetur ad Angulum æqualitas: quæruntur autem tria, Basis ad Basim æqualitas; Trianguli ad Triangulum, reliquorumqúe Angulorum ad reliquos Angulos. Quoniam autem fieri poterat vt duo quidem Latera duobus Lateribus haberent

Aequalitas primũ in quãtitate est Symptoma.

† Ipsi occurrere? neq; n. omnino sci m' an Triã gulũ cõsti tutum sit.

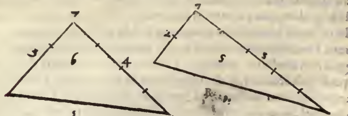
Vide 16. Propõnẽ tertii Elementorũ.

Datum huius Theorematis.

Quæsitum hui' Theorematis.

rent æqualia, Theoremaque verum non esse, cò quòd alterum alteri æquale non est, sed vtraque simul, propterea in Datis addidit Latera ęqualia esse, non simpliciter, sed alterum alteri. Si enim contin-

Idem inferius in lib. 4. in com. proponis 37. & in com. proponis 47.




geret alterum quidem Triangulorum vnum quidem Latus trium Vnitatum habere, aliud verò quatuor: reliquum autem, vnum quidem quinque, aliud verò duarum, Angulo ab his comprehenso Recto existente, essent quidem duo Latera simul, duobus æqualia (Septem enim & hęc, & illa) non tamen Triangulum Triangulo ęquale ostenderetur. alterius enim Area est Sex, alterius verò, Quinque. & huius rei causa est, quoniam non etiam alterum alteri existit ęquale. Multi itaque in quibusdam agrorum diuisionibus hoc non obseruantes cùm maiorem agrum sumpsissent, iusti existimari fuere, perinde ac si æqualem suscepissent. quoniam vtraq; simul vnum agrũ comprehendentia Latera vtrisque simul alterum continentibus Lateribus æqualia erant. Operępretium est igitur alterum quoque alteri ęquale suscipere. & vbicunque Elementorum institutor hoc adiecerit, adnotari, quoniã ab re hoc addit. si quidẽ de datorũ quoq; ęqualium Angulorum æqualitate verba faciens, addidit particulam [ ab ęqualibus Lateribus comprehensum ] ne indeterminatè Loquẽdo, aliquem sumamus eorum, qui ad Basim sunt Angulorum. Quinetiam Basim quoq; in Triangulis nullo quidem Latere antea nominato Latus, quod è regione ante oculos iacet: duobus autem iam pręceptis necessariò reliquum Basim esse supponendũ est. Quapropter hîc quoque Elementorum institutor cùm duo Latera duobus Lateribus æqualia præsumpsisset, reliqua, Triangulorum Bases appellauit. Triangulum autem Triangulo tunc æquale dicitur, cùm ipsorum Area æqualis fuerit. nam fieri potest Ambitibus æqualibus existentibus, propter Angulorum inæqualitatem Areas etiam inæquales esse. Aream autem voco, Spatium ipsum, quod à Trianguli Lateribus intercipitur: quemadmodum sanè Ambitum etiam, Li-

Pulchrũ.

Documentum.

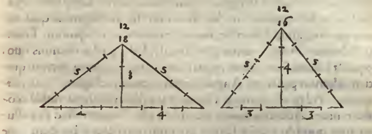
Basis Triãguli quid. Duplex è Trianguli Basis.

Quõ Triãgulũ Triãgulo ęquale fit.

Area Triãguli quid.

Ambitus Triãguli quid.

neam ex tribus Triangularibus Lateribus compositam. Diuersum igitur est vtrunque, & oportet equidem propter Ambituum iuxta vnumquodque Latus æqualitatem, Angulos etiam æquales esse, si & Area Areæ debet esse æqualis. Accidit autem in quibusdam Triangulis Areis quoque æqualibus existentibus, Ambitus esse inæquales: Ambitibusque æqualibus existentibus Areas inæquales esse. Duo-




bus enim Aequicruribus Triangulis existentibus, quorum vtrunque æqualia Latera quinque Vnitatum habeat, Basium autem alteram quidem Octo, alteram verò Sex. horum sanè qui Geometriæ quidē ignarus est maius dixerit illud, quod Basim octo Vnitatum habet. totus enim Ambitus Octodecim erit. Geometricus autem vir dixerit quidem quòd vtriusque Area Duodecim est, hæcque demonstrabit Perpendicularem in vtroque Triangulo à Vertice ducens, hancque cum altera parte Segmentorum Basis multiplicans. Euenit autem (vt dixi) Ambitibus etiam æqualibus existentibus Spatia inæqualia esse. & quidam olim suos participes in agrorum diuisionibus fraude deceperunt, quippe qui propter æqualitatem iuxta Ambitum, maiorem agrū sumpsere. Basis verò Basi æqualis esse dicitur, omninoque recta Linea alij rectæ Lineæ ęqualis est, cùm ipsarum Extrema coniuncta totam toti congruere fecerint. nam omnis recta Linea, omni rectæ Lineæ congruit: æquales autem, iuxta etiam Extrema sibi inuicem congruunt. Angulus autem Rectilineus Angulo Rectilineo æqualis esse dicitur cùm vno alterum comprehendentium Laterum supra vnum alterius posito, reliquum etiam reliquo congruit: cùm autem reliquum extra reliquum cadit, maior Angulus est, cuius Latus extrà cecidit: cùm verò intrà, minor. nam ibi quidem alterum continet, hîc verò continetur ab ipso. Angulorum autem æqualitatem sumemus iuxta conuenientiam Laterum in Rectilineis, in cæterisque omnibus, qui eiusdem sunt speciei, vt in Lunularibus, in Sy-

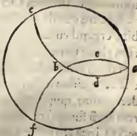
Pulchra cōsideratio. Vide ét in lib. 4. in cōm. ꝑpōnis 37. & [illegible] 24.

Qūo recta Linea alii rectæ Lineæ æqualis dicatur.

Qūo rectilineus Angulus rectilineo Angulo dicatur ęqualis.

stroidibus,

ſtroidibus, atque in vtrinque conuexis. quoniam fieri poteſt vt & æquales ſint, & Latera ſibi inuicem non congruant. Rectus .n. cuidam Lunulari æqualis eſt, & tamen fieri non poteſt, vt rectis Lineis Circunferentiæ congruant. Præterea illud quoque præaccipiendum eſt, quod Angulos ſubtendere Latera dicuntur, quę è regione iacent. omnis enim Triangularis Angulus à duobus quidem Trianguli Lateribus continetur, à reliquo verò ſubtenditur. Propterea Geometra quoque cùm dixiſſet Angulos æquales eſſe, adiecit [ ſub quibus ęqualia Latera ſubtendunt ] ne diuerſum non eſſe intelligamus qualemcunque Angulum ſuſcepiſſe, huncq́ue cuicunque reliquorum Trianguli duorum Angulorum æqualē dixiſſe, ſed æquales dicamus quos ęqualia Latera ſubtendunt. ęqualium etenim Laterum alterum quidem, alterum ęqualium Angulorum ſubtendit: reliquum verò, reliquum. Ad præſentis itaq; Theorematis declarationem totidē † cōſiderentur. Aduerſus autem aduerſarij obiectionem illud præaſſumemus, quòd duæ rectæ Lineæ Spatium non comprehendunt. hoc ſiquidem tanquam euidens Geometra ſuſcepit. Si enim, inquit, Baſium Extrema ſibi inuicem congruent, Baſes quoque congruunt: ſi verò non, duæ rectæ Lineæ Spatium comprehendēt. Vnde cuenit igitur quòd hoc fieri nō poſſit? Sint duæ Rectę Spatium comprehēdentes a c b, a d b, & producantur in infinitum. & Centro quidem b, interuallo autem a b, Circulus a e f deſignetur. Quoniā itaque Linea a c b f, Dimetiens eſt, medietas Circunferentiæ eſt ipſa a e f. Rurſus quoniam Linea a d b e, Dimetiens eſt, medietas Circunferentię Circuli eſt ipſa a e. Aequales igitur ſunt ipſæ a e, a e f Circunferentiæ, quod minimè fieri poteſt. Duæ igitur rectę Lineę nullum Spatium comprehendunt. Quod Elementorum quoq; inſtitutor ſciens, in prima Petitionum dicebat [ ab omni Signo ad omne Signum, rectam Lineam ducere ] eò quòd vna recta Linea ſemper duo Signa coniungere poteſt, non autem duæ. nam plures quidem Circunferentię duo Signa coniungere poſſunt & in eiſdem partibus, & in contrarijs. hoc modo enim Extrema quoque Dimetientis duabus quidem Circunferentijs, vna verò recta Linea coniunguntur. Fieri autem poteſt vt & extra, & intra Semicirculos infinitę Cir-




Qūo Latera dicātur Angulos ſubtēdere.

Documē. ti finis. † pręaſſumātur. Ad ipſius aūt Demōnē illud.

Demonſtratq́uòd duę rectæ Lineę ſpatiū non cōprehēdūt.

Documētum.

cunferentiæ data Signa coniungentes describantur. causa verò est, quoniam recta Linea eadem habentium Extrema est minima. vnum autem vbique minimum est, & semper mensura aliorum infinitudinis fit. Quemadmodum igitur Rectus ipse cùm vnus sit, mensura cęterorum Angulorum infinitudinis fit (per hunc enim illos quoque inuenimus) ita etiam Recta ad non Rectarum mensurationem maximam nobis affert vtilitatem. Tot de his quoque sufficiant. Quòd autem tota præsentis Theorematis Demonstratio à cōmunibus dependet notionibus, ac veluti sponte naturæ proueniēs est, ab ipsaque Suppositionum euidentia egressa, cuilibet manifestum est. nam cùm quidem duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia sint, sibi inuicem congruunt. Cùm verò Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continentur æquales sint, ipsi quoque sibi inuicem congruunt. Angulo autem ad Angulum, Lateribusque ad Latera coaptatis; inferne etiam Laterum Extremitates congruent. Si autem hæ, Basis quoque congruet Basi. Si verò Tria Tribus, totum etiam Triangulum toti Triangulo, omniaque omnibus æqualia erunt. Aequalitas igitur in ijs, quæ eiusdem sunt speciei considerata, totius Demonstrationis causa esse apparuit. duo enim hic sunt Pronuntiata totam propositi Theorematis methodum continendi vim habentiā. vnum quidem dicens quòd ea, quæ congruunt sibi inuicem, æqualia sunt. & hoc simpliciter verum est, nullaque indiget limitatione, quo Elementorum institutor & in Basi, & in Spatio, reliquisque Angulis vtitur. hæc enim inquit æqualia sunt, quoniam sibi inuicem congruunt. Alterum verò, quòd ea, quę ęqualia data sunt, sibi inuicē congruunt. Hoc autem non in omnibus verum est, sed in ijs, quæ specie similia sunt. Specie autem similia hæc dico, vt recta Linea rectæ Lineæ, & Circunferentia Circunferentiæ Circuli eiusdem, & Anguli, qui à similibus similiter iacentibus Lineis comprehensi sunt. Horum autem dico quòd quæ æqualia data fuerint, sibi inuicem congruunt. Ita vt tota Demonstratio (vt breui complectens dicam) huiuscemodi sit. Hæc hisce æqualia data sunt, duo nempe Latera duobus Lateribus, & Anguli ab ipsis comprehensi, hæcque sibimetipsis conueniunt. Si autem hæc sibi inuicem conueniunt, & Basis Basi, omnibusque ōmnia conueniunt. Si verò hæc conueniunt, æqualia quoque sunt. Si igitur hæc hisce æqualia data sunt, simul etiam ostenditur quòd omnia omnibus sunt æqualia. & is primus apparet modus cognitionis æqualium vndequaq; Triangulorum. Verū enim verò de † tota Demonstratione hæc satis sint. Carpus autem Mechanicus, qui in

Idē in lib. secundo. Cōm. 10.

Finis Documēti.

Præsentis Theorematis Demōstratio

Octauum Pronūtiatum.

Conuersum octaui Pronūtiati.

Nota q specie hic specialissimā intelligit.

† Siplici.

Digressio.

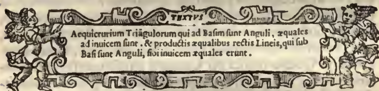
Distinctio Problematũ, & Theorematũ secundum Carpum. Astrologica tractatione de Problematibus, atque Theorematibus sermonem suscitauit siquidem oportunè accidit (inquit) in præsentia silentio non prætereatur, ac deniq; horum distinctionem aggressus Problematicum genus ordine Theorematibus præcedere ait. Subiecta .n. prius quàm Symptomata Problematibus inueniri quærũtur. Nec non Problematis quidem Propositionem simplicem esse, nullaqúe artificiosa intelligentia indigentem. hoc aliquid enim facere manifestè iubet, vt ęquilaterum Triangulum constituere, vel duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori minori ęqualem abscindere. quid enim horum difficile, & obscurum est? Theorematis verò, difficilem, & maxima quadam accurata vi, gignentiqúe scientiam iudicio indigentem. vt neq; veritatem excedere, neq; à veritate deficere videatur. quale sanè hoc quoq; est, Theorematum primum existens.

Prima differentia. Secũda differentia. Tertia differentia.

Præterea in Problematibus quidem vna quædam est via communis per Resolutionem inuenta, iuxta quam procedentes rem feliciter gerere possumus. hoc pacto enim faciliora Problematum inuestigantur. in Theorematibus verò adeo difficilis tractatio est, vt ad tempus vsq; nostrum (inquit ipse) nemo communem horũ inuentionis methodum tradere posfit. Quocirca propter facilitatem etiam, Problematicum genus simplicius vtiq; esset. His autem distinctis, propterea igitur (inquit) in Elementari quoq; institutione Problemata Theorematibus præcedunt, ab hisque Elementorũ institutio sumit exordium, & primum quidem Theorema, quartũ est in ordine. non quia quartum ex ipsis ostenditur, sed quoniam si ẽt nullo eorum, quæ ipsum præcedunt in demonstratione egeret, illa præcedere necessarium fuit, eò quòd Problemata ea sunt, hoc autem Theorema. omnino enim cõmunibus in hoc vtitur notionibus, & & quodammodo idem Triangulum diuersis in locis positum accipit. congruentia enim, quæqúe ex hac ostenditur æqualitas sensibilem prorsus, & euidentem habent deprehensionem. veruntamen tali etiam existente primi Theorematis Demonstratione, iurè Problemata præcessere, quoniam vniuersaliter primariũ illa sortita sunt locum. & forsan ordine quidem Problemata Theorematibus præcedunt, & potissimùm apud eos, qui ab Artibus, quæ circa sensilia versantur, ad contemplationem ascendunt: dignitate verò Theoremata Problematibus præcellũt. & videtur tota Geometria quatenus quidem pluribus Artibus se cõiungit, problematicè agere: quatenus verò primæ sciẽtiæ cohęret, Theorematicè à Problematibus ad Theoremata, à Secundis ad Prima, & ab ijs, quæ ad Artes magis spectant

Propria opinio.

ad ea, quæ gignendę scientiæ magis vim habent procedere. Vanum est igitur Gemino obtrectare tanquam Theorema Problemate prius esse dicenti. etenim Carpus ipse Problematibus ipsum Præcedere iuxta ordinem assignauit: Geminus autē Theorematibus, iuxta perfectiorem dignitatem. Atqui de quarto etiam Theoremate diximus quòd quodāmodo præcedentibus ipsum Problematibus indiget, in quibus & Triangulorū Ortus, & æqualitatis inuentionē didicimus. Nūc autem addatur etiam quòd cùm quidē in Theorematibus Simplicissimum sit, atq; principalissimum (ab ipsis enim solis, vt ita dicā, primis notionibus suapte natura ostenditur) quoddam verò demōstret Symptoma, quod circa ea apparet Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habent æqualia, duosque Angulos ab illis æquis Lateribus contentos æquales, non immeritò post Problemata primum collocatum est, quibus ea, quæ huic Symptomati Subiecta sunt, omninoque Data ipsa construuntur. Defendit Geminū.




Aequicrurium Triāgulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales ad inuicem sunt. & productis æqualibus rectis Lineis, qui sub Basi sunt Anguli, sibi inuicem æquales erunt. Propō 5. Theorema secundum.

THeorematum alia quidem Simplicia sunt, alia verò Composita. dico autem Simplicia quidem, quæcunq; & iuxta Suppositiones, & iuxta Conclusiones indiuisibilia sunt, vnum habētia Datum, & vnū Quęsitum. exempli gratia, si hoc modo Elementorum institutor dixisset, Omne Triangulum æquicrus Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habet. Composita verò, quę ex pluribus constant, aut Suppositiones compositas habentia, aut Cōclusiones Suppositione Simplici existente, aut etiam vtrasque. Et horū alia quidem sunt Complexa, alia verò, Incomplexa. Sunt autem Incomplexa quidem, quęcunq; Composita existentia, in Simplicia Theoremata diuidi minimè possunt, quemadmodum quartum. in illo enim & Datum componitur, & consequens, verùm fieri non potest vt Datū in Simplicia diuidatur, Theoremataque fiant. non enim si Triangula Latera sola ęqualia habuerint, vel solum Angulum, qui ad Verticem, reliqua accidūt. Complexa verò, quæcunq; in Simplicia diuiduntur, quemadmodū illud Theorema [Triangula, atq; Parallelogramma, quę sub eadem sunt Altitudine, eandem habent rationem, quam Bases.] possibile Cōm. 9. Theorematum diuisio.

Prima propositio sexti. enim est diuidentem etiam dicere, Triangula, quę sub eadē sunt Altitudine, eandem habēt rationē, quam Bases, in Parallelogrāmisque similiter. Omnium autem Compositorum alia quidem iuxta Conclusionem componuntur, ab eadem Suppositione excitata: alia verò iuxta Suppositiones Compositionem habent, eandemque omnibus inferunt Conclusionem: alia autem iuxta Conclusionem, & iuxta Suppositiones Composita sunt. Iuxta itaque Conclusionem hìc Cōpositio est, in hoc enim Theoremate tria sunt ea, quæ concluduntur, Quòd Bases æquales, Quòd Triangula æqualia, Quòd reliqui Anguli reliquis Angulis æquales sunt, Sub quìbus æqualia Latera subtendunt. Iuxta autem Suppositiones, in Cōmuni Triangulorum, & Parallelogrāmorum Theoremate sub eadem Altitudine existentiū.

Theorema. Et iuxta vtrūque verò, in illo Theoremate [ Circulorum, Ellipsiūque Dimetientes tum Spatia, tum Lineas Spatia ipsa continentes bifariā diuidunt. ] Complexorum autem, alia quidem Vniuersalia sunt: alia verò à Particularibus vniuersale concludunt. Si enim dicamus quòd Dimetiens Circulum, Ellipsim, Parallelogrammaque diuidit,

† Vnamquāq; quidem Complexi partē nō vniuersaliter. † vnumquodque quidem Complexorum nō vniuersaliter accipimus, quod autem ex omnibus constat vniuersaliter facimus. Si autem dicamus, in Circulo omnes per Centrum transeuntes se inuicem bifariam secant. Segmentorumque omnium Angulos æquales faciunt, Vniuersale dicimus. nam in Ellipsi non omnes Segmentorum Anguli æquales sunt, † sed soli eorum, quę à Dimetiente fiunt.

† Sed eorū tātùm, quę

Omnino autem hasce compositiones Geometræ breuitatis, Resolutionumque gratia machinati sunt. multa .n. cùm incomposita quidem sint, non resoluuntur, Composita autem solùm Cōmoditates ad Resolutionē, quæ tendit ad principia præbent. His itaque prius consideratis, quintum Theorema Compositum omnino dicendum est, & iuxta vtrunque Compositum, tum iuxta Datum, tū iuxta Quæsitum. † quod Elementorum quoque institutor ostendens, ipsum cùm vnum sit partitus est, & seorsum vtraque Data, & Quæsita apposuit, quippe qui Aequicrurium dixit qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. rursusque deinceps, & productis ęqualibus rectis Lineis, qui sub Basi sunt Anguli, ęquales sunt. non .n. duo esse Theoremata existimandum est, sed vnum, Compositum autem & iuxta Datum, & iuxta Quæsitum. & vtrunque eorum, quæ componuntur perfectum, ac verum est. Idcirco Conuersio quoque vera est in vtroque. Si .n. qui ad Basim sunt, æquales fuerint, Aequicrus est Triangulum: si autem qui sub Basi, æquales rectæ Lineæ protractæ sunt,

† quæ,

Triangulum Aequicrus est. Verùm Elemẽtorum institutor ad hoc quidem, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse, Conuersionem faciet: ad hoc verò, Angulos, qui sub Basi sunt, ęquales esse, minimè, licet hoc quoque verum sit. At huius quidem causam posterius dicemus. Nunc autem illud primùm quæremus, qua de causa hoc omnino demonstrauit, Angulos, qui sub Basi sunt, ęquales esse. nequaquã enim hoc in aliorum Problematum, vel Theorematũ Constructione, aut Demonstratione vtetur. Cùm igitur inutile futurum sit, quid opus fuit huic Theoremati illud interserere? Dicendum itaque ad hanc Quæstionem, quòd quanuis nusquam hoc vsurus sit, Angulos scilicet, qui sub Aequicrurium Basi sunt, æquales esse, ad Instantiarũ tamen destructiones, obiectionumque Theorematibus resistentium solutiones hoc vtilissimum erit. Artificiosum aũt est, ad scientiamque spectat solutiones oppugnantiũ ijs, quæ dicenda sunt præparare, responsionũque subsidia præmoliri. vt non solùm eorũ, quę vera sunt Demonstrationes ex ijs, quę prius sunt demõstrata, verũ etiã Falsi redargutiones ex illis fiant. Et suscipies quidem † ex hoc quoque in Geometria ordine, ad Rhetoricam emolumentũ. nam qui in illis etiã sermonibus hoc facere potest, & ea, quæ sequentibus oppugnant Capitibus præuidere, & ante eorum tractationem (quod sanè præter propositũ est) alijs primò ipsorũ solutiones præparare, is vtique certissimam mirũ in modum disputationum viã prætexerit. Hoc igitur Elementorum quoque institutor re ipsa nos docens, ante ea Theoremata, quibus resistentes obiectiones soluemus, ijs, quæ nunc ostendũtur vtentes, Angulos etiam, qui sub Aequicrurium Basi sunt, ęquales esse simul demonstrat, & mendacij, quod in illis est redargutionem præparat. Quòd autem Instantias, quæ in septimo, atque in nono feruntur Theoremate ex hoc soluemus, procedentibus perspicuũ erit. Ex his verò patet, qua etiam de causa ab hoc quoque Sextũ non conuertit, quoniam neque etiã præcipuam hoc affert vtilitatẽ, verùm per accidens ad totã scientiã nobis confert. Siquis autẽ à nobis petat, nos non producentes etiã æquales rectas Lineas, Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales ostendere (non enim opus esse per eos, qui sub Basi sunt, hos quoque ęquales demonstrare) quodãmodo Cõstructionẽ transponentes, & eas quæ extrà fiunt constructiones intra ipsum Aequicrus facientes, Propositum ostendemus. Sit .n. Aequicrus a b c, accipiaturque in Linea a b quodcunque Signum, sitque illud d, & ab ipsa a c, ipsi a d æqualis sumatur, quę sit a e, & protrahãtur rectæ Lineæ b e, d c, d e. Quoniam itaque a b, ipsi a c: & a d, ipsi

Vide inferius in pręsenti cõm.

Dubitatio

Solutio.

Notãdum † ex hoc quoque eius qui i Geometria est est ordinis ad Rhetoricã emolumẽtum.

Ecce causa, quã superius ꝓmisit.

Quidã huius Theorematis casus.

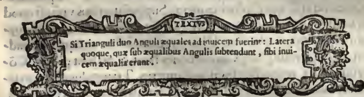
sibi inuicem congruere fecisset, ex duobusque vnum confecisset, hoc modo ipsorum iuxta omnia æqualitatem obseruauit. Consimiliter igitur fieri potest, vt nos quoque in hoc vno per assumptionem duo Triangula contēplantes, Angulorū, qui ad Basim sunt æqualitatem demonstremus. Thaleti itaque antiquo cum multorum etiam aliorum, tum huiusce Theorematis inuentionis causa, gratię sunt habendæ. ille enim primus dicitur animaduertisse, ac dixisse quòd vtique omnis Aequicruris qui ad Basim sunt Anguli, ęquales sunt; moreque Antiquorum æquales, similes appellauisse. Magis autem quis eos iuniorum laude prosequeretur, qui adhuc magis vniuersaliter demonstrarunt (è quorum numero Geminus etiam est) æquales rectas Lineas ab vno Signo, ad vnam similium partium Lineam incidentes, æquales Angulos facere. ita vt siue Rectā Basim habeant, siue Circunferentiam, siue Cylindricam Helicē, ipsarum Anguli, qui ad Basim sunt, æquales sint. hoc .n. Geminus Theoremate vtens, ostendit quòd tres solæ Lineæ & non plures similium partium sunt, Recta, Circularis, & quæ circa Cylindrum describitur Helix, & hoc est propriè vniuersale, cui primò Symptoma hoc competit, queādmodum sanè duo etiam Latera reliquo maiora habere, omni Triangulo per se inesse ostēdetur. Non est igitur vniuersaliter Aequicruris propriū, & si etiam omni ipsi competit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habere: sed æqualium rectarum Linearum, ad similium partium Lineam incidentium. illis enim primùm inest, æquales Angulos subtendere.

Thales fuit primus huius Theorematis inuentor.

Laudat Geminū.

Theorema Gemini.

In 20. propositione.




Si Trianguli duo Anguli æquales ad inuicem fuerint: Latera quoque, quæ sub æqualibus Angulis subtendunt, sibi inuicem æqualia erunt.

Propō 6. Theorema 3.

PRæsens Theorema duo hæc Theorematum in primis ostendit, Conuersionem, & ad impossibile Deductionem. nam conuertitur quidem præcedenti Theoremati, ostenditur autē per Deductionem ad impossibile. Operæpretium est itaque de vtraque dicere quęcunque ad præsentē spectant tractationem. Conuersio igitur apud Geometras dicitur alia quidem præcipuè, & propriè, quando Conclusiones, atque Suppositiones adinuicem Theoremata vicissim accipiunt. & prioris quidem Conclusio, in posteriori Suppositio fit: Suppositio

Cōm. 10.

Cōuersio quid apud Geometras.

verò, tanquam Conclusio infertur. vt, Aequicrurium Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Suppositio quidem Aequicrus Triangulum hic est: Conclusio autem, Angulorum, qui ad Basim sunt æqualitas. Et quorum Anguli, qui ad Basim æquales, hæc Aequicrura sunt. quod sanè sextum etiam Theorema dicit. quippe quod Suppositionem quidē hoc fecit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse: Conclusionem verò, Laterum illos æquales Angulos subtendentium equalitatem. Alia autem, Conuersio iuxta quandam solam Compositorum mutationem. si .n. Compositum Theorema fuerit, à pluribus Suppositionibus incipiens, in vnamquę Conclusionem desinens, † accipientes Conclusionem, vnamquę ex Suppositionibus, vel etiā plures, aliquam reliquarū Suppositionum veluti Conclusionem inferimus. & hoc modo quarto Theoremati, octauū conuertitur. nam alterū quidem inquit, sub æqualibus Lateribus, atque Angulis, Bases æquales subtendunt: alterum autē, in æqualibus Basibus equalia Latera posita, equales Angulos continent. quorū illud quidem, in æqualibus Basibus, prioris Conclusio fuit: illud verò, æqualia Latera posita, vna ex præassumptis in illo Suppositionibus: illud autem, æquales Angulos cōprehendunt, altera in illo fuit Suppositio. Duabus itaque hisce Conuersionibus existentibus, illa quidem, quæ Præcipua dicitur, vniformis est, atque determinata: altera autem, varia, in multumquę Theorematum numerum progrediens, † & non in vno, sed in multis conuertens, propter Suppositionum multitudinem, quæ in Compositis Theorematibus est. Sæpenumero autem ei etiā, quod à duabus incipit Suppositionibus vnū est quod conuertitur, quando Suppositiones nō omnes determinatę, sed quędam indeterminatæ fuerint. Oportet autem in his quoque animaduertere, quòd multę falsę Conuersiones fiunt, & nō sunt propriè Cōuersiones. vt, omnis Sexangulus Numerus, Triangulus est. non tamen conuersum etiam verū est, quòd omnis Triangulus Numerus, Sexangulus sit. Causa autem, quoniam alterum quidē cōmunius est, alterum verò particularius. & de omni alterū solum de altero dicitur. In quibus autem quod primò inest, & secundum quod ipsum accipitur, in illis Conuersio quoq; consequitur. Et hæc quidē Menęchmi, Amphinomiquę familiares Mathematicos non latuere. Ipsorum autē quæ conuertuntur Theorematum, alia quidem Præcedentia vocare consueuerunt, alia verò Conuersa. Cùm .n. quoddam genus supponentes, aliquod de ipso Symptoma demonstrauerint, Pręcedens hoc appellant. Cùm autē è contrario Suppositionem quidem Symptoma

† accipientes Conclusionem vnamquę ex Suppositionib⁹, conclusio, nē faciūt, vnā Suppositionū, velē plures. & hoc modo.

Duplex Cōuersio Geometrica, ꝓpria, atq; impropria.

† Et non vnū vni, Sed vnum multis cōuertēs, iuxta Suppositionū.

Notādū.

Quid pcedēs, & qd Conuersum Theorema.

ma

ma fecerint: Conclusionem verò, genus, cui hoc accidit, Conuersum tale hoc nuncupant. vt, Omne Aequicrus Triangulũ Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habet hoc Pręcedens est. subijcitur enim id, quod natura præcedit, genus inquam ipsum Aequicrus Triãgulum. Omne Triangulum duos Angulos æquales habens, Latera quoque illos æquos Angulos subtendentia habet æqualia, & est Aequicrus. hoc Conuersum est. Subiectum enim, huiusquę passionem immutat. & hanc quidem supponit, illud verò ex hac ostendit. Tot de Geometricis Conuersionibus erant nobis dicenda. Deductiones autem ad imposſibile, omnino quidem in euidens imposſibile desinunt, cuiusquę contrarium omnes fatentur. Accidit autem alias quidem ipsarum in ea, quæ communibus notionibus, vel Petitionibus, vel Suppositionibus opponuntur desinere: alias verò in ea, quæ ijs, quæ prius demonstrata sunt contradicunt. nam præsens quidẽ sextum Theorema id, quod accidit, imposſibile esse ostendit, eò quòd communem destruit notionem, Totum sua parte maius dicentem. Octauum verò in imposſibile quidem incidit, nõ tamen in id, quod communis notionis destruendæ vim habet, sed eius, quod per septimum Theorema ostensum est. quod enim Septimum negauit, hoc illud affirmans ostendit ijs, qui Quæsitum non concedunt. Omnis autem ad imposſibile Deductio quod Quæsito oppugnat accipiens, hocquę supponens progreditur, donec in exploratum absurdum incidat, per illudquę Suppositionem auferens, id, quod à principio quærebatur corroboret. Omnino enim sciendum est, quòd omnes Mathematicæ probationes, vel à principijs sunt, vel ad principia, vt alicubi Porphyrius etiam dicit. Et quæ à principijs quidem duplices & ipsæ sunt. aut enim à communibus notionibus, à solaquę euidentia fidem per se facienti emanarunt: aut ab ijs, quæ præostensa fuere. Quæ autem ad principia, vel ponendorum principiorum, vel destruendorum vim habent. Verùm ponendi quidẽ principia vim habentes, Resolutiones appellantur, hisquę cõpositiones opponuntur. nam fieri potest vt à principijs illis ad Quęsitũ ordine progrediamur, & hoc nil aliud quàm Cõpositio est. Destruendi verò vim habẽtes, Deductiones ad imposſibile nuncupantur. aliquid.n. eorum, quę concessa sunt, exploratąquę habentur destruere, huiusce viæ opus est. Et est in hac quoquę Ratiocinatio quædam, non autem eadem, quæ in Resolutione. in Deductionibus enim ad imposſibile iuxta secundum Hypotheticarum Ratiocinationum modum Complexio est. vt si Triangulorum æquales Angulos habentiũ Latera æquos Angulos subtẽdentia

Genus hic pro subiecto.

Epilogus.

Deductio ad imposſibile quid apud Geometras.

Documentum.

Porphyrius

æqualia non sunt, Totum suæ parti æquale est; verùm hoc fieri non potest. Triangulorum igitur duos Angulos æquales habentium Latera quoque æquos Angulos subtendentia æqualia sunt. Totidem de ea etiam, quæ apud Geometras Deductio ad imposibile vocatur sufficiant. Vtitur aũt (quod iã diximus) Elementorũ institutor Conuersione quidem, in Propositione, quippe qui Conclusionem quinti Theorematis veluti Datum accepit, illiusque Suppositionem tanquã Quæsitum adiecit; Deductione autem ad imposibile, in Constructione, atque in Demonstratione. Si autem aliqui surgant dicentes, quòd nõ oportet ipsi a b ab ipsa a c æqualem auferentem, ad Signũ c, facere ablatione, sed ad Signum a, hanc quoq; ponentes Suppositionem in idem impossibile incidemus. Sit, n. a b æqualis ipsi a d, & producatur b a, ponaturque æqualis a e, ipsi d c. Tota igitur b e, toti a c æqualis est. Connectatur ipsa e c. Quoniã itaq; a c æqualis est ipsi b e, cõmunis autẽ b c, duę duabus æquales sunt, & Angulus, qui ad Signum b, Angulo a c b æqualis, est. Sic. n. positum fuit. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia sunt. Quamobrem Triangulum quoque e b c, Triangulo a b c æquale est, Totum parti, quod minimè fieri potest.

Epilogus.

In principio huius cõmenti.

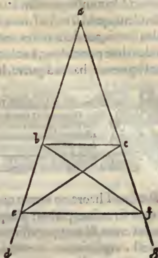
Quidã huius Theorematis casus.

Verùm quoniam hoc quoque manifestum est, sequitur vt reliquum etiam Conuersionis ostendamus. nam Elementorum quidem institutor ad quinti Theorematis partẽ, totum sextum conuertit. Operæpretium est autem reliquam quoq; Conuersionem adijcere. hæc autem est illa, quæ accipit quidem tanquam Suppositionem, cuiusdam Trianguli Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse: ostendit verò Triangulum esse Aequicrus. Sit igitur a c b Triangulum, & producantur a b, a c ad Signa d g, sintque Anguli, qui sub Basi sunt, æquales. Dico quòd Triangulum a b c, Aequicrus est. Sumatur. n. in Linea ad Signum e, ipsique b e æqualis c f. & connectantur Lineę e c, b f, e f. Quoniam igitur b e, ipsi c f æqualis est, cõmunis autẽ b c, duæ duabus ęquales sunt. & Angulus e b c, Angulo f c b ęqualis est. sub Basi enim sunt. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia sunt. & Basis igitur e c, Basi f b æqualis est, Angu-

Demõ reliqui conuersionis membri.

lusque

lusqúe b e c, Angulo e f b: & Angulus e b f, Angulo b c e. sub ipsis enim æqualia Latera subtendunt. erat autem totus e b c Angulus toti f c b Angulo æqualis, ex quibus Angulus f b c, Angulo e c b ęqualis est. & reliquus igitur e b f, reliquo f c e æqualis est. est autem b e, ipsi c f: & b f, ipsi c e æqualis, æqualesqúe continent Angulos. & omnia igitur omnibus ęqualia sunt. Quapropter Angulus etiam b e f, Angulo c f e æqualis est. Quamobrem Latus quoque a e, Lateri a f ęquum est (per sextum, ostensum .n. est) ex quibus b e, ipsi



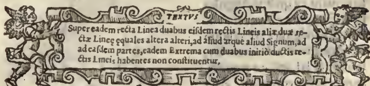

c f æqualis est. sic enim ablatę fuere. reliqua igitur a b, reliquæ a c æqualis est. Aequicrus ergo est Triangulum a b c. Tum igitur si duos, qui ad Basim sunt Angulos, æquales habuerit, Aequicrus est: tum si Lateribus productis duos, qui sub Basi sunt Angulos ęquales habuerit, hoc etiam modo datum Triãgulum Aequicrus erit. Qua de causa igitur reliquam quoq; partem Elementorum institutor non conuertit? An quoniam quinto etiam in Theoremate Angulos, qui sub Basi sunt æquales esse extra propositum erat, aliorum dubiorum solutionis gratia editum. illud autem Angulis, qui ad Basim sunt ęqualibus existentibus Triangulum Aequicrus esse neque ad præcipuam Demonstrationem, neq; ad eorum, quæ quæruntur solutionem ipsi confert, cùm sequentibus etiam Theorematibus hoc confirmetur, ipsiqúe ansam illa præbeãt, Angulis, qui sub Basi sunt, ęqualibus existentibus, Aequicrus & Triangulum ostendi? si .n. omnis recta Linea super rectam consistens Lineam, duosqúe Angulos faciens, duobus rectis æquales efficit: Angulis, qui sub Basi sunt æqualibus datis, & qui ad Basim sunt, omnino æquales erunt. his autem æqualibus existentibus, & Latera ipsos subtendentia erunt æqualia. Hoc itaq; in tota Elementari institutione vsus Euclides accipere potuit, quòd Angulis, qui sub Basi sunt ęqualibus existentibus, Triangulũ Aequicrus est. Siquidem hoc quoque indigebat ad quorundam Theore-

Dubitatio

Solutio.

matum Demonſtrationem. nam paulò pòſt apparebit Theorema
Propō 13. oſtendens, quòd ſi recta Linea ſuper rectam conſiſtens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. & quę quidem hoc præcedunt, hac Conuerſione nihil indigent: quæ verò hoc ſequuntur, hac indiguere, hocqúe Theoremate fidem facient.

Propō 7. Theorema 4.




Cōm. 11. PRæſens Theorema rarum quid paſſum eſt, quod haud frequenter ijs, quæ ſcientiam pariunt Propoſitionibus euenire ſolet. per negationem enim, & non per affirmationem formari, non ſatis proprium ipſis eſt. vtplurimum .n. tum Geometricorum, tum Arithmeticorū
Ariſtote. Theorematum Propoſitiones, affirmationes ſunt. Cauſa autem (vt
in 1. po. ſt inquit Ariſtoteles) quoniam vniuerſale quidem affirmans ſcientijs
tex. 31. maximè conuenit, tanquam magis idoneum, negationeqúe nihil indigens: vniuerſale verò negans, affirmatione quoque indiget, ſi de-
† nam ſine bet oſtendi † nam ex negantibus tantùm neque Demonſtratio eſt,
affirmōne neque neq; Ratiocinatio quędam. Atque idcirco Demonſtrantes ſcientiæ, plurima quidem affirmantia oſtendunt, rarò verò negantibus vtuntur concluſionibus. Admirabili autem diligentia plena eſt huiuſce Theorematis Propoſitio, omnibusqúe additionibus vincta, quibus adeò certa, atque indubitata facta eſt, vt ab ijs, qui calumniari conan-
Prima huius Theorematis cōditio. tur, coargui, cōuinciqúe minimè poſsit. nam primò quidem particula illa [ ſuper eadem recta Linea ] ſumpta eſt, ne ſuper alia duas duabus alteram alteri æquales oſtendamus, Propoſitioneqúe vtentes circunueniamus. Secundò vna recta Linea exiſtēte, nō inquit ſuper ipſam
Secunda. duas duabus æquales ſimpliciter conſtituere (hoc enim fieri poteſt) ſed alteram alteri, quid .n. mirū eſt vtraſque vtriſq; ęquales ſumpſiſſe eum, qui alteram quidem earum, quæ conſtituuntur protrahit: alteram verò contrahit? Verùm alteram alteri (inquit) impoſsibile. Tertiò addit particulam [ ad aliud atque aliud Signum ] quid
Tertia. enim ſi quis cùm primis duabus duas alias alteram etiam alteri ęquales feciſſet, haſce illis in codē Signo, quod ſubiectas rectas Lineas iuxta verticem coniungit, coaptaſſet, hasqúe conſtituiſſet? omnino .n. æqualibus rectis Lineis exiſtentibus, Extrema quoque ipſarum congruēt.

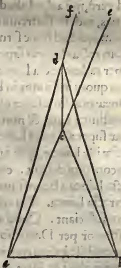
gruent. Quartò adiecit particulam [ ad easdem partes ] quid enim si vna recta Linea subiecta alteras quidem rectarum Linearum ad alteram ipsius partem, alteras verò ad alteram posuissemus, ita vt recta illa Linea cõmunis duorum Triangulorum oppositos vertices habentium Basis esset ? Ne igitur hoc passi, nostram deceptionem ad Elementorum institutorem inferamus, adiecit particulam [ ad easdem partes, ]. Quintò subdidit [ eadẽ Extrema cum duabus initiò ductis rectis Lineis habentes ] fieri nanque poterat, vt quidam super eadem recta Linea duas duabus alteram alteri æquales, ad aliud atque aliud Signum, ad easdem partes constituisset, tota recta Linea vsus, & super hac ipsas duas constituens, ijs, quę constituuntur non eadem Extrema habentibus cum illis, quæ initiò ductæ erant. si enim in Quadrangulo duas Diagonios in vno Quadranguli ipsius Latere intellexerimus, duæ duabus ęquales erunt, Latus, & Dimetiens: parallelo Lateri, alteriquè Dimetienti. Verùm ęquales eadem non habebunt Extrema: neque .n. Parallelæ, neque Dimetientes eadem ad inuicẽ Extrema habebunt. ipsę autem erant æquales. His igitur distinctionibus seruatis & Propositio vera, & Ratiocinatio certa ostenditur. Fortasse autem quidam præter hos quoq; omnes scientiam gignentes Terminos instare ausi essent dicentes, quòd his etiã suppositis, fieri potest vt id, quod Geometra dicit impossibile sit: Sit .n. a b recta Linea, & super hac duabus a c, c b, duę ęquales a d, d b, sintquè hæ extra illas, vt ad aliud atque aliud Signum, c nempe, atque d sint, eademquè Extrema cum ijs, quæ initiò ductæ sunt rectis Lineis habeant, a scilicet, atque b. & sit a c quidem æqualis ipsi a d: b c verò, ipsi b d. Aduersus itaque hoc modo instãtes occurremus, connectendo quidem Lineam d c, producendo verò Lineas a c, & a d ad Signa e f. his .n. constructis manifestum, quòd Triangulũ quidem a c d Aequicrus est, ęquali existẽte (vt asserit eorum oratio) a d, ipsi a c: Anguli verò, qui sub Basi, æquales, Angulus scilicet e c d, Angulo f d c. Angulus igitur f d c, maior est Angulo b d c. multò maior igitur est

Quarta.

Quinta.

Instantia.

Respõsio.




Angu-

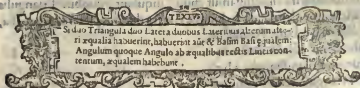
Angulus b c d, Angulo b d c. Sed quoniam rursus Linea d b æqualis est Lineæ b c, Anguli etiam, qui ad Basim, æquales sunt, nempe Angulus b c d, Angulo b d c. Idem igitur & multò maior, & æqualis est, quod minimè fieri potest. Et hoc quidem est, quod in exponendo quinto Theoremate dicebamus, quòd, Angulos, qui sub Basi sunt, sibi inuicē æquales esse, quanuis ad sequentium Theorematū Demonstrationes vtile non sit, ad Instantiarum tamen solutiones maximā affert vtilitatem. in præsentia nanque Instantiam redarguimus, quoniam accepimus quòd a c, a d ęqualibus existētibus, Anguli quoq; e c d, f d c æquales erunt. Consimiliter autē in aliis quoq; Theorematibus ad dubiorum solutiones maximè nobis cōferre apparebit.




Alia Instātia. Si quis autem dicat quòd sint super recta Linea a b, rectæ Lineæ b d, b c ęquales rectis Lineis a c, a d, quarum b c quidem ęqualis sit ipsi a c: b d vero, ipsi a d, ad aliud atq; aliud Signū, a scilicet, atq; b, ad easdem partes, eadem Extrema cum ipsis a c, a d habentes, c nempe, & d Signum, quid ad hunc sermonem dicemus? Respōsio. An quòd oportet primas etiam rectas Lineas super recta Linea a b constituere, hisqúe æquales super eadem recta Linea a b constitui? hoc modo enim Elementorum quoq; institutor in Propositione dicit. Ipse autem a c, & a d rectę Lineæ non sunt super recta Linea a b, sed ad quoddam eius Signum constitutæ sunt, & non super ipsa. Quamobrem aliæ quidem sunt quæ super a b recta Linea consistunt, vt a c, c b, & a d, d b: aliæ verò rectæ illę Lineæ, quæ à principio positæ fuerant † quæqúe ipsis ęquales constitui debent. (margin: † quæque ipsis æquales sunt.) cùm tamen opus sit rectas Lineas, quæ super recta Linea a b constituuntur, æquales ipsis esse, quæ erant super ipsa a b recta Linea. Tot etiam aduersus hæc, & aduersus hanc quæstionem sufficiant. Quòd autem præsens Theorema ab Elementorum institutorē per Deductionem ad impossibile ostensum est, & quòd impossibile ipsum communi oppugnat notioni dicenti, totum est sua parte maius: &, idem maius, æqualeqúe esse non potest, manifestum est. Videtur autem hoc Theorema Sumptio præassumpta octaui

Theo-

rematis esse, ad illius nanque Demonstrationem confert, & neque Elementum simpliciter est, neque Elementare. non .n. ad plura suam extendit vtilitatem. Rarissimum igitur apud Geometram ipsius vsum reperiemus.




Propó 8. Theorema. 5.

OCtauum Theorema quarti conuersum est, non iuxta præcipuam Conuersionem sumptum. non .n. totam illius Suppositionem, Conclusionem; totamque Conclusionem, Suppositionem facit. Verùm aliquam quidem Suppositionis quarti Theorematis partem, aliquam verò Quæsitorum, quæ in illo sunt contexens, vnũ quid ostendit eorum, quæ in illo Data fuere. nam hoc quidem, duo Latera duobus Lateribus æqualia esse, in vtroque Suppositio est: hoc verò, Basim Basi æqualem esse, in illo quidem vnum Quæsitorum erat, in hoc autem Datum est: hoc autem, Angulum Angulo æquum esse, Datum quidem in illo, Quæsitum verò in hoc. Sola igitur Datorum, Quæsitorumque immutatio Conuersionem efficit. Siquis autẽ causam addiscere desideret, propter quam octauum in ordine positũ est, & non statim post quartum tanquam illi Conuersum, quemadmodum sanè post quintum sextum, quippe quod ipsius quinti Conuersum est, plurima siquidem eorum, quæ conuertuntur Præcedentia consequuntur, & post ipsa nullo medio intercedente ostenduntur, dicendum quòd septimo quidem octauum indigebat. nam per Deductionem ad impossibile ostenditur, impossibile verò quòd tale sit, à septimo fit cognitum. Hoc autem rursus in Demonstratione, quinto indigebat. Necessariò igitur septimum, ac quintum ante hoc, quod nunc ostenditur Theorema præassumptum fuit. Quoniã verò Conuersum quoque quinto facilem, & ex Primis Demonstrationem habebat, iurè statim post quintum collocatum fuit, propter cognationem, quam habet cum illo: & quoniam cùm per Deductionem ad impossibile ostendatur, à cõmunibus notionibus quod fieri non potest redarguit, & non (quemadmodũ octauũ) ab alio Theoremate, euidentiora .n. ad redargutionẽ sunt ea, quæ cõmunibus notionibus oppugnantia sunt, iis quæ Theorematibus contradicunt. hęc siquidẽ per

Cōm. 12.

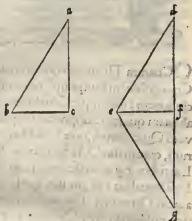
Quęstio

Respōsio.

per Demonstrationem sumpta sunt, illorum autẽ cognitio Demonstratione melior est. At Elementorum quidem institutor ex iam demonstrato septimo Theoremate quod nunc proponitur ostendit. Philonis verò familiares dicunt huius nihil indigendo octauũ se demonstratum ire. intelligantur enim (inquiunt) duobus Triangulis existentibus a b c, & d e f, duoq́ue Latera duobus Lateribus ęqualia, & Basim b c, Basi e f ęqualem habentibus, Basis Basi congruens, Triãgulumq́ue a b c, & Triangulum d e f positum in eodem quidem Plano, ne Basis declinatio duorum sit: ad alteram verò vtcunq; ipsius e f rectæ Lineæ partem, ita vt oppositi ipsorum vertices sint, viceq́ue ipsius a b c, sit hoc modo positum ipsum e f g. & sit ipsi quidem d e, æqualis e g: ipsi autem d f, ipsa f g. Ipsa itaque f g aut in directũ posita erit Lineæ d f, aut non in directum. & si nõ in directum, aut iuxta internã partem Angulum ad ipsam faciet: aut iuxta externam.

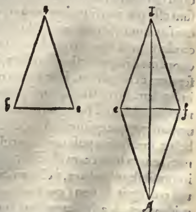
Philonis Demonstratio.

Casus Demonstrationis Philonis.




Primus. Sit primùm in directũ posita. Quoniam igitur ęqualis est d e ipsi e g, vnaq́ue est Linea ipsa d f g, Triangulũ d e g Aequicrus est, & Angulus, qui ad Signum d, Angulo, qui ad Signum g æqualis est.

Secundus. Si verò non indirectum iacet, intus faciat Angulum, cõnectaturq́ue d g. Quoniam igitur e d, e g æquales sunt, Basisq́ue d g, Angulus etiam e d g Angulo e g d æqualis est. Rursus quoniã æqualis est d f, ipsi f g, Basisq́ue d g, Angulus quoq; f d g, Angulo f g d æqualis est. Erat aũt & Angulus e d g æqualis Angulo e g d. Totus igitur e d f, toti f g e ęqualis



æqualis eſt, quod oportuit demonſtraſſe. Tertiò autem iuxta externam partem faciat Angulum ad ipſam d f, ipſa f g, & connectatur extrà recta Linea d g. Quoniam igitur d e, e g æquales ſunt, Baſisq́ue d g, Anguli e d g, d g e ęquales sũt. Rurſus quoniam d f, f g æquales ſunt, Baſisq́ue d g, Angulus f d g, Angulo f g d æqualis eſt. Erãt autem toti etiam e d g, d g e Anguli ad inuicem ęquales: & reliqui igitur e d f, f g e Anguli inter ſe æquales erunt. & ſic Propoſitum iuxta quamlibet f g rectæ Lineæ poſitionem inuentum eſt, dum Theorema nos demonſtrauimus, ſeptimoq́ue nuſquam vſi fuimus. Num igitur (dicunt ipſi) fruſtra illud ab Elementorũ inſtitutore introductum eſt? ſi .n. propter octauum tantùm ipſum aſſumpſimus, octauum autem abſque etiam illo oſtenſum eſt, quonam pacto penitus inutile ſeptimum non apparet? Aduerſus hæc itaq; dicendum (quæ ij etiam, qui nos præceſſere dixerunt) quòd ſeptimum Theorema demonſtratum, ijs, qui Aſtronomicarum rerũ periti ſunt, eo in loco, vbi de Solis, Lunæq́ue defectibus habetur ſermo, maximam affert vtilitatem. hoc .n. aiunt vtentes oſtendiſſe quòd tres conſequenter Defectus æquali ſpatio ab inuicem diſtantes nequaquam fient. Dico autem, ita vt ſecundus tanto temporis ſpatio diſtet à primo, quanto tertius à ſecundo. Exempli gratia, ſi poſt primum ſecundus ſex menſibus, vigintiq́ue diebus elapſis factus fuit: Tertium vtique poſt ſecundum tanto tẽporis ſpatio minimè factum eſſe, verùm aut maiori, aut minori. hoc autem ſic ſe habere per ſeptimum Theorema demonſtrari. & non hoc ſolùm Elementorum inſtitutorem tanquam ad Aſtronomiam nobis conferens obiter oſtendiſſe, verùm multa quoque alia Theoremata, atq; Problemata. vltimum .n. in quarto, per quod quindecim Angulorum Figuræ Latus Circulo inſcribit, cuius gratia quis dixerit eũ proponere niſi ad Aſtronomiam huiuſce Problematis relationis? qui enim deſcripſerunt in Circulo per Polos tranſiente Quindecangulũ,

Tertius.

Dubitatio

Solutio.

Tres defectus cõſequẽter ęquali ſpatio diſtantes eſſe nõ poſſunt.

Vltima ꝑpoſitio libri quarti quo ad Aſtronomiã conferat.

Polorum Aequatoris à Signiferi Polis distantiam habent, Quindecangulari siquidem Latere ab inuicem distant. Videtur igitur Elementorum institutor ad Astronomiam etiam respiciens, multa præostendere, ad illam quoque scientiam nos præparans. Cùm autem simul vidisset quòd septimum hoc Theorema ex quinto Theoremate ostenditur, octauumq́ue absque vlla varietate ostendit, hunc ipsi locum præbuit. siquidem Philonis additio pulchra quidem est, Casuum autem varietate Elementari institutioni non satis conueniens. Ad hanc igitur Quæstionem hęc dicta sint.

Dubitatio. Siquis autem dubitet qua ratione tot etiam in octauo non addidit, quot in quarto Theoremate, & Triangula (inquam) & reliquos Angulos, æquales esse;

Solutio. Dicemus quòd verticali Angulo æquale demonstrato, omnia quoque omnibus æqualia esse per quartum Theorema sequutum est. Hoc igitur solum per se demonstrasse oportuit, reliqua verò omnia tãquam consequentia sumpsisse.

Documentum. Videtur autem verticalium Angulorum ęqualitatem, Laterum illos Angulos cõprehendentium, Basiumq́ue æqualitas efficere. neque enim Basibus inæqualibus existentibus ijdem Anguli manent comprehendentibus Lateribus æqualibus suppositis, verùm dum Basis minor fit, Angulus simul diminuitur, & dum crescit illa, Angulus quoque vnà crescit, neque ijsdem Basibus existentibus, Lateribus autem inæqualibus euadentibus Angulus manet, verùm dum quidem imminuuntur, augetur: dum verò augentur, iminuitur. Contrariam.n. passionẽ Anguli, Lateraq́ue illos cõprehendentia patiuntur. etenim si in eadẽ Basi Latera in inferiorẽ partẽ descẽdere intelligas, ipsa quidẽ diminuis, Angulum aũt ab ipsis cõprehensum auges, maiorẽq́ue ipsorũ ab inuicẽ distantiam efficis. Si aũt in altũ ferri, additamentumq́ue suscipere: Angulum, quẽ continent diminuis. coincidunt siquidem diutius, vertice ipsorum magis remoto à Basi facto. Certum igitur est dicere, quòd & Basis eadẽ existẽs, & Latera ęqualia existẽtia, ipsius Anguli ęqualitatẽ determinãt.

Propõ 9. Probl. 4.

TEXTVS

Datum Angulum rectilineum bifariam secare.

Cõm. 13.

PRoblematibus Theoremata admiscet, Theorematibus'q; Problemata contexit, & vtrisq; totã Elementarem institutionem cõficit, tum quidem Subiecta comparãs, tũ verò Symptomata circa subiecta

ipsa considerans. Cùm itaque præcedentibus ostendisset & in vno Triangulo æqualitati Laterum consequentem æqualitatem Angulorum, & è contrario: & in duobus Triangulis similiter, hoc excepto, quòd Conuersionis modus in vno, in duobusque Triangulis diuersus fuit, ad Problemata transit, iubetque datum Angulum rectilineũ bifariam secare. Et manifestum, quòd Angulus hic quidem iuxta Formã est datus. Rectilineus.n. dictus est, & non quicunque. nam omnẽ Angulũ bifariam secare secundũ Elementarem institutionem non possumus. quandoquidem ambiguum etiam esse possibile est, an omnis Angulus bifariam secari possit. fortasse enim dubites vtrũ possibile sit Cornicularem Angulum bifariam secare. Quinetiã sectionis Ratio nobis distincta fuit, & hoc rursus non abre. in quamlibet enim Rationem diuidere, præsentem transgreditur Constructionem. Exempli gratia in tres, vel in quatuor, vel in quinque partes æquales. nam Rectum quidem trifariã secare possibile est, paucis eorũ, quæ posterius tradenda sunt vtentem: Acutum verò, impossibile ad alias Lineas non trascendentem, quæ mistæ sunt Speciei. Hoc autẽ manifestant qui hoc modo proposuere. Datum Angulum rectilineum trifariam secare. nam Nicomedes quidẽ ex Conchoidibus Lineis, quarum & Ortum, & ordinẽ, & Symptomata tradidit, inuentor ipse proprietatis ipsarum existens, omnem rectilineum Angulum trifariam secuit. Alij verò, ex Hippiæ, Nicomedisque quadrantibus Lineis idem fecerunt, mistis hi etiam quadrantibus Lineis vsi. Alij autem ab Archimedis Helicibus incitati, in datam Rationem datum rectilineum Angulum secuerunt. quorum considerationes ijs, qui instituuntur contemplatu difficiles cùm sint, in præsentia omittimus. forsan enim magis cõmodum erit hoc quidem in tertio libro examinare, Elementorum institutore datam Circunferentiam bifariam secante. ibi nanque idem inquisitionis est modus, non solùm bifariam, verùm etiam Trifariam secare. & ab ijsdem Lineis prisci omnẽ Circunferentiam in tres partes æquales diuidere conati sunt. Iurè igitur, qui etiam rectæ Lineæ tantùm, & Circunferentiæ mentionem fecit, solum rectilineum Angulum, Circunferentiamque bifariam tantùm secuit. Species autem, quæ ex his mistione constituuntur explicatu, enumeratuque difficiles existentes, haud curiosè examinans, omnes huiuscemodi inquisitiones, quæcunque mistis egent Lineis prætermittit, in primis, simplicissimisque formis ea solùm, quæ ex his vel fieri, vel considerari possunt inuestiganda proponens. quale profectò est, quod etiam in præsentia proponitur Problema. Datum Angulũ

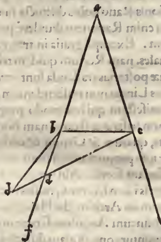
Circa hoc Vide Vitellionẽ i 18. Propositione primi.

Nicomedes ꝓprietatis Conchoidũ Linearũ fuit inuentor.

In Propositione 30. tertii Elemen.

Hic tradit causam ꝓpter quã Eucl. rectilineũ Angulũ solũ, & Circunferentiam in duas tãtũ partes æquales secuit.

gulum rectilineum bifariam secare] in hoc enim in Constructione quidem vna Petitione,& primo,ac tertio Theoremate; in Demonstratione verò, solo octauo Theoremate vtitur. omnino siquidem Problemata quoque Demonstratione egent (vt prius etiam diximus) quodque scientiam gignit, ab hac adipiscuntur. Fortasse autē quidam aduersus Geometram instent dicentes,quod apud ipsum cōstituitur Aequilaterum non intra duas rectas Lineas verticem habere, verùm aut in altera,aut etiam extra vtranque, fieri autem manifestum vtrunque quòd dicitur,per elementa. Sit Angulus b a c, quem bifariam secare oportet.& in Linea a b, Signum b, & ipsi b a æqualis c a, & connectatur b c, cōstituaturque in ipsa Triangulum æquilaterum b c d. hoc porrò d Signum aut inter a b, a c rectas Lineas est, aut in a b, aut in a c, aut extra vtranque. Elementorum itaque institutor inter illas ipsum assumpsit,& propterea qui impedimento sunt, Demonstrationemque impediunt aut in altera rectarum Linearū ipsum positum esse dicunt; aut extra etiam vtranque. Ponatur igitur d Signum in Linea a b, ita vt b c d Triangulum æquilaterum sit. Aequalis igitur est d b, ipsi d c,& Anguli, qui ad Basim, æquales sunt, Angulus scilicet c b d, & Angulus b c d. Totus igitur b c e maior est Angulo c b d. Rursus quoniam a b, ipsi c a æqualis est, Triangulum a b c æquicrus est, & Angulos, qui sub b c Basi sunt, æquales habebit. Angulus igitur b c e, Angulo c b d æqualis est. Erat autem & maior, quod fieri non potest. Trianguli ergo Aequilateri vertex in recta Linea a b d esse non potest. Similiter ostendemus quòd neque etiam in Linea a c e. Ponatur igitur extra vtranque si fieri potest. Quoniā igitur b d, ipsi c d æqualis est, Anguli, qui ad Basim, ęquales sunt, nempe b c d,& c b d. Maior igitur est Angulus b c d, Angulo c b f. multò igitur maior est b c e, ipso c b f. verùm æqualis etiam ipsi est, sub Basi siquidē b c Aequicruris a b c sunt, quod fieri non potest. Non ergo d Signum extra




In lib. 2. cap. 8.

Instantia.

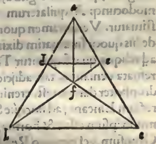
Solutio.

duas

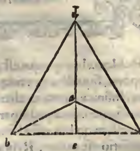
duas Rectas in his partibus iacebit. Similiter autem ostēdemus quòd neque etiam alijs in partibus. Et vides rursus quòd Instantias redarguimus hoc vtentes, Aequicrures (inquam) Triangulos Angulos, qui sub Basi sunt, æquales habere. hoc illud, quòd prius dicebamus, quòd plura scientię oppugnantium, debilia, facileque cōfutabilia hoc Theoremate ostenduntur: & quòd hanc Geometræ præstat vtilitatem. Siquis autem dicat sub Basi b c locum non esse: opus esse verò Aequilaterum ad easdem partes, in quibus sunt Lineæ b a, a c constituere, necesse vtique erit Lineas, quæ constituuntur aut ipsis b a, a c congruere, si ipsæ quoque Basi c b æquales: aut extra ipsas cadere, si ipsæ Basi b c minores: aut intra, si ipsæ b a, a c, ipsa b c maiores fuerint. Congruant primùm, sitque Aequilaterum ipsum b a c, & sumatur in Latere a b Signū d, & à Latere a c auferatur æqualis ipsi a d, quæ sit a e, connectanturque d e, b e, c d, a f. Quoniam itaque a b, ipsi a c: & a d, ipsi a e æquales sunt, duæ b a, & a e, duabus c a, a d æquales sunt, eūdemque Angulum comprehendūt. Quamobrē & omnia omnibus sunt æqualia, & Angulus d b e, Angulo e c d ęqualis est. Aequalis autem est & d b ipsi e c: & b e, ipsi c d. Et omnia igitur omnibus ęqualia sunt. Quapropter Angulus d e b, Angulo e d c æquus est. sub his.n. ęqualia Latera subtendunt. Et d f igitur ipsi e f (per sextum) æqualis est. Quoniam igitur a e, ipsi a d ęqualis est, & a f cōmunis, Basisque d f, Basi e f ęqualis, Angulus d a e ī duas partes ęquales dissectus est, quod faciendum erat.

Idē superius in cō. 9. 10. & 11.

Varii huius Theorematis Casus.



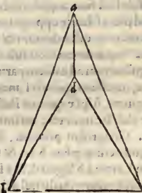

Si autem extra b a, a c rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera cadant, sint b d, d c, connexaque d a producatur vsque ad Signū e. Quoniam itaque b d, d c æquales sunt, communis autem d a, Basesque b a, a c ęquales, Angulus quoque b d a (per octauum) Angulo c d a ęqualis est. Rursus quoniam b d, d c æquales sunt, & d e cōmunis, Angulosque æquales continent (vt ostensum est) Basis quoque b e, Basi e c (per



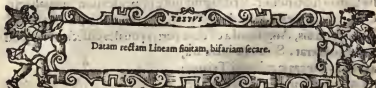

quar-

quartum) æqualis eſt. Quoniam igitur a b æqualis eſt ipſi a c, communisque a e, Angulus quoque b a e, Angulo c a e æqualis eſt, quod oſtendendum erat. Si verò intra a b, a c rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera ceciderint, vt ipſa b d, d c, connectatur rurſus Linea a d. Quoniam itaque b a, ipſi a c æqualis eſt, communisque ipſa a d, Baſis autem b d æqualis eſt Baſi c d, et Angulus ergo b a d Angulo c a d (per octauum) æqualis eſt. Bifariam ergo ſecatur Angulus, qui eſt ad Signũ a, quomodocunque Aequilaterum conſtituatur. Veruntamen quoniam de his quoque ſummatim diximus, ad reliqua, quæ ſequuntur Theoremata veniamus, tale adijcientes circa Angulum datum, quòd quadrupliciter dari poteſt. etenim Poſitione, vt quando dicimus ad hanc rectam Lineam, ad hocque Signum Angulum poni, & datum hoc modo ipſum eſſe: & Forma, vt quando Rectum, vel Acutum, vel Obtuſum, vel omnino Rectilineum, vel Miſtum dicimus: & Ratione, cùm duplum huius, & triplum dicimus, vel omnino maiorem, & minorem: & Magnitudine, vt cùm tertiã partem Recti dicimus. Præſens autem Angulus Forma tantùm datus eſt.

Documētum.




Propō 10. Procl. 5.




PRoblema hoc quoque eſt, quod finitam quidem rectam Lineam ſupponit, ſiquidem ex vtraque parte infinitam terminare non poſſumus. Infinitæ autem ex altera parte tantùm, vbicunque Signũ ſumptum fuerit, in inæquales partes fit ſectio. illa enim, quæ in eiſdẽ partibus eſt, in quibus rectã Linea infinita exiſtit, reliqua finita exiſtente, neceſſariò eſt maior. Reliquum igitur eſt vt ex vtraque parte finita accipiatur quæ bifariam ſecari debet. Fortaſſe autem quidam ab hoc

Cōm. 14.

Dubitatio

Pro-

blemate excitati arbitrentur quòd tanquam Suppositio apud Geometras hoc præacceptum est, Lineam non constare ex impartibilibus. si enim ex impartibilibus constet, aut ex imparibus finita, cõpletaqúe existit: aut ex paribus. At si ex imparibus, impartibile quoque secari videtur dum Recta bifariam secatur. quoniam altera ipsius pars cùm ex pluribus impartibilibus constet, reliqua maior erit. Fieri igitur non potest vt data recta Linea bifariam secetur, si Magnitudo ex impartibilibus constat. Si autem nõ ex impartibilibus, in infinitum diuiditur. Videtur itaque (dicunt ipsi) hoc communi omnium consensu accipi, Geometricumqúe principium esse, Magnitudinem ex eorum esse numero, quæ in infinitum diuiduntur. Nos autem quod Geminus ait aduersus hæc dicemus, quòd diuisibile quidẽ Continuum esse iuxta communem notionem Geometræ præaccipiunt. hoc enim Continuum esse dicimus, quod ex partibus coniunctis constat, omnino autem hoc diuidi etiam possibile est, quòd verò in infinitum quoq; Continuum diuiditur, non præsumpsere, sed ex proprijs demonstrant principijs. cùm enim ostendunt quòd incommensurabilitas in Magnitudinibus est, & non omnes ad inuicem cõmensurabiles sunt, quid aliud ipsos ostendere quispiã dicat, nisi quòd omnis Magnitudo in semper diuisibilia diuiditur, & nunquam in impartibile deueniemus, cùm minimum communis mensura omnium Magnitudinum sit? Hoc igitur demonstrabile, illud verò, Pronunciatum est, quòd scilicet omne Continuum, est diuisibile. Quapropter cùm finita quoque Linea continua sit, diuisibilis est. Et ab hac notione finitam rectam Lineam Elementorum institutor in duas secat partes æquales, non autem tanquam præassumens quòd in infinitum diuisibilis est, non enim idem est, diuisibile aliquid esse, & in infinitum esse diuisibile. Redargueretur autem per hoc Problema Xenocratis etiam sermo insecabiles Lineas inferens. omnino enim si est Linea, aut Recta est, fieriqúe potest vt bifariam ipsa secetur: aut Circularis, & est maior quadã Recta (omnis siquidem Circularis prorsus quandam Rectam minorem habet) aut Mista, atque eò magis hæc diuisibilis est, cùm ex Simplicibus diuisibilibus constet. Verum enim uero hæc quidem ad aliam contemplationem differantur. Geometra autem rectam Lineam finitam bifariam secat, in Constructione quidem primo, ac nono vtens: in Demonstratione verò, quarto solo. per Angulos enim Bases æquales ostendit. Apollonius verò Pergeus datam rectam Lineam finitam bifariam secat hoc modo. Sit (inquit) recta Linea finita a b, quam bifariã secturi sumus, & Cẽ

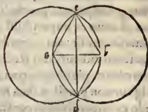
Solutio ex Gemini sẽtentia.

Vide Aristo. in libello de Lineis insecabilibus.

Confutatẽ hic Xenocratis opinio de Lineis inseca bilibus. vi de et Ari. in libello de Lineis insecabilibus.

Apol'onii Perge. Demõstratio

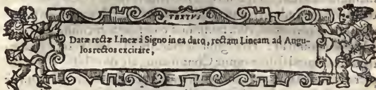
tro quidem a, interuallo autem a b, Circulus deſcribatur. Rurſusq́ue Cētro quidem b, interuallo verò b a, alius Circulus deſignetur, & connectatur ad communes Circulorum ſectiones recta Linea c d. hæc bifariam ſecat rectam Lineam a b. cōnectantur enim d a, d b, & c a, c b, quę ęquales ſunt. nam vtraque ipſi a b ęqualis eſt. Communis autem c d, & d a, ipſi d b per eandem rationem æqualis eſt. Angulus ergo a c d, Angulo b c d ęqualis eſt. Quamobrem a b (per quartum) bifariam diſſecta eſt.




Epilogus. Talis eſt ſecundum etiam Apollonium præſentis Problematis Demonſtratio, ab æquilatero quidem Triangulo & hæc ſumpta: vice autem huius, Angulum nēpe, qui ad c Signū eſt bifariā diſſectū ſuſcepiſſe, bifariam cum eſſe diſſectum per æqualitatem Baſium oſtendens.

Melior eſt Eucli. De mō Demōſtratione Apollonii. Multò igitur melior Elementorum inſtitutoris Demonſtratio eſt, cùm & ſimplicior ſit, & ex principijs ſcaturiat.

Propō 11. Probl. 6.

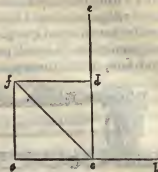



Datæ rectæ Lineæ à Signo in ea dato, rectam Lineam ad Angulos rectos excitare.

Com. 15. SIue ex vtraque parte finitam, ſiue ex vtraque infinitam, ſiue ex altera quidem parte infinitam, ex altera verò finitam rectam Lineam acceperimus, & Signum in ipſa, præſentis Problematis Conſtructio cōmode Geometræ ſuccedet: quanuis enim in rectæ Lineæ extremitate datum Signum fuerit, rectam ipſam producentes, eadem faciemus. Manifeſtum autem quòd Signum quidem in Præſentia Poſitione datum eſt, cùm in recta Linea Poſitione tantùm iaceat. Recta Linea verò, iuxta Formam data eſt. Magnitudo ſiquidem ipſius, vel Ratio, vel Poſitio non fuit diſtincta. Elementorum itaque inſtitutor primo vſus Theoremate, atque Tertio, vnaq́ue Petitionum, prima ſcilicet, & octauo præter hæc Theoremate, decimaq́ue Definitione, propoſitum oſtendit.

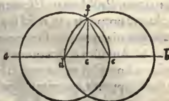
Caſus problematis. Si autem quidā in rectæ Lineæ extremitate Signum ponentes, nos Rectam minimè producentes, ab hoc rectam Lineam ad Angulos rectos erigere rogarent, hoc quoque fieri poſſe oſtendemus.

mus. Sit enim recta Linea a b, datumq́ue in ea Signum a, & sumatur in recta Linea a b quodcunq; Signum, sitq́ue illud c, & ab hoc (quemadmodum Elementũ nos docuit) ipsi a b, recta Linea ad Angulos rectos erigatur, sitq́ue illa c e, & ab ipsa c e, ipsi a c æqualis abscindatur d c, & Angulus, qui ad Signum c bifariam secetur à Linea c f, & à Signo d, ipsi c c ad Angulos rectos excitata coincidat cum recta Linea f c in Signo f, & à Signo f, ad Signum a connectatur f a. Dico quòd Angulus, qui




ad Signum a, rectus est. cùm .n. d c, ipsi c a æqualis sit, cõmunis autem c f, Angulosq́ue æquales contineãt. (Angulus .n. qui ad Signum c, bifariam sectus fuit) & d f igitur, ipsi f a æqualis est, omniaq́ue similiter omnibus (per quartum) æqualia sunt. Quapropter Angulus etiam, qui ad Signum a, Angulo, qui ad Signum d æqualis est. Rectus autem est qui ad Signum d, Rectus igitur est & qui ad Signũ a. Quęsitum ergo ostensum est. Elementorum autem institutor hoc artificio nihil indiget. nam ad Angulos rectos Lineam excitare iussit, non autem ad vnum rectum. Operæpretium est igitur haud in rectæ Lineæ extremitate Signum suscipere, vt quę excitatur recta Linea ad subiectam rectam Lineam Angulos faciat, non autem vnum Angulum. Apollonius verò Lineã ad Angulos rectos excitat hoc modo. Apollonii Demõ.

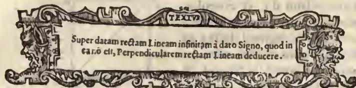
Sit .n. (inquit) data quidẽ recta Linea a b, datum verò in ea Signum c, sumatur aũt in ipsa a c quodcunque Signũ, sitq́ue illud d, et ab ipsa c b, ęqualis ipsi c d auferatur, quę sit c e, & Centro quidẽ d, interuallo verò d e, Circulus describatur, rursusq́ue Cẽtro quidem e, interuallo autem e d,




Circulus designetur, & ducatur recta Linea à Signo f, ad Signum c. Dico quòd hæc est illa, quæ ad Angulos rectos excitata est. si .n. f d, f e connexæ fuerint, æquales erunt. Aequales autem sunt & d c, c e, & cõmunis f c. Quamobrem Anguli etiam, qui ad Signum c (per octauum) sunt æquales. Recti igitur sunt. Vides'ne rursus quòd ma Comẽdat Euclidis Demõnę.

gis varia hæc Demonstratio est ea, quæ est apud Elementorum institutorē, Circulorumqúe descriptione indiguit, ut hinc super d e recta Linea Triangulum æquilaterum designaret, propositumque ostenderet: reliqua .n. omnia Demonstrationibus communia sunt. Demonstrationem autem, quæ per Semicirculum fit nec commemorare dignum est. multa siquidē præsupponit eorū, quæ posterius ostendenda sunt, ab Elementarisqúe institutionis ordine omnino decidit.

Dānat Demōné, quę fit per Semicirculos.




Propō 12. Probl. 7.

Super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea nō est, Perpendicularem rectam Lineam deducere.

Cōm. 16. Oenopides prim' fuit huius Problematis indagator.

HOc Problema Oenopides primus indagauit, vtile ipsum ad Astrologiam existimans. Vocat autem Perpendicularem prisco more Gnomonem, quoniam Gnomō etiam Orizonti ad Angulos rectos est, eadem est autem Linea ad Angulos rectos cum Perpendiculari, habitudine tantùm ab illa differens, cùm Subiecto eadem sit, quemadmodū (inquit ipse) & Gnomon. Duplex aūt rursus Perpendicularis est, alia quidē plana: alia verò, solida. & cùm quidē Signū, à quo Perpēdicularis recta Linea ducitur, in eodē Plano fuerit, plana Perpendicularis vocatur: cùm verò Signū sublime, extraqúe subiectum Planū fuerit, solida nuncupatur. Et plana quidē ad rectā Lineā ducitur: solida aūt, ad Planū. Propterea necessariū ēt est illā non ad vnā rectā Lineā rectos Angulos facere, verū ad omnes, quę in eodē Plano sunt rectas Lineas. ad Planū.n. Perpendicularis deducta fuit. In præsenti igitur Problemate Elementorū institutor planā Perpēdicularē deducere proponit. ad rectā siquidē Lineā deductio proponitur, & quatenus oīa in eodem supponuntur Plano sermo procedit. In Linea itaq; ad Angulos rectos quoniā Signū in ipsa Recta suppositum fuit, Infinitudine nihil egebamus. in Perpēdiculari aūt, datā rectā Lineam infinitā supponit, quoniam Signū, à quo Perpēdicularis ducetur extra rectā alicubi iacet. si.n. infinita nō esset, eatenus Signū accipere possemus, vt extra quidē datā rectā Lineā esset, in directū ipsi iacens, ita vt protracta recta Linea in ipsū incideret, Problemaqúe haud bene succederet. Idcirco infinitā posuit rectā Lineā, vt ad alterutrā tantū ipsius partē Signū accipiatur, nusq; loco ipsi relicto, in quo datę rectę Lineę in directū esse posit, nisi in illa, & nō extra illā ponēdū sit. Hac igitur

Duplex perpendicularis.

de

de causa recta Linea, ad quam Perpendicularis ducetur, infinita data fuit. Quomodo autem Infinitum subsistere potest, contemplatione dignum est. manifestum enim quòd Recta infinita existente, Planum quoque infinitum erit, hæcque actu, si quod ab Euclide propositum fuit verum est. Quòd itaque in sensilibus quidem nulla Magnitudo iuxta vllam distantiam infinita existit tum diuinus Aristoteles, tum qui ab ipso Philosophiam acceperunt, affatim ostendunt. neque enim quod Circulariter mouetur, neque vllum aliorum simplicium corporum infinitum esse potest. vniuscuiusque siquidem locus terminatus est. Veruntamen neque etiam in separatis, impartibilibusque Rationibus esse huiuscemodi Infinitum possibile est. Si enim neque etiam Dimensio, neque Magnitudo in illis est, multò minus infinita Magnitudo esset. Reliquum igitur est Infinitum in Phantasia tantùm subsistere, Phantasia Infinitum non intelligente. simul enim intelligit, Formamque, & Finem infert ei, quod intelligitur, & intellectione transitum phantasmatis sistit, percurritque ipsum, atque amplectitur. Non igitur intelligente Phantasia Infinitum est, sed potius in infinitum circa id, quod intelligitur progrediente, non autem intelligente: & quicquid innumerabile, intelligentiaque incomprehensibile relinquit, hoc infinitum dicente. quemadmodum enim Visus non videndo, tenebras cognoscit: ita Phantasia non intelligendo, Infinitum percipit. Producit itaque ipsum eò quòd vim impartibilem habet, quæ assiduè progredi potest: intelligit verò tanquam subsistens, quoniam Infinitum non intelligit: quod enim tanquam quod percurri non potest reliquit, hoc Infinitum dicit. Quamobrem cùm datam infinitam Lineam in Phantasia posuissemus, quemadmodum sanè reliquas etiam omnes Geometricas species, nempe Triangula, Circulos, Angulos, Lineas, omniaque huiuscemodi, non admirabimur quomodo actu infinita est Linea, seipsamque in infinitum progrediens finitis applicat intellectionibus. At Cogitatio, apud quam rationes, Demonstrationesque sunt, non ad scientiam Infinito vtitur, Infinitum siquidem omnino scientia perceptibile non est, sed ex suppositione ipsum accipiens, Finito solo ad Demonstrationē vtitur, & non Infiniti gratia, sed Finiti Infinitū assumit. quoniã si concesseris ipsi datū signū neq; in directū finitę datę rectę Lineę iacere, neque sic ab ipsa distare, vt nulla eius pars Signo subijciatur, nihil amplius Infinito indigebit. Vt igitur finita recta Linea Cogitatio vtens sine reprehensione, controuersiaque ipsa vtatur, esse Infinitum supponit, quippe quæ Phan-

Digressio

Aristo. 3. phy. in c. de infinito.

Infinitum in Phantasia subsistit.

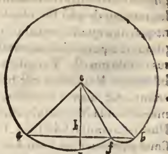
Pulcherrimum exẽplum.

Phantasia habet vim impartibilem. idem in 1 libro cõm. 1.

Finis Digresfionis

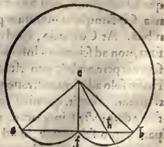
Instantiæ huius Problematis.

tasiæ Infinitudine generationis Infiniti tanquam fundamento vtitur. De Infiniti itaque suppositione tot in præsenti sufficient. Post hæc aũt veniamus ad Instantias, quæ aduersus huiusce Problematis Constru-ctionem feruntur. Suscipiatur .n. (dicunt) recta Linea infinita existente a b, Signoque dato, à quo Perpendicularem ducere oportet c, in altera parte Signum d, quemadmodum inquit Geometra. verùm Circulus, qui secat rectam Lineam a b in Signis a b, secet etiam ipsam in Signo f, situmque subscriptum habeat.

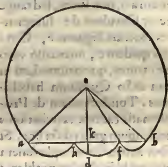


Respõsio.

Aduersus itaque hunc sermonẽ dicemus quòd impossibile dicit, secetur .n. recta Linea a b bifariam in Signo h, cõnectaturque c h, & producatur vsque ad Circunferentiam ad Signum d, connectanturque c a, c b, c f. Quoniam itaque ex Centro hæ sunt, & a h, ipsi h b æqualis est, cõmunis verò c h; omnia omnibus æqualia sunt. Ipsa igitur c h ad Signum h rectos efficit Angulos. Rursus quoniam c a, c b æquales sunt, Angulos ad Signa a b æquales faciunt. verùm c a quoque, ipsi c f æqualis est, quamobrem Angulus etiam c a f, Angulo c f a æqualis est. Similiter Angulus c b f, Angulo c f b. Quoniã igitur Anguli qui ad a, & b Signa, æquales sunt; Angulus quoque c f a, Angulo c f b æqualis est, suntque deinceps, Recti igitur sunt. Est autem vterque etiam Angulorum, qui sunt ad Signũ h, rectus. Ipsa igitur c h, ipsi c f æqualis est. At c f etiam æqualis est ipsi c d, ex Centro siquidem sunt. & c h igitur, ipsi c d æqualis est, quod fieri nõ potest. Nõ secat igitur Circulus in alio Signo rectam Lineam a b. Siquis aũt dicat quòd qui describitur Circulus ipsam a b in Signo f bifariam secat, rursus idẽ impossibile ostẽdemus. Describantur .n. omnia vt prius, & recta Linea f b bifariam secetur in Signo h. Quoniam igitur a f, f b æquales sunt, cõmunis autẽ c f, Basisque c a, Basi c b æqualis, omnia

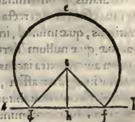


omnibus æqualia sunt. Quaproptеr Anguli, qui ad Signum f, recti sunt. Rursus quoniam æqualis est f h, ipsi h b, cõmunisqúe c h cõnexa, & Basis c f æqualis Basi c b, ex Centro .n. sunt, Anguli igitur, qui ad Signum h, recti sunt. æquales .n. deincepsqúe sunt. Quoniã igitur vterque Angulorum c f h, c h f rectus est, æqualis est c f, ipsi c h. Verùm c f, ipsi c e æqualis est, ex Centro enim sunt, & c h igitur, ipsi c e inæqualis non est, quod fieri minimè potest. Reliquum autem est Tertiam Instantiam percurrere. Secet .n. (inquiunt) qui describitur Circulus rectam Lineam in Signis a, b, & in Signis f, h. Nos itaq; secãtes rectam Lineam a b bifariam in Signo k, & cõnectentes Lineas c a, c f, c k, c b id, quod fieri nõ potest ostẽdemus. cùm enim a k, k b æquales sint, & communis c k, Basesqúe c a, c b æquales, & Anguli igitur, qui ad a b Signa, æquales sunt, qui autem ad Signũ k, recti. Verùm vtraq; ipsi c f æqualis est. & Anguli igitur, qui ad Signum f, recti sunt. æquales sunt .n. deinceps existentes. ipsa igitur c f æqualis est ipsi c k. rectos .n. Angulos subtendunt. At c f æqualis est ipsi c d, ex Centro siquidem sunt, c d ergo, ipsi c k æqualis est, quod est impossibile. Fieri igitur non potest vt in vno Signo, vel in duobus, vel ĩ pluribus aliis præter Signa a b Circulus, qui describitur rectam Lineam a b secet. Instantiæ itaque hæ sunt. Sunt autem & Casus Constructionis huiusce Problematis, qui ab Instãtiis sunt distinguendi. non. n. idem est Instantia, & Casus, sed hic quidem aliter idem ostendit: illa uerò, instantem ad incommodum ducit. Alii autem expositores hæc ab inuicem non distinguentes, omnia in idem afferunt, incertumqúe est vtrum Casus nobis, an Instantias scribere enũtient. Nos igitur hæc distinguentes, seorsum post Instantias Casus describere colligimus. Sit igitur recta Linea Infinita a b datum autẽ Signũ c. Dicit itaque aliquis quòd nõ est amplius locus in altera rectæ Lineæ parte, sed in illa tantum vbi Signum c iacet

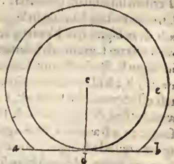



Quò differat Casus ab Instãtia. & quo vide ẽt superius cõ. primo huius libri.

Casus huius Problematis.



iacet. Sumētes igitur in ipsa a b recta Linea Signum d, Centro quidem c, & interuallo c d, Circuli Circunferētiam describemus d e f, secantesque ipsam d f bifariam in Signo h, cōnectemus Lineas c d, c h, c f. Quoniam igitur d h, ipsi h f æqualis est, cōmunis autem c h, & c d ipsi c f æqualis est (ex Cētro.n.sunt.) Anguli igitur, qui ad Signum h sibi inuicē æquales sunt deinceps existētes. Recti igitur sunt. Perpēdicularis ergo est c h ad ipsam d f.



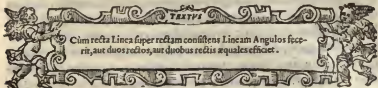

Quin etiam siquis dicat Circulum, qui describitur rectam Lineam a b, non secare, sed tangere vt Circulum d e, suscipientes exterius Signum e, Centro quidem c, interuallo verò c e vtentes, quemadmodum iam dicto Quæsitum habebimus. Totidem etiam de Problematis casibus exercitationis audientium gratia dicta sint. Si libet autem contemplationem quoque hisce duobus problematibus adijcere, videtur quidem recta Linea, quæ ad Angulos rectos erigitur, vitam ab Inferioribus in altum tendentem, pureque, atque incontaminatè ascendentem, ad deterioraque inflexibilem manentem imitari: Perpendicularis verò, vitæ quidem per ipsam Perpendicularem descendentis, Infinitudineque iuxta generationem minimè repletæ imago esse. Rectus enim Angulus inflexibilis, Aequalitateque, Termino, atque Fine coarctatæ actionis est Nota. Vnde sanè Timæus quoque alterum Circulum sensilium Rationes habentem, in Anima diuina rectum appellauit in nostris enim Animis omnis generis flexionibus flectitur, variasque contorsiones, perturbationesue à generatione patitur: in Totis autem immaculatus, incontaminatusue, firmusque, atque indecliuis ante sensilia situs est. Si autem recta quoque infinita Linea Nota est totius generationis, quæ infinitè, indeterminateque mouetur, nec non ipsius Materiæ, quæ nullum Terminum, nullamque est Formam sortita? Signum autem extra iacens, impartibilis essentiæ à materialibusque separatæ imaginem affert, proculdubio quæ etiam deducitur Perpendicularis eam imitabitur vitam, quæ ab Vno, impartibilique ad generationem incontaminatè progreditur. Si verò non aliter etiam Perpendicularis esse ostenditur nisi à Circulis, hoc quoque inflexibi-

Digressio

Vnum hic pro Deo.

litatis,

litatis, quæ vitis per Mentem inest, Signum erit. nam vita quidem ipsa per se ipsam cùm tanquam motus sit, indeterminata est: terminatur autem, & pura, immaculataqúe potentia repletur Mente participans, † vnaqúe cum Mente progrediens. † Mentiq; adhęrēs.




Propō 13. Theor. 6.

AD Theoremata rursus transiuit ea consequens, quæ per Problemata ostensa sunt. Quum enim ad rectam Lineam Perpendicularis, & ad Angulos rectos recta Linea ducta fuisset, reliquū erat quærere, si Perpendicularis non esset, quales Angulos, & quomodo se se habentes ad rectam Lineā efficiet quæ in ipsa consistit. Hoc igitur vniuersaliter ostēdit quòd omnis recta Linea super quadam recta Linea cōsistens, & faciens Angulos, aut duos efficit rectos, si status ipsius indeclinis, firmus, nusquamqúe vergens fuerit; aut duobus rectis ęquales, si altera quidem in parte declinauerit, altera verò plus à subiecta Linea distiterit. quantum enim ab vno Recto per declinationem in alteram partem aufert, tantum reliquo per distantiam addit. Oportet autem animaduertere quod in hac quoque Propositione diligentiæ Geometra curam adhibuit. non enim simpliciter dixit quòd omnis recta Linea super rectam consistēs Lineam, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit, sed si Angulos fecerit. quid enim si in rectę Lineæ extremitate consistens vnum efficit Angulū, accidit ne quandoque hunc duobus rectis æqualem esse? hoc certè fieri non potest. omnis siquidem rectilineus Angulus duobus rectis est minor, quemadmodum omnis solidus minor est quatuor rectis. Licet igitur eum, qui maximè Obtusus esse videtur accipias, hunc quoque augebis tanquam eum, qui duorum rectorum mensuram adhuc non recepit. Opus est itaq; rectam Lineam sic consistere, vt Angulos faciat. Hoc ergo, quod dixi ad scientiæ genitricem diligentiam spectat. Quid autem sibi volens adiecit particulam [ aut duos rectos, aut duobus rectis ęquales ]? etenim cùm duos rectos fecerit, duobus rectis ęquales efficit. recti siquidem sibi ipsis æquales sunt. An alterum quidem æqualium quoq; Angulorum cōmune est, alterum verò ęqualium tantùm proprium? Consueuimus autem cùm quidem & proprium, & commune

Cōm. 17.

Dubitatio

Solutio.

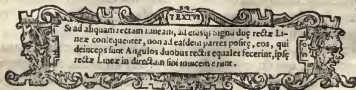
mune

mune verificatur, à proprio vnumquodque exprimere: cùm verò illud non habemus, cōmuni contenti esse ad subiectarum rerum explicationem. Hoc igitur, Angulos, qui deinceps sunt, rectis æquales esse, rectorum etiam cōmune est, verùm non solùm de ipsis prædicatur: hoc verò, rectos esse, æqualitatis ipsorū peculiare existit. Solùm igitur dictum hoc, duobus rectis æquales esse, inæquales significat. in his enim solùm verificatur, in æqualibus verò, minimè. Et hoc Elementorum quoq; institutor duobus rectis ex aduerso diuidit. cùm.n. ipsum per se ipsum dicitur, inæquales vtrobique Angulos significandi vim habet. Possumus autem per hæc quoque conspicere quòd æqualitas mensura, atque terminus inæqualitatis est. quanuis.n. Obtusi, Acutiquè Anguli accretio, atque decretio indeterminata, infinitaque sit, à Recto tamē finē, terminumquè suscipere dicitur, & vterq; quidem seorsum à similitudine ad illū recedit: ambo verò iuxta vnicam vnionem ad illius terminum reducuntur. Quoniam autē ad Recti simplicitatem ęquiparari minimè possunt, ipso duplicato æqualitatē recipiunt, exemplum infinitatis ipsorum Binarius existens, cùm per se infinitus sit. Et hoc manifestam progressionis primariarū causarum, iuxtaquè vnum terminum eodem semper modo circa generationis infinitatem consistētium imaginem afferre videtur. nam quomodo aliter generatio, quæ ipso Magis & Minus participat, indefiniteque fertur intellectilibus congruit, quodāmodoquè ipsis adæquatur, nisi per participationem dum fęcundis potentijs ipsa progrediuntur, seseque tantùm multiplicant? quæ enim in sua simplicitate, impartibilitateque manent, omnino à generabilibus separata sunt. Tot à præsenti quoque Theoremate ad vniuersorum cognitionem assumenda sunt.

Digressio Ide superius in lib. 2. cō. 10. & aliis in locis.

Epilogus.

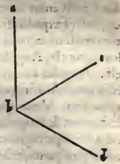
Prēpō 14. Theor. 7.


TEXTVS
Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiusq; signa duę rectæ Lineæ consequenter, non ad easdem partes positę, eos, qui deinceps sunt Angulos duobus rectis equales fecerint, ipsę rectæ Lineæ in directum sibi inuicem erunt.

Cōm. 18. PRæsens Theorema pręostēsi Conuersum est. semper enim Conuersa Præcedentibus Theorematibus consequentia sunt. Cùm itaq; illud Rectam super Rectam constituisset, & Angulos, qui deinceps sunt aut duos rectos, aut duobus rectis æquales eam efficere ostendisset, hoc accipit quidē ad aliquam Rectam duos, qui efficiūtur Rectos,

ostē-

ostendit autem quòd vna Recta est, quæ hos efficit ad iam dictã rectam Lineam. Quod igitur in illo datum fuit, in hoc quæritur, per Deductionemque ad impossibile ostenditur. hoc modo.n. Conuersa Theorematum ostendi debent, in Problematibus verò Præcipuas quoque Demonstrationes suscipere. Possumus autem in hoc quoque summam, eximiamque orationis scientiam gignentis diligentiã aspicere. nam primò quidem cùm dixisset, si ad aliquam rectam Lineã, addit [ ad eiusque Signum ] quid .n. si duobus rectę Lineæ Extremis existẽtibus, altera quidem ab altero, altera verò à reliquo ducta esset, duobusque rectis æquales ad rectam Lineam Angulos fecissent, potuissent'ne propterea in directum esse? & quomodo quæ à diuersis rectæ Lineæ Signis eductæ sunt? Ideirco igitur hoc quoque adiecit [ ad eiusque Signum ] cùm vtrasque in eodem Signo iacere velit. Secundò verò, quoniam fieri poterat vt quæ ducuntur rectæ Lineæ ad idem essent Signum, & non Consequenter (infinitas siquidem rectas Lineas ad vnum Signum accipere possumus) adiecit particulã [ duæ rectæ Lineæ consequenter ] Tertiò autem, quoniam hoc verbũ [ cõsequenter ] tum ad easdem partes, tum vtrobique cõsideratur: Lineas autem quę ad easdem partes consequenter sunt, in directum sibi inuicem esse impossibile, hoc quidem explicuit, nobis autem considerandi ansam præbuit, quòd rectæ Lineæ, quæ consequenter sunt, vtrobique positione sunt accipiendæ. hæ siquidem in directum etiam esse ostẽdi poterunt. Sint ad rectam Lineam a b, ad eiusque Signum b, ad easdem partes duæ rectæ Lineæ b c, b d hæ itaque cõsequenter quidem ad inuicem sunt. nulla enim alia recta Linea inter ipsas est. hæc autem deinceps sunt, inter quæ nullum est simile, etenim columnas hasce consequẽter esse dicimus, inter quas nulla alia est columna. quanuis.n. Aer omnino medius sit, nil tamen eiusdem generis in medio est. Quoniam itaque ad easdem partes iacẽt, in directum minimè sunt, licet duos etiã Angulos faciant duobus rectis ęquales, Angulos nempe, qui ad † Lineã a b sunt. nihil enim impedit Angulum quidem a b d vnum rectum, tertiamque recti partem in se continere: Angulum verò a b c duas reliquas Tertias esse.



Conuersa Theoremata per Deductionẽ ad impossibile vt plurimũ debẽt ostẽdi, problemata verò p præcipuã Demõnẽ, cuius causã vide inferius in cõ. Propõnis 19.

Primò.

Secundò.

Tertiò.

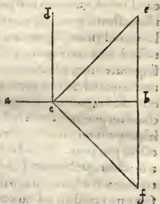
Vide Definitionem hãc apud Proclũ in lib. de motu.

† Signum b sunt.

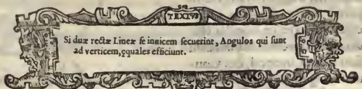
Y

esse. tot de Propositione sufficiant. In Constructione autem vna Petitione vtitur, secunda scilicet, quæ rectam Lineam in directum producere petit, quemadmodum in Demonstratione præcedenti Theoremate, duobusque Pronuntiatis, eo scilicet, quod quę eidem æqualia ad inuicem quoque esse ęqualia dicit; & eo, quod si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia esse. Ad impossibilis autem collectionem, Pronũtiato, quod ait Totum sua parte esse maius. est enim & æquale vno communi Angulo ablato, quod fieri non potest. Quòd autem possibile est ad eandem rectam Lineam, ad eiusque Signum duas rectas Lineas consequenter iacentes, ad easdem tamen partes, Angulos, qui ad vnam illã rectam Lineam sunt, duobus rectis ęquales efficere, ostendemus sic, quemadmodũ & Porphyrius. Sit quædam recta Linea a b, & quodcunque in ipsa Signum c, & ipsi a b exicitetur ad Angulos rectos recta Linea c d, seceturque bifariã Angulus d c b per Lineam c e, & à Signo e ad Lineam a b ducatur perpẽdicularis e b, & producatur ipsa e b, ponaturque ipsi e b æqualis b f, & cõnectatur c f. Quoniam itaque e b, ipsi b f æqualis est, communis autem est b c, ęqualesque continent Angulos (recti enim sunt) Basis igitur e c, Basi c f æqualis est. & omnia igitur omnibus æqualia sunt. Angulus ergo e c b, Angulo f c b æqualis est. Angulus autem e c b recti dimidium est. rectus siquidem d c b bifariam sectus fuit per Lineam e c. dimidium ergo recti est & Angulus f c b. Vnus igitur rectus, rectique dimidium est Angulus d c f. Est autem & Angulus d c e dimidium recti. ad rectam igitur Lineã c d, ad eiusque Signum c, duæ rectæ Lineæ consequenter positę sunt, ad easdem partes, ipsæ nempe c e, & c f Angulos duobus rectis ęquales facientes, dimidium quidem recti ipsa c e, vnũ verò & dimidium ipsa c f. Ne igitur ea, quę fieri non possunt quęramus, quonam pacto scilicet c e, c f rectæ Lineæ Angulos, qui sunt ad rectam Lineam d c duobus rectis ęquales facientes, sibi inuicem in directum sunt, adiecit Geometra particulam [non ad easdem partes] Oportet ergo ad vtrasque rectæ Lineæ partes iacere rectas Lineas, quæ Angulos duobus

Porphyrii Demõ.



bus rectis æquales a d ipsam faciunt, ab vno quidem Signo excitatæ, ductæ verò altera quidem ad hasce, altera autem ad illas rectæ Lineæ partes.


Si duæ rectæ Lineæ se inuicem secuerint, Angulos qui sunt ad verticem, ęquales efficiunt.

Propô 15. Theor. 8.

Côm. 19.

ANgulos, qui deinceps sunt ab Angulis, qui sunt ad verticem differre dicimus. nam horum quidem ortus, duarum rectarum Linearum sectione fit: illorum verò, altera tantùm ab altera dissecta: Si enim recta Linea ipsa quidē insecta manēs, illam verò suo Extremo secās, duos Angulos fecerit, hos Deinceps Angulos vocamus. Si autē duæ rectæ Lineæ se inuicem secuerint, ad verticem Anguli efficiuntur. Sic autem vocantur, quoniam vertices in eodem Signo coniunctos habent. Vertices autē ipsorum sunt Signa, ad quæ Plana dum contrahuntur, Angulos efficiunt. Hoc itaq; Theorema ostendit, quòd duabus rectis Lineis se inuicem secantibus, Anguli ad verticem æquales sunt. inuentum quidē (vt ait Eudemus) à Thalete primo: existimatum verò Demonstratione scientiam gignente dignum ab Elementorum institutore. Ostenditur autem non ex omnibus capitibus. nā Constructio quidem in præsentia deficit: Demonstratio verò, quam omnino necessarium est inesse, à tertiodecimo Theoremate dependet. Vtitur autem duobus etiam Pronuntiatis, quorum vnum quidē est, Quę eidem æqualia, & inter se sunt æqualia: alterum verò, Si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua ęqualia sunt. Verumenimuero Euclidis Theorema manifestum est. Conuertitur autem huic Theoremati aliud tale. Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiusque Signum duæ rectæ Lineæ non ad easdem partes sumptæ, Angulos ad verticem æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineę in directum sibi inuicem erunt. Sit enim quædam recta Linea a b, & quodcunq; in ipsa Signum c, & ad Signum c duæ rectæ Lineæ c d, c e non ad easdē partes sumātur facientes Angulos a c d, b c e ęquales. Dico quòd in directum sunt ipsæ c d, c e. Cùm enim recta Linea c d super rectam Lineam a b insederit, duobus rectis æquales efficit, Angulos nempe d c a, d c b. Verùm Angulus d c a, Angulo b c e æqualis est. Anguli igitur d c b, b c e duobus rectis æquales sunt.

Anguli deinceps qui sint.

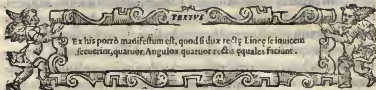
Anguli ad verticem qui sint.

Thales fuit prim⁹ huius Theorematis īuentor referēte Eudemo. Euclides verò primus hoc demōstrauit.

Conuersũ huius Theorematis.

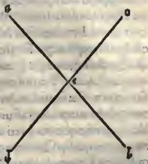
Demõ Cõuersi præsentis Theorematis.

torum ad alterius segmenta distantiam efficit.




Corollarium.

VNum quid Geometricorum nominum Corollarium est, hoc autem duplex quidpiam significat. vocant .n. Corollaria quæcunque etiam Theoremata vnà cum aliorum Demonstrationibus probātur, veluti Lucra inexpectata, atq; emolumēta quærentium existentia: & quæcunq; queruntur quidem, inuentione autem indigēt, & neq; generationis solæ causa quæruntur, neq; simplicis contēplationis. nam quòd quidē Aequicrurium qui ad Basim sunt Anguli æquales sunt, contēplari oportet, existentiumque rerum huiuscemodi cognitio est. Angulum autē bifariam secare, vel Triangulum constituere, vel rectam Lineam æqualem abscindere, vel ponere, hęc omnia vt aliquid fiat postulant. Dati verò Circuli Centrum reperire, vel duabus Magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum communem mensuram inuenire, vel quæcunq; id genus alia, quodammodo inter Problemata, atq; Theoremata sunt, neq; .n. Quæsitorum ortus in his, neq; sola contemplatio, sed inuentio est. opus est siquidem Quæsitum in conspectu, & præ oculis ponere. talia igitur sunt quæcunq; etiam Corollaria Euclides scripsit, quippe qui libros Corollariorum construxit. verùm de huiuscemodi quidem Corollarijs dicere prætermittatur. Quæ autem in Elementari institutione sunt Corollaria, simul quidē cùm aliorum Demonstrationibus apparēt, ipsa verò non pręcipuè quæruntur, veluti id, quod in præsentia proponitur. nā quærebatur quidē si duabus rectis Lineis se inuicē secātibus, Anguli ad verticē ęquales sunt. Dum aūt hoc ostendebatur simul etiam demonstratū est, quòd quatuor qui fiūt Anguli quatuor sunt rectis æquales. Cùm .n. dicebamus sint duæ rectę Lineę a b, c d se inuicē in Signo e secantes. quoniā igitur ipsa a e super ipsam c d stetit, Deinceps




Com. 10.

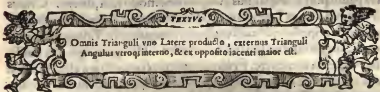
Duplex Corollarium. idem in cōm. 1. huius lib.

Primum tertii. Tertium decimi.

Euclides libros Corollariorū cōstruxit.

An-

plent, nec non tria Sexangula, & quatuor Quadrangula. Quoduis autem cæterorum Multiangulorum quomodocunque iuxta Angulos compositum fuerit, aut à quatuor Rectis deficit, aut quatuor Rectos excedit. Sola verò hæc iuxta dictos numeros Rectis quatuor adæquantur. & est Pythagoricum hoc Theorema. Per hoc autem Corollarium si etiam plures duabus rectæ Lineæ in vno Signo se inuicem secuerint, vt puta tres, vel quatuor, vel quotcunque, omnes qui fiunt Anguli quatuor Rectis æquales ostenduntur. quatuor enim rectorum Angulorum locum sibi vendicant. Manifestum est autem, quòd Anguli semper rectarum Linearum dupli numero fient. & sic duabus quidem rectis Lineis se inuicē secantibus quatuor erunt Anguli æquales quatuor Rectis: tribus autem, Anguli sex: quatuor verò, octo, similiterque in infinitum. semper enim rectarum quidē Linearum multitudo duplicatur: Anguli autem iuxta quidem Multitudinem crescunt, iuxta verò Magnitudinem diminuuntur. quoniam idē semper est id, quod diuiditur, quatuor nempe Recti.



Propō 16. Theor. 9.

Cōm. 21.

QVi hanc Propositionē cum defectu pronuntiarunt sine hac particula [ vno Latere producto ] fortasse quidem cum multis alijs, tum præcipuè Philippo ( vt inquit Mechanicus Heron ) obtrectandi ansam præbuere. non enim omnino quatenus Triangulum est, externum etiam Angulum habet. Quicunque autem hanc è medio tollere callumniam voluerunt, cum proposita additione Geometræ familiari existente hanc tradidere. etenim in quinto Theoremate Angulos sub Aequicrurium Basi existētes, æquales ostendere volens addidit, quòd & productis æqualibus rectis Lineis, qui sub Basi sunt Anguli, æquales sunt. Et si igitur apud alios non integra, imperfectaque fuit, apud tamen Elementorum institutorē perfecta, integraque fuit perscripta. Quid itaque Propositio inquit? quòd omnis Trianguli si vnum quodpiam ex Lateribus produxeris, Angulū qui extra ipsum constituitur, vtroque interno, & ex opposito iacenti maiorē reperies. nam ambobus quidem simul æqualis paulò pòst ostendetur, vtroque autem maior ex hoc ostenditur. & necessariò ad eos, qui ex opposito

Philippi Mathematici obtrectatio referente Herone.

In 32. propositione.

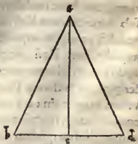
sunt

sunt ipsum comparauit. non autem ad eum, qui est deinceps. nam ipsi quidem & æqualis, & minor esse potest: illorum autem, vtroque omnino est maior. Si enim Trangulum hoc, rectangulum fuerit, vnumqúe ex Lateribus rectum Angulum comprehendentibus produci excogitaueris, externus ei, qui deinceps est, æqualis erit. Si verò Obtusangulũ fuerit, fieri poterit vt internus externo maior sit. Idcirco igitur haud reliquo deĩceps sibi proximo ipsum cõparauit, sed sibi oppositis. Angulorum enim intra Triangulum existentium vnus quidem deinceps ipsi finitimus est, duo verò ex opposito. Horum igitur vtroq; internus maior est, nõ autem eo, qui deinceps sibi adhæret. Quidam autem duo hæc Theoremata præsens scilicet, atque sequens coniungentes, Propositionem hoc modo proferunt. Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Triãguli Angulus vtroq; interno, ex oppositoqúe iacenti maior est: & duo quilibet internorũ Angulorum, duobus rectis minores sunt. Habent autem connexionis horum Theorematum occasionem, quoniam ipse etiam Geometra paulò pôst in æqualibus Angulis hoc modo fecit, dicens. Omnis Trianguli vno ex Lateribus producto externus Angulus duobus internis, ex oppositoqúe existentibus est æqualis: & Trianguli tres interni Anguli duobus sunt rectis æquales. Hîc quoq; igitur in similibus Quæsita contexere, Propositionẽqúe compositam efficere æquũ esse censent. & est manifestũ, quòd id quidẽ, quod demonstrandum proponitur, Compositum erit: Datum verò si quidem cum iam dicta additione prolatum fuerit, ipsum quoq; erit Compositum (duo si quidem oportet intelligere, subiectum scilicet Triangulum, vnũqúe Latus productum) si verò sine hac, potentia quidem Compositum erit, actu autem Simplex. Omnino siquidem hoc etiam tanquam Datum simul accipiedum est. dum enim Angulum externum supponimus, Latus tanquam productum præsupposuimus. Hęc de his. Assumemus aũt ex pręsenti Theoremate, q; fieri non potest vt ab eodẽ Signo ad eandem rectam Lineam tres ęquales rectę Lineæ incidant. Sint .n. ab vno Signo tres rectæ Lineæ æquales a b, a c, a d ad rectam Lineam b d ductæ. Quoniam itaq; a b, ipsi a c æqualis est, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Angulus igitur a b c ęqualis est Angulo a c b.

Quorũdã opinio.

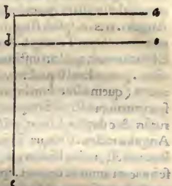
Eorũ fundamentũ. In 32. propositione.

Documentu n. Corollariu n tanq̃ sumptio.




Rursus

Rursus quoniã ęqualis est a b, ipsi a d, Angulus a b d, Angulo a d b æqualis est. Erat autem Angulo a b c, Angulus a c b ęqualis. Angulus ergo a c b, Angulo a d b æqualis est, externus interno, & ex opposito iacenti, quod fieri non potest. Ab eodem igitur Signo ad eandem rectam Lineam tres rectę Lineæ ęquales minimè ducentur. Per hoc autem Theorema illud quoq; demonstrabimus, quòd si in duas rectas Lineas recta Linea incidens externum Angulum interno, & ex opposito existenti æqualem fecerit, rectæ illæ Lineæ Triangulum minimè facient, neque coincident, quoniam idē & maior, & æqualis erit, quod est impossibile. Exēpli gratia, sint a b, c d rectę Lineę, in ipsasquę recta Linea e b incidens Angulos a b d, c d e ęquales faciat, non coincident porrò rectę Lineæ a b, c d. si enim coinciderint Angulis æqualibus manentibus, erit Angulus c d e æqualis Angulo a b d. & cū externus sit, interno, ex oppositoquę iacenti maior erit. neçesse igitur est si coincidunt, non amplius Angulos ęquales manere, sed omnino illū, qui est ad Signum d augeri. siue enim a b immobili manente, c d ad ipsam moueri excogitaueris vt coincidant, maiorē efficies distātiam in Angulo c d e. nam quantò magis c d accedit ad ipsam a b, tātò magis ab ipsa d e recedit. siue etiam manente ipsa c d, excogitaueris a b ad ipsam moueri, Angulum a b d, minorem efficies. simul .n. ad ipsam c d fertur, & ad ipsam b d. siue etiam vtrasque ad se inuicem moueri feceris, ipsam quidē a b ad ipsam c d tendentē, Angulumquę a b e, contrahentem: ipsam verò c d ab ipsa d e recedentem propter motum ad Lineam a b, Angulumquę c d e crescentem reperies. Necessariò igitur si Triangulum fuerit, & rectæ Lineæ a b, c d coinciderint, Angulus quoque externus Angulo interno, & ex opposito iacēti maior erit. aut .n. interno manente externus augetur, aut externo manente internus minuitur, aut & internus contrahitur, & externus magis distrahitur. Horum autem causa est rectarum Linearum motus, † altera quidem ad eas partes, vbi internum diminuit Angulū, altera verò ad eas, vbi externum auget tendente. Ex hocquę tibi cō-




Aliud Corollarium

† Altera quidē ad eas partes in quibus internū facit Angulū rēdēre: altera verò ab iis partibus, in quibus externū facit Angulū sese mouente.

siderandum est, quomodo rerum ortus veras Quęsitorum causas ante conspectum nobis afferunt.

TEXTVS

Propō 17 Theo. 10.

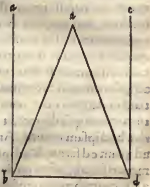
Omnis Triāguli duo Anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti.

Cōm. 22. In Propo sitione 32

NVnc quidem indeterminatè ostenditur, quòd Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis sunt minores, in sequentibus autem determinabitur etiam quantò minores, quòd scilicet reliquo Trianguli Angulo. tres .n. ipsius Anguli duobus Rectis ęquales sunt. Quapropter duo reliquo Trianguli Angulo, duobus sunt Rectis minores. Et Elementorum quidem institutoris Demonstratio manifestam habet

Documētum.

viam. præcedenti siquidem vtitur Theoremate. Operæpretium est autem (quemadmodum in præcedenti) Triangulorum ortum inspicientem præsentis Symptomatis causam reperire. Sint igitur a b rursus, & c d rectæ Lineæ, ipsi b d ad Angulos rectos. si itaque Triangulū futurum est, rectas Lineas a b, c d ad se inuicem annuere oportet. ipsarum autem nutus internos diminuit Angulos, quamobrem duobus Rectis minores fiunt. Recti.n. sunt ante nutum. Consimiliter autem si etiam in Latere a b, rectas Lineas ad Angulos rectos stantes intellexerimus, eadem euenient iuxta rectarum Linearū nutū: & Anguli, qui sunt ad Signa a, b, erunt duobus Rectis minores. & in reliquo Latere eodem modo. Hoc

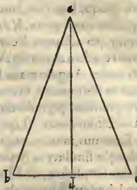


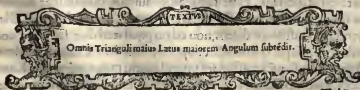

ergo causa est, non autem externum Angulum vtroque interno, ex oppositoque iacenti maiorem esse. nam productum quidē esse Latus, necessarium non est, neque aliquem extrà constitutum esse Angulum. duos verò quoslibet internorum Angulorum duobus Rectis minores esse, necessarium est. Quomodo autem quod necessarium non est, necessarij causa erit? nullo certè modo. Verùm (quod iam dixi) causa quidem est id, quod dictum fuit, rectarum inquam Linea-

rum

rum ad Basim rectos Angulos diminuentium nutus. Quoniam autē Elementorum institutor per externum Angulum Quæsitum ostendit, age nullum etiam ex Lateribus producentes, idem ostendamus. Casus huius Theorematis.

Sit Triangulum a b c, sumaturqúe in Latere b c quodcunqꝫ Signum d, & connectatur a d. Quoniā itaqꝫ Trianguli a b d Latus vnū productum est, ipsum scilicet b d, Angulus externus a d c, interno a b d maior est. Rursus quoniam Trianguli a d c Latus unum productum est, ipsum nēpe c d, Angulus externus a d b, Angulo interno a c d maior est. Veruntamen Anguli, qui sunt circa a d rectam Lineā, duobus Rectis æquales sunt, per tertium decimum. Anguli igitur a b c, a c b duobus sunt Rectis minores. Similiter ostendemus, quòd Anguli etiam b a c, & b c a duobus Rectis minores sunt, in a c Latere Signum accipiendo, à Signoqúe b ad Signū acceptum connectendo. & rursus Angulos c a b, a b c minores duobus Rectis affirmabimus in a b Latere Signū suscipiendo, à Signoqúe c ad Signum susceptum rectam Lineam connectendo. Propositum ergo per idem Theorema nullo ex Trianguli Lateribus producto ostensum est. Fieri igitur potest vt per hoc, illud quoqꝫ ostendatur, qꝫ scilicet ab eodem Signo ad vnam rectam Lineam duæ Perpēdiculares minimè ducentur. sint enī. à Signo a ad rectam Lineam b c duæ Perpendiculares a b, a c. Anguli itaqꝫ a b c, a c b, recti sunt. At quoniam ipsum a b c, Triangulum est, duo ipsius quilibet Anguli duobus Rectis sunt minores. Anguli igitur a b c, a c b, duobus Rectis minores sunt. Verùm ęquales quoqꝫ duobus Rectis propter Perpendiculares sunt, quod nequaqꝫ fieri potest. Ab eodē igitur Signo ad eandem rectam Lineam duæ Perpendiculares non ducentur. Corollarium tanqꝫ Sumptio.




Omnis Trianguli maius Latus maiorem Angulum subtēdit. Propō 18 Theo. 11.

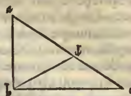
Cõm.23. QVòd quidem Laterum æqualitas in vnoquoq; Triangulorum Angulos, qui ab his subtenduntur, æquales efficit, Angulorũq́ue æqualitas similiter Latera ipsos subtendentia, æqualia ostendit, per quintum, & sextum Theorema didicimus. Quod autem inęqualitatem quoque Laterum, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum ęqualitas consequitur, & è contrariò, per hęc Theoremata nunc edocemur, per octauum decimum (inquã) & nonũdecimum. nam alterum quidem maiorem Angulum sub maiori Latere, alterum verò sub maiori Angulo maius Latus ostendit. quippe quę conuertuntur quidem sibi inuicem, in contrariis autem rebus eadem contemplãtur Symptomata, quę quintum, & sextum Theorema cõtẽplatum fuit.

Documẽtum. Manifestum autem est, quòd maius, minusq́ue Latus proportionaliter sumemus, maximumq́ue, medium, & minimũ distinguemus, Angulosq́ue similiter in Scalenis Triangulis: in Aequicruribus autem Maius simpliciter, & Minus sufficient. vnum siquidem est Latus, quod duobus est inæquale, aut maius, aut minus existens, quẽadmodum in Aequilateris hæc Theoremata locum non habent. Et vides

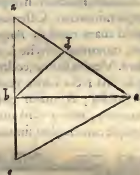
Digressio quòd Theoremata, quæ quidem Angulorum, vel Laterum æqualitatem ostendunt, æquilateris, æquicruribusq́ue Triangulis conueniebant: quæ verò inæqualitatem, æquicruribus, atque scalenis. Causa autem est, quoniam Triangulorum alia quidẽ ex æqualitate sola, alia autem ex sola inæqualitate, alia verò ex ambabus producta sunt, quæ partim quidem per æqualitatem, partim autem per inęqualitatẽ constituuntur. atq; alia quidẽ Fini cognata sunt, alia verò Infinitati, alia autẽ per mistionem vtriusque generantur. Quapropter per omnia Ternarius iste permeat, vt per Lineas, Angulos, Figuras: in Figurisq́ue, Trilateras, Quadrilateras, cæterasq́ue consequenter omnes. Verumenimuero & Finis tum quidem per similitudinem, tum verò per æqualitatem Geometricis inesse Formis excogitatur: & Infinitũ tum quidem per dissimilitudinem, tum verò per inæqualitatem: & Mistum interdum quidẽ ex similitudinibus, & dissimilitudinibus, interdum verò ex æqualitatibus, & inæqualitatibus. Causa autem horum quoq; est, quoniam Geometricæ Formæ ad Quantitatem, ad Qualitatemq́ue spectant. Hæc itaque assignauimus, quoniã hæc duo nobis assignantibus, manifestũ nobis erit, quod [omnis Anguli] Elementorum institutor dicens, non etiam ęquilateri dicit, sed eius, quod maius, minusq́ue Latus habet. oportet siquidem Dato præcedenti Quæsitũ consequẽs existimare: quod autem maius, minusq́ue Latus

Finis Digressionis habet, huic sub maiori Latere maiorẽ Angulum esse, Quoniam autem

tem Geometra cùm in Constructione Triangulũ a b c, Latusqúe a c maius Latere a b suscepisset, vt Angulo qui ad Signũ c Angulũ qui ad Signum b maiorem ostenderet, à Latere a c, Lateri a b, æqualem rectam Lineam a d abscidit, dicat aũt aliquis, quòd oportet a d Signum c ablationẽ fieri, age in hac quoq; suppositione Propositũ ostẽdamus quemadmodum Porphyrius. fit in. d c æqualis ipsi a b, & producatur a b ad Signum e, ponaturqúe b e æqualis ipsi d a. tota igitur a e, toti a c æqualis est. connectatur e c. Quoniã itaque a e, ipsi a c æqualis est, Angulus quoq; a e c, Angulo a c e, per quintum æqualis est. Angulus igitur a e c maior est Angulo a c b. Est autem Angulus ẽt a b c maior Angulo a e c. Trianguli siquidẽ c b e vnũ Latus productum fuit, ipsum scilicet b e, & sic Angulus a b c externus cùm sit, interno, ex opposito'q; iacẽti maior est. Multò maior igitur est Angulus a b c, Angulo a c b, quod erat ostendendũ. Geometricę quidem præsentis Theorematis ostẽsiones huiusce- modi sunt. Manifestum est autẽ quòd causa huiusce Symptomatis est, ipsius Lateris Angulum subtendentis iuxta Magnitudinem amplificatio, vel diminutio. nã maior quidem existens, Angulum magis amplificat: minor autem euadens, illũ quoq; simul diminuit, magisqúe contrahit. Hoc autem euenit propter rectæ Lineæ in suis extremitatibus situ. ipsa enim in extremitatibus suis collocata, Angulorũ quoq; magnitudines iuxta sui ipsius accretionem, atq; decretionem cõmutat. & hæc dicimus in vno Triangulo, siquidem fieri potest vt idem Angulus à maiori, minoriqúe recta Linea subtendatur: eademqúe recta Linea maiorem, atq; minorem Angulum subtendat. Sit enim fortasse Triangulum æquicrus a b c, & sumatur in ipso a b Latere Signum d, & ipsi a d, æqualis auferatur a e, connectaturqúe d e. Angulum igitur, qui ad a Signum est rectæ Lineæ d e, b c subtendunt, quarum altera quidem maior est, altera verò minor, infinitasqúe

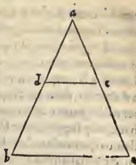



Porphyrii Demõ.

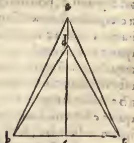



Documẽtum.

eodem




eodem modo Angulum a subtendentes maiores, atque minores rectas Lineas accipere possumus. Sit rursus a b c Aequicrus, sitque b c minor ipsis b a, & a c, constituaturque super b c Triangulum aequilaterum b c d, & connectatur a d, & producatur ad Signum e. Quoniam itaque Trianguli a b d, Angulus b d e externus est, maior est Angulo b a d. Similiter Angulus c d e maior est Angulo c a d. Totus ergo b d c maior est toto b a c, eademque recta Linea ambos subtendit, maiorem nempe Angulum, atque minorem. Ostensum autem est, quod etiam eundem Angulum maiores, minoresque rectae Lineae subtendunt. Verum in vno, eodemque Triangulo vna recta Linea vnum subtendit Angulum, & maior quidem semper maiorem, minor verò minorem, causamque contemplati sumus.




Propó 19
Theo. 12.

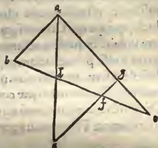
TEXTVS

Omnis Trianguli sub maiori Angulo maius Latus subtendit.

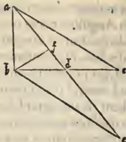
Côm. 24. HOc praecedenti Theoremati cõuersum est. & est simplex in vtroque tum Datum, tum Quaesitum. & quod quidem illic Conclusio, hîc Suppositio; quod verò illic Suppositio, huiusce Conclusio est. Praecessit autem illud, quoniam datam habet Laterum inaequalitatẽ: sequitur verò hoc, quoniam Angulos inaequales supponit. videntur enim Latera quidem rectilineas Figuras continere, Anguli autem, contineri. & Demonstrationis modus in illo quidem ostendens est, in hoc verò, per Deductionem ad impossibile Propositum concludens. Geometra itaque diuidendo ratiocinatur id, quod fieri non potest. Angulis .n. inaequalibus existentibus, dico (inquit ipse) quod Latera quoque inaequales Angulos subtendentia, inaequalia sunt. &

maius

maius maiorem datum Angulum subtendit. si .n. quę maiorem subtendit Angulum maior non est, aut æqualis est, aut minor. Verùm si æqualis quidem est, Anguli etiam, quos subtendunt (per quintum) æquales sunt. Si autem minor, Angulus etiam, quem subtendit, minor est, per præcedens. ostensum .n. fuit, quòd maiorem Angulum maius Latus subtendit, minoremq́ue minus. At è contrario Anguli se habent. Latus igitur Latere maius est. Fieri autē potest vt sine hac etiam diuisione propositum ostendamus, quandam prius sumptiunculam demonstrantes, quæ talis est. Si Trianguli Angulus bifariam sectus fuerit, secansq́ue Angulū recta Linea ad Basim ducta, in partes inæquales ipsam diuidat: Latera illum Angulū continentia inæqualia erunt, & maius quidem illud, quod cum maiori Basis segmento coincidit, minus verò quod cum minori. Sit Triangulum a b c, Sumptio.




seceturq́ue bifariā Angulus qui ad Signum a, per rectam Lineam a d, & ipsa a d secet Basim b c in partes īęquales, sitq́ue pars c d maior parte b d. Dico quòd maius est Latus a c, Latere a b. Producatur a d ad Signum e, & ponatur æqualis d e, ipsi a d. & quoniam d c, ipsa d b maior est ponatur d f æqualis ipsi b d, & connectatur e f, & producatur vsq; ad Signum g. Quoniā itaq; a d, ipsi d e: & b d, ipsi d f ęquales sunt, duæ sunt duabus æquales, Angulosq́ue æquales comprehendunt, qui ad verticem sunt. Basis igitur b a, Basi e f ęqualis est, & omnia ergo omnibus ęqualia sunt. Quamobrem Angulus quoque d e f ęqualis est Angulo d a b. At hic ipsi d a g inæqualis non est. Quapropter Latus etiam a g, Lateri e g æquum est, per sextū. Latus igitur a c, Latere e f maius est. Latus aūt f e æquale est Lateri a b. maius est ergo Latus a c, Latere a b, quod demonstrandum erat. Hoc præassumpto ostendemus, quòd sub maiori Angulo, maius Latus subtendit. Sit Triangulum a b c habens Angulum qui ad Signum b, maiorem Angulo qui ad Signum c. Dico quòd Latus a c maius est Latere a b. Secetur b c bifariam in Signo d, & connectatur a d, & ducatur d e æqualis ipsi a d, & connectatur b e. Quoniam itaque b d, ipsi d c: & a d, ipsi d e æquales sunt, duæ duabus sunt æquales, Angulosq́ue æquales comprehendunt eos, qui sunt ad verticem. Et Basis igitur b e, Basi a c æqualis est, & omnia omni-




omnibus. Quamobrem Angulus etiam d b c, Angulo qui ad Signũ c æqualis est, minor autem Angulo a b d. Secetur igitur bifariã Angulus quoque a b c per rectam Lineam b f. Maior est igitur c f, ipsa f a. Quoniã itaq; Trianguli a b c, Angulus qui ad Signum b, bifariã sectus fuit per rectam Lineam b f, & maior est c f, ipsa f a, maius est (per præostensum) Latus b c, Latere b a. ipsa autẽ b c, ipsi a c æqualis ostensa fuit. Latus igitur a c maius est Latere a b, Quæsitum ergo ostensum est. Et est manifestum quòd Elementorum institutor varietatem Demonstrationis deuitans ab hoc demonstrandi modo se abstinuit, ostensioneqúe vsus fuit, quæ ex diuisione ad imposibilẽ ducit, quippe qui Conuersum præcedenti nullo interiecto medio facere voluit. Siquidem octauum etjam, quod quarto conuertitur magnam attulit perturbationem, quippe quod Conuersionem cognitu difficilem fecit. præstantius .n. est continuationem seruando per imposibile Theoremata quæ conuertuntur ostendere, quàm præcipua Demonstratione continuitatem discerpere. Propterea sanè Conuersa ferè omnia Theoremata per imposibile ostendit.

Documẽtum.

Causa ꝓpter quã Conuersa Theoremata per ĩposibile ostẽdunt.

Propõ 20 Theo. 13.

TEXTVS

Omnis Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora, quomodocunque assumpta.

Cõm. 25. Epicureorũ impugnatio.

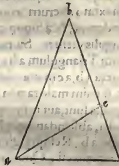
PRæsens Theorema impugnare quidem Epicurei consueuere tum Asino ipsum manifestum esse dicentes, tum nulla egere probatione: similiter autem ignari munus esse ea, quę clara sunt probatione digna censere, immanifestisqúe per se fidem præstare. qui .n. hæc confundit, indemonstrabile, demonstrabileqúe manifestè ignorare videtur. Quòd autem Asino præsens Theorema cognitum sit, ostendunt ex eo, quòd herba in altero Laterum Extremo posita Asinus pabulum expetens, vnum Latus peragrat, non autem duo. Aduersus hęc itaq; dicendum quòd pręsens Theorema sensu quidẽ manifestum est, non autem & scientiam gignente ratione. multis .n. hoc accidit rebus.

Respõsio.

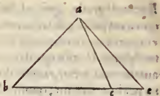
Exẽpli

Exempli gratia, Ignis calefacit, hoc quoq; sensui indubitatum est, sed quo nam pacto calefaciat conuincere scientiæ officium est, vtrumne incorporea vi, an corporeis sectionibus: Sphæricis particulis, an Pyramidalibus. Rursus quòd mouemur sensui est perspicuum, quomodo autem moueamur, ratione docere difficile est, vtrùm per impartibile, an per Interuallum, quomodo autem infinita percurrimus, siquidem omnis Magnitudo in infinitum diuisibilis est: Sit igitur hoc quoq;, duo Trianguli Latera reliquo esse maiora, sensui manifestum. Quomodo verò hoc fiat, dicere ad scientiam spectat. Veruntamen aduersus Epicureos hæc dicta sint satis. Operæpretium est autem cæteras quoq; præsentis Theorematis Demonstrationes enarrare, quascunq; Heronis, Porphyrijque familiares recta Linea minimè producta descripsere, quod Elementorum institutor fecit. Sit Triangulum a b c, oportet itaq; Latera a b, a c Latere b c maiora ostendere. Secetur bifariam Angulus qui ad a Signum est per rectam Lineam a e. Quoniam itaque Trianguli a b e, Angulus a e c externus est, maior est Angulo b a e. Verùm Angulus b a e Angulo e a c æqualis positus fuit. Angulus igitur a e c maior est Angulo e a c. Quapropter Latus quoq; a c, Latere c e maius est. Eadē sanè ratione, Latus etiā a b maius est Latere b e. Trianguli enim a e c, Angulus a e b externus est, maiorque Angulo c a e, hoc est Angulo e a b. Quapropter Latus quoque a b, Latere b e maius est. Latera ergo a b, a c toto Latere b c maiora sunt. Similiter de alijs etiam Lateribus ostendemus. Sit rursus Triangulū a b c. Si itaq; æquilaterum est Triangulum a b c proculdubio duo Latera reliquo sunt maiora. Tribus .n. æqualibus existentibus, duo quælibet reliqui dupla sunt. Si autem æquicrus, aut minorem vtroque æqualium Basim habet, aut maiorem. Si itaque minor quidē Basis est, duo rursus reliquo maiora sunt. Si autem maior Basis, sit ipsa b c maior, abscindaturque alterutri illorum æqualis, quę sit b e, & connectatur a e. Quoniam igitur Trianguli a e b, Angulus a e c externus est, maior est Angulo b a e, eadem sanè ratione Angulus etiā a e b, Angulo c a e maior est. Anguli igitur, qui sunt circa e Signum, toto qui est ad Signum a maiores sunt, quorū b e a æqualis est ipsi b a e, siqui-

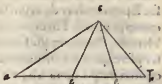
Porphyrii & Heronis Demonstrationes.



dem a b, etiam ipsi b e ęquale est. reliquus igitur a e c reliquo c a e maior est. Quamobrem Latus quoque a c maius est Latere c e. Erat autem Latus etiam a b æqua le Lateri b e. Latera ergo a b, a c, Latere b c maiora sunt. Si verò

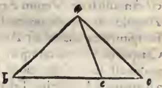


Triangulum a b c Scalenum fuerit, sit Latus maximum a b, medium a c, minimum b c. Maximum itaque cum alterutro sumptum, reliquum prorsus excedit. per se nanque vtroque maius est. Si aūt Latera a c, & c b, ipso a b maximo existente maiora ostendere quæreremus, vt in Aequicrure faciemus à maximo alterutri æqualem abscindentes, & à Signo c connectentes, externisque Triangulorum Angulis vtentes. Sit rursus quod

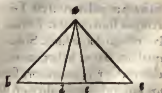


Demõ per Deductio né ad impossibile.

cunq; Triangulum a b c. Dico quod Latera a b, a c maiora sunt Latere b c. si enim maiora non sunt, aut æqualia sunt, aut minora. Sint æqualia, abscindaturque b e æqualis ipsi a b. Reliqua igitur e c, ipsi a c æqualis est. Quoniam itaque

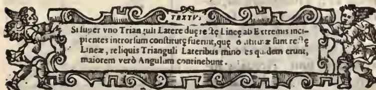


a b, ipsi b e ęqualis est, ęquales subtendunt Angulos. Similiter porrò & quoniam a c, ipsi c e ęqualis est, ęquales Angulos subtendunt. Anguli igitur, qui sunt ad e Signū, æquales sunt Angulis, qui ad a Signū sunt, quod fieri non potest. Rursus autem sint minora Latera a b, a c, Latere b c, abscindaturque ipsi quidem a b æqualis ipsa b d: ipsi verò a c, ipsa c e. Quoniam itaque a b, ipsi b d æqualis est, Angulus quoq; b d a, Angulo b a d inęqualis non est. & quoniam a c æqualis est ipsi c e, Angulus etiam c e a,



Angulo e a c ęqualis est. Duo igitur Anguli b d a, c e a, duobus b a d, & e a c æquales sunt. Rursus quoniā Trianguli a d c, Angulus b d a exter-

externus est, Angulo e a c est maior. maior est nanq; ipso c a d. Pari ratione & quoniam Triãguli a b e, Angulus c e a externus est, maior est Angulo b a d. etenim Angulo b a e maior est. Anguli ergo b d a, c e a duobus b a d, e a c maiores sunt. Erant autem æquales etiã ipsis, quod fieri non potest. Latera igitur a b, a c neque æqualia sunt Lateri b c, neque minora, sed maiora. Similiter autem de alijs etiam ostendetur.



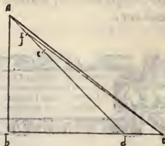

Propó 21 Theo. 14.

QVod quidem à Propositione exprimitur, manifestum: & Demonstratio, quæ apud Elementorum institutorẽ, euidens est: Theoremaq́ue prima principia consequitur. ex duobus enim Theorematibus dependet, ex pręostenso scilicet, & sexto decimo. nam ad ostẽdendum quidem eas, quæ introrsum constitutæ sunt externarum esse minores, illo indiget Theoremate, Omnis Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora: ad confirmandum autem Angulum ab ipsis cõprehensum Angulo ab externis comprehenso maiorẽ, illud ipsi maximam affert vtilitatem, quod ait omnis Trianguli externum Angulum interno, ex oppositoq́ue iacenti maiorem esse. Accipies autem simul Geometricę diligentię fidem, & admirabilium, quę in Mathematicis sunt disciplinis cõmemorationem, si ostenderimus quòd possibile est intra Triangulum quoddam super vno Laterum, non super toto, sed super aliqua eius parte duas rectas Lineas externis rectis Lineis maiores constituere: rursusq́ue alias minorem Angulum cõprehendentes Angulo ab externis comprehenso. hoc .n. ostenso, simul quidẽ manifestum erit, quòd necessariò Elementorũ institutor adiecit opus esse vt ab Extremis Basis communis incipiant rectæ quæ introrsum constituuntur Lineæ, superq́ue vno toto Latere, non autem super aliqua totius parte constituantur: simul verò (quòd iã diximus) & vnum quid ex ijs, quæ in Geometria sunt admirabilia manifestum fiet. quomodo enim admirabile non est, si quæ quidem super toto

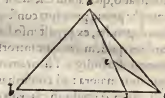
Cóm. 16.

Quoddã admirabile in Geometria.

constituuntur Latere, externarum minores sunt: quę verò super parte, maiores? Sit itaq; rectangulum Triangulum a b c, Angulum, qui ad b Signum est rectum habens, suscipiaturquè in Latere b c quodcunque Signū, sitqúe illud d, & connectatur a d. Maior est igitur a d, ipsa a b. Auferatur ab ipsa a d, æqualis ipsi a b, quæ sit d e, & diuidatur e a bifariam in Signo f, & connectatur f e. Quoniam igitur a f e, Triangulum est, ipsæ a f, f e maiores sunt ipsa a e. Verùm a f æqualis est ipsi f e. Rectæ Lineæ igitur f e, f e, ipsa a e maiores sunt. Aequalis autem est d e, ipsi a b. Rectæ Lineæ igitur f e, f d maiores sunt rectis Lineis a b, a c, & sunt intrà.




Sit rursus Triangulum æquicrus a b c Basim b c vtroque ęqualium Laterum maiorē habens, abscindaturqúe a b ipsa b c; æqualis ipsi a b, quæ sit b d, & cōnectatur à d, sumaturquè in ipsa a d quodcunq; Signum, sitqúe illud e, & connectatur c e. Quoniam itaq; a b, ipsi b d æqualis est, Angulus quoq; b a d, Angulo b d a æqualis est. &

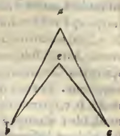


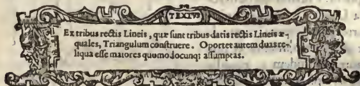

quoniam Trianguli e d c Angulus b d a externus est, maior est interno, & ex opposito iacenti, ipso nempe d e c. Quamobrem Angulus quoq; b a d, Angulo d e c maior est. Multò maior est igitur Angulus b a c, Angulo d e c, & continetur b a c quidem ab externis, d e c verò ab internis. Intra Triangulum igitur rectæ Lineæ d e, e c minorem Angulum cōprehendentes Angulo ab externis comprehenso constitutæ sunt, Propositumqúe ostensum est, nobis expositorum Parallelis non vtentibus. Necessarium est igitur rectas quæ constituuntur Lineas à Basis Extremis incipere. quæ enim super aliqua ipsius parte constituuntur & maiores aliquando externis ostenduntur, & minorē Angulum cōprehendētes. Cùm aūt hoc modo ab Extremis incipiēdo constituuntur, corū etiā Triangulorū, quæ Acidoidea vocantur species apparet, vnum hoc quoq; eorum, quę in Geometria

Idē in lib. secūdo in com. 17.

admi-

admirabilia ſunt, Triangulum nempe Quadrilaterum reperire. Exempli gratia, Triangulum a b c. nam à quatuor quidem Lateribus ba, ac, ce, e b continetur: tres verò Angulos habet vnum quidem qui ad b, alterum autem qui ad a, reliquum verò qui ad c Signum eſt. Quadrilaterum ergo Triangulum eſt præſens Figura.




Ex tribus rectis Lineis, quæ ſunt tribus datis rectis Lineis æquales, Triangulum conſtruere. Oportet autem duas reliqua eſſe maiores quomodocunq; aſſumptas. Propoſitio 22. Prob. 8.

AD Problemata iterum trāſiuimus, & iubet Euclides tribus propoſitis rectis Lineis, quarum duæ reliqua ſint maiores, Triangulum ex Lateribus, quę ſint datis rectis Lineis æqualia conſtruere: quippe qui hoc quidem primùm cognouit, quòd fieri non poteſt vt ex ijſdem illis, quæ dictam poſitionem iam acceperunt, Triangulum conſtruatur: ex ijs autem, quæ ipſis æquales ſunt fieri poteſt. Deinde, quòd oportet rectas Lineas Triangulum completuras, duas reliqua maiores eſſe. omnis enim Trianguli duo Latera reliquo ſunt maiora, quomodocunque aſſumpta, quemadmodum oſtenſum fuit. hacq́ue de cauſa adiecit, quòd vtique neceſſarium eſt primis etiam rectis Lineis exiſtentibus, ex tribus, quæ ipſis æquales ſunt, Triangulum cōſtruere: opus eſſe verò duas reliqua maiores eſſe, quomodocunque aſſumantur, vel non erit Triangulum ex tribus, quę ipſis æquales ſunt rectis Lineis. Ad hæc autem Inſtantias quoque omnes deſtruxit, quæ aduerſus Conſtructionem feruntur, quæq́ue per hanc ſolam additionem diſſolui poſſunt. Præſens ergo Problema ex Determinatis eſt, non autem ex Indeterminatis. etenim Problematum, quemadmodū & Theorematum, alia quidem Indeterminata ſunt, alia verò determinata. ſi enim hoc modo ſimpliciter dixerimus, ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales ſunt, Triangulū conſtruere, Problema Indeterminatum eſt, atque Impoſſibile. Si autem addiderimus, quarum duæ reliqua ſunt maiores, quomodocunque aſſumptæ, Determinatum eſt, atque Poſſibile. fit enim hoc quoq;. Quemadmo-

Com. 27.

In 20. Propoſitione;

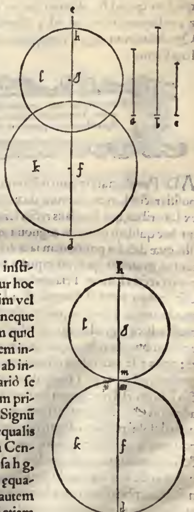
De Problematib9 Determinatis, Indterminatis, Poſſibilib9, & Impoſſibilib9 vide ſuperi9 in com. primo.

admodum autem Theorematum iuxta Verum, & Falsum fit diuisio, ita quoq; Problematum iuxta Possibile enunciatum, atq; Impossibile. Quod autem Instantiæ etiam, quæ aduersus Constructionem feruntur, hinc dissoluuntur, didicerimus quidem paululum in ipsam inspicientes. Geometrę.n.verba sequemur. Sint tres rectę Lineæ a, b, c, quarum duæ quomodolibet assumptæ reliqua sint maiores, Iussumque facere opus sit. Ponatur quędam recta Linea d e ex altera quidē parte finita, vtputà ī Signo d: ex altera verò, infinita. & ponatur ipsi quidem a, æqualis ipsa d f: ipsi autem b, ipsa f g: ipsi verò c, ipsa g h. & Centro quidem f, interuallo autem f d, Circulus k describatur. rursus'q; Cētro quidē g, ĩteruallo verò g h, Circulus l designetur. & secent se inuicem Circuli. hoc siquidem Elementorū institutor + sortitus est. Vnde igitur hoc euenit dicat aliquis? fortasse enim vel tangunt tantùm se inuicem, vel neque etiam tangunt. nam trium vnum quid ipsos pati necesse est, aut se inuicem intersecare, aut tangere, aut distare ab inuicem. Dico itaq; quòd necessariò se inuicem intersecant. tangant enim prius se inuicem. Quoniam itaq; f Signū Centrum est Circuli k, ipsa d f æqualis est ipsi f n. & quoniam g Signum Centrum est Circuli l, æqualis est ipsa h g, ipsi g m. Duæ igitur d f, g h, vni ęquales sunt, nempe ipsi f g. Positæ autem sunt ipsa maiores, quemadmodū etiam a vnà cùm c, ipsa b est maior. illis siquidē sunt æquales. Aequales igitur ipsi, ipsaque maiores sunt, quod fieri

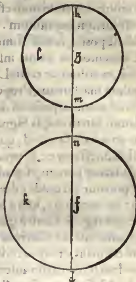
Instantiæ huius Problematis.

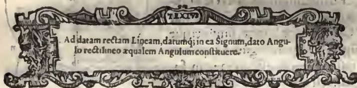
† assūpsit.

Respōsio.



fieri non potest. Rursus si fieri potest distent ab inuicem Circuli, vt ipsi k l. Quoniam itaque f Signum Circuli k Centrum est, ipsa d f, ipsi f n æqualis est. & quoniam Signum g, Circuli l Centrum est, h g æqualis est ipsi g m. Tota igitur f g duabus d f, h g est maior. ipsa enim f g ipsas d f, g h excedit, ipsa n m. Suppositum autem fuerat ipsas d f, h g, ipsa f g maiores esse, quemadmodum etiam ipsas a, c ipsa b. nam ipsa quidem d f, ipsi a: ipsa autem f g, ipsi b: ipsa verò h g, ipsi c æqualis posita fuit. Necessarium est igitur Circulos k l se inuicem intersecare. Quamobrem rectè Elementorum institutor Circulos se inuicem secantes accepit. siquidem triũ etiam rectarum Linearum duas reliqua maiores supposuit, quomodocunque assumptas, non autem vni æquales, neque ipsa minores. necesse est autem tangentibus quidem ipsis se se, ipsas esse æquales: distantibus verò ipsis ab inuicem, duas reliqua minores esse.




Propõ 23
Prob. 9.

Cõm. 28.

PRoblema hoc quoque est, quod Oenopidis quidem potius quàm Euclidis inuẽtum lucrum est, vt ait Eudemus: Anguli verò alij Angulo rectilineo ad datam rectam Lineam, datumque in ea Signum constitutionem exigit. Hoc igitur, datum quidem Angulum rectilineum esse, necessariò Euclides adiecit. quoniã nec fieri potest vt omni Angulo æqualis Angulus ad rectam Lineam constituatur. ostensum .n. fuit quòd duo tantùm curuilineorũ Angulorum Rectilineis Angulis æquales sunt, Angulus scilicet Figuræ Lunularis, qui omni rectilineo Angulo æqualis iã ostensus fuit: & Angulus Figuræ illius, quæ Securi similis est, quippe qui duabus Recti Tertijs æqualis est.

Hoc Problema ab Oenopide inuentum fuit referẽte Eude.

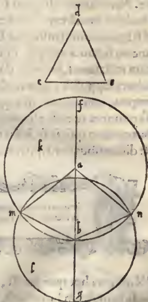
In cõm. 2. huius lib.

Fit

Nota, quod Angulus Figuræ similis Securi, species est Anguli lunularis, & vocat Pelecoides Angulus.

Fit aũt huiuscemodi Lunularis Figura, quæ Pelecoides vocatur, duobus Circulis per Centra se inuicem secantibus. Hoc verò, ad quandã rectam Lineam Anguli constitutionem fieri, Angulum qui constituitur determinatum efficit, nõ autem specie indifferentem, sed aut rectilineum, aut mistum. cùm autem nullus mistus rectilineo æqualis esse possit, manifestum quòd ipse quoque omnino rectilineus est. Elementorum itaque institutor præcedenti Problemate simpliciter vsus, ex tribusque rectis Lineis, quæ tribus datis æquales sunt, Triangulum machinatus, Propositum fecit. Accipies autem Trianguli cõstitutionem exquisitiori doctrina hoc modo. Sit data recta Linea a b, datum autem in ipsa Signum a, datus verò rectilineus Angulus c d e.

Alia exquisitior huius Problematis Demõ.

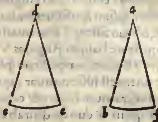



oportet itaq; facere id, quod iussum est. Cõnectatur c e, & producatur a b ad vtranq; partem vsq; ad Signa f g, & ponatur ipsi quidẽ c d æqualis, ipsa f a: ipsi autem d e, ipsa a b: ipsi verò e c, ipsa b g. & Centro quidem a, interuallo autẽ a f, Circulus k designetur. & rursus, vt in præcedenti, Cẽtro quidem b, interuallo autem b g, Circulus l describatur. Circuli igitur se in uicem intersecant, quemadmodum superius ostensum est. Secẽt se in Signis m, n, à Signoqúe n cõnectantur ad Centra rectæ Lineæ, similiterqúe à Signo m. Quoniã igitur f a, ipsi a m & ipsi a n æqualis est: ipsi autem f a, æqualis est ipsa c d, ipsa quoque a m, & ipsa a n, ipsi c d æquales sunt. Rursus quoniam b g, ipsi b m, & ipsi b n æqualis est: ipsa autem g b, ipsi c e inæqualis non est, ipsæ etiã b m, & b n, ipsi c e æquales sunt. Verùm & ipsa a b, ipsi d e æqualis est. Duæ igitur a b, a m duabus d e, d c inæquales nõ sunt, & Basis b m æqualis est Basi c e. Angulus ergo m a b, Angulo qui ad Signum d, æqualis est. Rursusqúe duæ n a, a b duabus c d, d e æquales sunt, & Basis n b, Basi c e æqualis. Et Angulus igitur n a b, Angulo c d e est æqualis, lussũ'q; dupliciter factum est. non .n. vnum tantùm, sed duos constituimus Angulos dato Angulo æquales ad vtranque partem rectæ Lineæ a b,

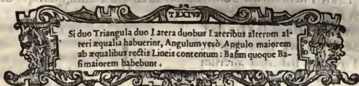
vt in

vt in sequentibus etiam in qualibet voluerimus parte constitutionem facere, indubitatum sit, nemoq́ue contradicat. Hęc quidem Constructioni Elementorum institutoris adijcimus. Apollonij autem ostensionem non laudamus, tanquam eam, quæ ijs indiget, quæ in Tertio Libro ostenduntur. accipiens .n. ipse quemcunque Angulum c d e, Dánat Apollonii ostensioné.

& rectam Lineam a b, Cẽtro quidem d, interuallo aũt c d, c e Circunferentiam describit. Similiterq́ue Centro quidem a, interuallo verò a b, b f Circunferẽtiam designat. intercipiensq́ue c e Circunferentiam æqualem ipsi b f, connectit rectam Lineam a f, Angulosq́ue a, c æqualibus Circunferẽtijs insistentes, æquales affirmat.




Oportet autem præassumpsisse quòd ipsa etiã a b, ipsi c d æqualis est, vt Circuli quoque æquales sint. Huiuscemodi itaque ostẽsionẽ tanquam posterioribus vtẽtem ab Elementari institutione alienam esse censemus Illam autem Geometræ tanquam principia consequentem præponimus.

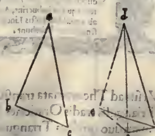



Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, Angulum verò Angulo maiorem ab æqualibus rectis Lineis contentum: Basim quoque Basi maiorem habebunt. Propô 24 Theo. 15.

RVrsus ad Theoremata transiuit, & similes de inęqualitate in duobus Triangulis tradit Orationes illis, quas de æqualitate quoque tradidit. nam duo quidem Triangula supponẽs duo Latera duobus Lateribus alterum alteri ęqualia habentia, Angulum Verticalem interdum quidem æqualem in vtroque ponit, interdum verò inæqualem: & Basim eodem modo interdum quidem æqualem in vtroq;, interdum autem inæqualem. & ęqualitati quidem illius consequentẽ esse demonstrauit Basium æqualitatem, harumq́ue æqualitati Angulorũ Verticalium ęqualitatem esse consequentem similiter demonstrauit: inæqualitati verò, inæqualitatẽ nunc ostendit. Hoc igitur quod nunc Cóm. 29

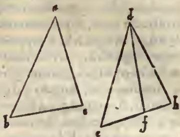
proponitur Theorema Quarto quidem oppositum est. nã illud quidem Angulos Verticales Triangulorum æquales supposuit, hoc verò inæquales ipsos supponit. & illud quidem æquales ipsorum Bases demonstrauit, hoc verò eodem modo, quo Angulos, inæquales. præcedit autem sequenti Theoremati. nam illud quidẽ à Basibus ad Angulos, sub quibus Bases subtendunt inęqualitatis orationem deducit: hoc verò è conuerso ab Angulis ad Bases, quæ sub ipsis sunt. Quamobrem ipsum consequenter huic quidem iam dicto modo cõuersum est, octauo autem Theoremati oppositum. nam alterum quidem ab æqualitate Basium Angulos Verticales ęquales demonstrat, alterum verò à Basium inæqualitate ipsos quoq; inæquales ostendit. Cõmune autem est hisce quatuor (quorum duo quidem circa Aequale versantur, quartum scilicet, & octauũ: duo verò circa inęquale, hoc vtiq; & sequens & duo quidem ab Angulis incipiunt, quartum nempe, & quod in præsentia quęrere proposuimus; duo autem à Basibus, octauum porrò, quodque deinceps post pręsens collocatum est) commune cunctis inquam hisce quatuor est, tum quarto, & octauo, tum vigesimo quarto, & vigesimo quinto duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habere æqualia. his.n. inæqualibus existẽtibus omnis inquisitio superuacanea est, à deceptioneque haud immunis. Hęc de his in vniuersum dicta sint. Age autem Elementorum quoq; institutoris pręsentis Theorematis Constructionem consideremus, quodque deficit ipsi adijciamus. accipiens enim duo Triangula a b c, d e f, Latera a b, a c Lateribus d e d f æqualia habentia alterum alteri, Angulumque ad a Signum existentem Angulo ad d Signum existenti maiorem, & volens ostendere Basim b c, Basi e f maiorem, ad rectam Lineam e d, ad Signumque in ipsa; quod est d, Angulo qui ad a Signum est ęqualem constituit Angulum e d h. maior enim est Angulus qui ad a Signum est, Angulo qui ad Signum d, connectitque ipsi a c, ęqualem d h. Recta itaq; Linea e h ad Signum h producta aut supra rectã Lineam e f cadit, aut super ipsa, aut infra ipsam. Elementorum sanè institutor vtpote suprà iacentem ipsam accepit. Sit autem super ipsa

Varii huius Theorematis Casus.

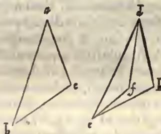



recta

recta Linea. Rursus itaque idẽ ostendemus. duæ enim a b, a c duabus d e, d h æquales sunt, æqualesq́ue continent Angulos. & Basis igitur b c, Basi e h æqualis est. At ipsa e h maior est quàm ipsa e f, quapropter ipsa quoq; b c maior est quàm ipsa e f. Verùm sit infra ipsam e f, posita. Connectentes itaque




ipsam e h dicemus quòd cùm ipsæ a b, a c ipsis d e, d h æquales sint, æqualesq́ue Angulos comprehendant, ipsa quoque b c, ipsi e h ęqualis est. Quoniam igitur intra Triangulum d e h duę rectę Lineæ d f, f e in Latere d e sunt constitutę, externis minores sunt. Aequalis autem est d h, ipsi d f. ipsi nanq; a c æqualis est. Maior est igitur ipsa h e quàm ipsa e f. Sed h e æqualis




est ipsi b c. Maior est ergo ipsa b c quàm ipsa e f. Iuxta itaq; omnem positionem Theorema ostensum est. Qua de causa igitur, quemadmodum in quarto Theoremate simul demonstrauit quòd Areę quoque Triangulorum æquales sunt, in hoc etiam non adijecit quòd prę- ter Basium inæqualitatem, Areæ quoque inæquales sunt? Aduersus hanc vtiq; dubitationem dicatur quòd non est eadem ratio in ęqualibus Angulis, & Basibus: atque in inæqualibus. nam Angulis quidẽ, & Basibus ęqualibus existentibus, Triangulorum etiam ęqualitas sequitur: inæqualibus autem existentibus, necessarium non est Arearũ inæqualitatem consequi. sed tum æqualia, tum inæqualia Triangula esse possunt: maiusq́ue illud, quod maiorem Angulum, Basimq́ue maiorem habet, itemq́ue minus. Propterea igitur Elementorum institutor Triangulorum comparationem reliquit. Præterea autem, quia etiam horum contemplatio Parallelarum indiget tractatione. Si verò oportet nos ea, quæ posterius ostendenda sunt anticipantes in præsentia quoque Arearum cõparationem facere, dicimus quòd ipsis a, d Angulis, duobus Rectis æqualibus existentibus (habeatur autem sermo in descriptione, quæ in Elemento est) Triãgula æqualia ostẽ-

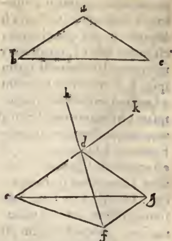
Dubitatio

Solutio.

Digressio

Arearum pulchra cõparatio.

duntur: maioribus autem quàm duo Recti, minus quod maiorem Angulum habet: minoribus verò, maius. Sint enim quę in Elemento cōstructa fuere, & producantur ipsę e d, f d ad signa h k, & supponantur Anguli b a c, e d f esse duobus Rectis ęquales. Quoniam igitur Angulus b a c, Angulo e d g ęqualis est, Anguli e d g, e d f duobus Rectis ęquales sunt. Sunt autē Anguli quoq; e d g, k d g duobus Rectis ęquales. Cōmunis auferatur e d g. Reliquus gitur e d f, reliquo g d k aequalis est. Verùm ipse e d f aequalis est ipsi h d k. ad verticem enim sunt. & Angulus igitur g d k, Angulo h d k aequalis est. Et quoniam Trianguli g d f, Angulus g d h externus est, duobus internis, & ex opposito iacentibus, ipsis scilicet, qui sunt ad Signa g, & f, ęqualis est. At isti ęquales sibi inuicē sunt. ipsa nanq; d g, ipsi d f aequalis est. Angulus ergo g d h, Anguli qui ad Signum g, & Anguli, qui ad Signum f, duplus est. Aequalis igitur est Angulus, qui ad Signum g, Angulo g d k, & sunt alternatim. Parallela igitur est d e, ipsi f g. Triangula ergo g d e, f d e super eadem Basi d e sunt, in eisdemqúe d e, g f Parallelis. Aequalia igitur sunt. Verùm Triangulum g d e, Triāgulo a b c est aequale. & Triangulū ergo d e f, Triangulo a b c inaequale non est. Et vides quòd tribus indiguimus Theorematibus, quae ad Parallelarum tractationē spectant, vno quidem dicenti quòd omnis Trianguli externus Angulus duobus internis, & ex opposito iacētibus aequalis est: altero autem, quòd si in duas rectas Lineas recta Linea incidens Alternos Angulos aequales fecerit, Parallelae rectae Lineae sunt: tertio verò, quòd Triangula super eadem Basi, in eisdemqúe Parallelis constituta, aequalia sunt. Quae Elementorum quoq; institutor sciens, Triangulorum comparationem omisit. Verùm sint Anguli b a c, e d f duobus rectis maiores, & construantur eadem. Quoniam itaque Anguli b a c, e d f, hoc est Anguli e d g, e d f duobus rectis maiores sunt: Anguli autem e d g, g d k duobus sunt Rectis aequales, ablato communi, ipso scilicet e d g, Angulus e d f maior est Angulo g d k, hoc est Angulus k d h maior

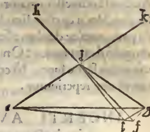


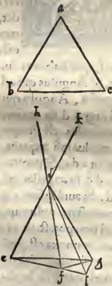

Propositio 32.

Propositio 27.

Propositio 37.

ior Angulo g d k. Angulus igitur g d h maior quàm duplus est Anguli g d k, ipse nempe, qui duplus est Anguli ad g Signum existentis. Angulus igitur g d k minor est Angulo, qui ad g Signum est. Ponatur ipsi g d k, æqualis d g l, & connectatur e l, & d l. Parallela ergo est g l, ipsi d e. Triangula igitur g d e, l d e æqualia sunt. At Triangulum l d e minus est Triangulo f d e. Triangulum igitur g d e, Triangulo f d e minus est. Aequale autem est Triangulum g d e, Triangulo a b c. Triangulum ergo a b c, Triangulo f d e minus est, ipsum nempe, quod maiorem Angulum habet. Tertiò Sint minores duobus Rectis Anguli inęquales eadéque construãtur. Quoniã itaque Anguli e d g, g d k duobus sunt Rectis æquales, cõmuni ablato e d g, totus g d h minor quàm duplus est ipsius g d k. Sed duplus etiam ipsius qui ad g Signum est. Angulus igitur g d k, Angulo qui ad Signum g, maior est. Ponatur Angulo g d k, æqualis d g l, & concidat g l cum ipsa e f in Signo l, & connectatur d l. Parallela igitur est g l, ipsi d e. Aequalia ergo sibi inuicẽ sunt Triãgula g d e, l d e. Verùm Triangulũ quidem l d e maius est Triangulo f d e: Triãgulum verò g d e æquale est Triangulo a b c. Triangulum ergo a b c, Triangulo d f e maius est. Ostensum est igitur Triãgulum a b c, Triangulo d e f & æquale, & maius, & minus, Angulis qui sunt ad a, & d Signa aut duobus Rectis æqualibus, aut maioribus quàm duo Recti, aut minoribus existentibus. omnesque suppositiones fieri possunt. Quid enim si Angulus qui ad a Signum, vnus Rectus, Rectique dimidium esset: qui verò ad Signum d, Recti dimidium, non'ne duo isti Anguli duobus Rectis æquales essent? Quid autem si qui ad Signum a, vnus Rectus, & Recti dimi-



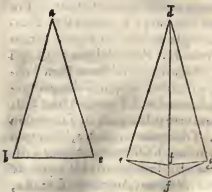
dium esset: qui verò ad Signum d, binæ vnius Recti Tertię, non'ne duobus Rectis essent maiores? Quid verò si qui ad Signum a, vnus Rectus, Rectiq; esset dimidium: qui autem ad Signum d, tertia Recti pars, non'ne duobus essent Rectis minores, & semper Angulus a, Angulo d esset maior? Omnes itaq; hæ Comparationes Parallelarū vsu nobis factæ sunt. Necessariò igitur apud Elementorum institutorem non reperiuntur.

## INCERTI AVTORIS SCHOLIVM in vigesimum quartum Theorema Primi Libri Elementorum Euclidis.

Scholium in exēplari quodā veteri repertum.

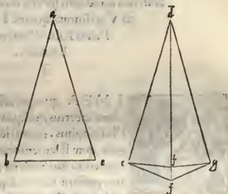


I MEAM afferre sentētiam operæpretium est, errauit Philosophus. nam fieri non potest vt super ipsa subtendente quę posterius protracta est recta Linea cadat, sed necessariò supra ipsam incidet, quemadmodum Elementorum quoq; institutor vsus fuit, quod autem dicimus, hoc modo ostendemus. Sint duo Triāgula æquicrura a b c, d e f, quæ habeant duo Latera b a, a c duobus Lateribus e d, d f ęqualia, & Angulus qui ad Signū a, Angulo qui ad Signū d sit maior. Ponendus est itaque Angulus ipsi æqualis, qui sit e d g, & protracta d g sit æqualis ipsi e d. Si autē ipsam e g connectere volumus, fieri non potest vt ea, quæ connexa est, ipsi e f in directum sit. nā si fieri potest sit in directum ipsi, hoc est super eadem recta Linea incidat ipsa e g, quemadmodum vsus esse videtur Proclus in secunda sua suppositione. Quoniam itaq; duo Triangula æquicrura esse supponuntur, æqualis vtique erit Angulus qui ad Signum e, Angulo qui ad Signum g. Cæterùm ipsi etiam d f e, est æqualis. & Angulus igitur, qui ad Signum g, Angulo d f e ęqua-




lis

lis est. quæ enim eidem æqualia, & inter se sunt æqualia. Si autē hoc verum est, Trianguli d f g, externus Angulus interno, & ex opposito collocato ęqualis erit, quod est imposſibile. Fieri ergo minime poteſt vt recta Linea e g, rectæ Lineæ e f in directum ſit. Si verò hoc fieri nō poteſt, eò magis neque extrà incidet. Intrà igitur. Non ergo rectè dixit Philoſophus. Veruntamen alia quoq; ratione hoc fieri non poſſe oſtendemus in eadem deſcriptione. Cùm enim ipſa d e, tum ipſi d f, tū ipſi d g ęqualis ſupponatur, ipſa quoque d f, ipſi d g erit ęqualis. Quapropter tria Triāgula æquicrura ſunt, vtputà d e f, d f g, & d e g. æqualia ſiquidē inter ſe tria Latera oſtenſa ſunt. & qui igitur ad Baſes ipſorum ſunt Anguli, æquales ſibi inuicem erunt. hoc eſt qui ad Signum e, ei qui ad Signum g, &




adhuc ipſi d f e: & qui ad Signum g, ipſi d f g. Quatuor igitur Anguli ſibi inuicem ſigillatim ęquales ſunt. Quamobrem & duo ipſorum, reliquis duobus æquales erunt. Sint duo qui ad e, & g Signa, duobus d f e, d f g ęquales vtriq; ſimul vtriſq;. Anguli igitur d f e, d f g, duobus ſunt Rectis æquales. ſiquidē recta Linea d f ſuper rectā Lineā e g ſtetit. Quocirca Anguli quoque d e f, d g f duobus Rectis æquales ſunt. Si autem hoc verum, ſeptimū decimum Theorema deſtructum eſt. At qui illud verum eſt, hoc ergo nequaquam fieri poteſt. Quæ ergo producitur recta Linea e g, ſuper eadem recta Linea e f non cōnectetur. Si verò hoc fieri non poteſt, multò magis (vt dictum eſt) neque extrà incidet. quod enim in illa ſuppoſitione euenit abſurdū, abſurdo hoc maius eſt. Dicēdum igitur pro Philoſopho quòd eos, qui inſtituuntur alloquens, non ſatis ſcitè expoſuit. Vel exercitationis gratia, animiq́ue excitationis eorum, qui ingenio præſtant. vel fortaſſe etiam hallucinatus eſt. & nil mirum. Præterea aliter idem oſtendemus. Cùm enim quatuor Anguli ſigillatim ęquales ſibi inuicē oſtenſi ſint, hoc eſt ipſe d f e, & ipſe d f g: & adhuc qui ad Signum e, & qui ad g Signum. Cùm verò recta Linea ſuper rectā conſiſtens Lineā Dein-

Defendit Proclū magis eū oſfendēdo.

ceps

ceps Angulos æquales fecerit, vterque rectus est. Quamobrem vterque ipsorum d f e, d f g rectus erit. Si hoc autem verum est, Angulus etiam, qui ad g, rectus erit. Si autem hoc verũ, destructum est rursus septimum decimum Theorema. omnis enim (inquit) Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt. nostra autem suppositio ostẽdit ipsos duobus Rectis æquales, quod est absurdum.

## FRANCISCI BAROCII SCHOLIVM
aduersus quoddam incerti Autoris Scholium in Vigesimum quartũ Theorema Primi Lib. Elementorũ Euclidis.

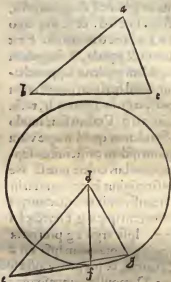


Scholium Interpretis.

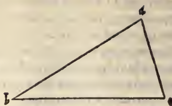


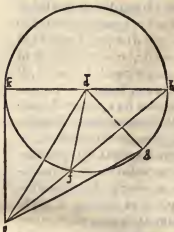
SI MEA quoque afferenda est sententia errauit planè incertus quisquis sit Autor, non errauit autẽ Philosophus. nam sciẽdum est quòd ipsa Triangula, quæ Elementorum institutor proponit aut æquicrura, aut Scalena erunt. ęquilatera enim esse non possunt, cùm inæquales quidem Anguli verticales, æqualia verò duo vnius Latera duobus alterius Lateribus alterum alteri sint. erũt siquidem Anguli etiam ęquales, quod non supponitur. Si itaque Triangula æquicrura fuerint quemadmodum Elementorum quoq; institutor ipsa accepit, necessariò supra subtendentem quæ vltimò protracta est recta Linea incidet, vt incertus etiam Autor ostendit: Si verò Scalena, vt & Proclus ipsa suscepit, fieri potest vt quæ vltimò protracta est recta Linea, tum super ipsa subtendente, tum supra ipsam, tum etiam infra ipsam cadat. & iuxta omnem positionem Theorema veritatem in se continet, vt apud Proclum ipsum quilibet videre potest. Immeritò igitur incertus Autor Proclum infestat. non enim in æquicruribus Triangulis, extrà, vel super ipsa subtendente vltimò protractam Proclus accepit, sed simpliciter enunciauit. Cùm autẽ indeterminatè aliquid affirmamus, ĩ quibus fieri potest ipsum intelligimus, nõ aũt in quibus non potest fieri. Dicendum ergo pro incerto Autore quòd aut quasi ad rudes, ambitionis causa, quippe quòd tantũ virum deceptum ostẽdat, aut exercitationis gratia, Animiq; excitationis eorum, qui ingenio valent, præsens scripsit Scholium, aut fortasse etiam hallucinatus est. Scire autem operæpretium est quòd cùm ait incertus Autor in æquicru-

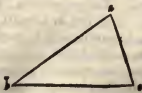
quicruribus Triangulis postremò productam rectam Lineam supra subtendentem necessariò cadere, hoc verum est in ijs quidē æquicruribus, quæ similiter æquicrura sunt, non autem in ijs, quæ non sunt similiter æquicrura. etenim in non similiter æquicruribus fieri potest, vt quæ vltimò producta est recta Linea, modò supra subtendentem, modò infra, modò super ipsa cadat. Sint enim duo Triangula a b c, d e f æquicrura ita, vt Latus quidem a b æquale sit Lateri b c, & Latus a c, vtroque minus: Latus verò d f æquale Lateri f e, & Latus d e, vtroque maius. & sit Latus a b æquale Lateri e d, & Latus a c, Lateri d f. nec non Angulus b a c, maior Angulo e d f. Ponatur autem Angulus e d g æqualis Angulo b a c, & protrahatur ipsa d g, ponaturque æqualis ipsi a c, & connectatur ipsa e g. Dico quòd fieri potest vt ipsa e g, & supra ipsam e f, & infra ipsam, itemque super ipsa cadat. Centro enim Signo d, interuallo autem Linea d f, Circulus describatur, quem aut tangit Linea e f, aut secat. Tangat primùm. Linea igitur d g in Circuli Circunferentiam cadet. & quoniam tota contingens extra Circulum cadit, necessariò ipsa e g supra ipsam e f cadet. Secet autem ipsa e f Circulum vt habetur in secunda nostra descriptione, & producatur in directum Linea e f, quousque Circulum iterum secet in h Signo. Quoniam itaque ipsa d g, ipsi d f æqualis est, necessariò in Circuli Circunferentia cadit. Aut igitur inter f h Signa in Circunferentia cadit, aut in Signum h, aut vltra h Signum. At qui fieri non potest vt in Signum h, aut vltra h Signum ipsa cadat. necessarium igitur est inter f, & h Signa ipsam cadere. Quòd autem neque in Signum h, neque vltra h Signum cadere potest, sic ostendemus. Cadat primùm in Signum h, vt ipsa d h, & producatur ipsa h d in directum vsque ad Signum k, & connectatur Linea k e, quæ tangat Circulum,

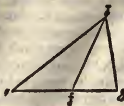


in Signo k. Quoniam igitur duæ k d, d e duabus e d, d h æquales sunt, Basis autem e h, Basi e k est maior, Angulus sanè e d h, Angulo e d k maior est. Verùm Angulus e d k maior est Angulo e h d. Multò maior igitur est Angulus e d h, Angulo e h d. & Latus ergo e h, Latere e d maius est. Erat autem & ęquale, Triangulum siquidem ęquicrus supponebatur, quod fieri non potest. non cadet ergo in Signum h, recta Linea d g. Eodem sanè modo ostendemus quòd neque vltra ipsum ijsdem existentibus suppositionibus cadere potest. Necessariò igitur inter Signa f h in Circunferentia cadit, secantqúe se inuicem ipsę d g, e h rectę Lineæ. Ipsa ergo e g protracta magis remota quàm ipsa e h à Cētro est, & propterea infra ipsam e f cadit, quod demonstrandum erat. Demonstrauimus igitur quòd tum supra, tum infra ipsam cadere potest. Reliquum autem est ostēdere quòd fieri potest, vt etiam super ipsa subtendente quæ vltimò protracta est recta Linea cadat. Sint itaque duo Triangula æquicrura a b c, d e f vt ea, quæ superius descripta sunt, & sit quidem vterq; Angulorum b a c, a c b reliqui duplus, itemqúe duplus Anguli e d f. hoc enim fieri potest. constituatur aūt ad d e rectā Lineā, ad Signūqúe in ea d, Angulus e d g æqualis Angulo b a c, & ponatur cuiuis Linearū a c, d f æqualis ipsa d g, cōnectatur'q; Linea e g. Dico quòd his suppositis, necessariò ip-



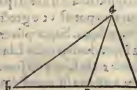



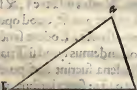



sa f g ipsi e f in directũ est, ipsaq́ue e g postremò protracta, super ipsa e f g velis nolis cadet. Primùm igitur ostendendum quòd in directũ est ipsa g f, ipsi f e, vnaq́ue est recta Linea ipsa e f g: postea verò, quòd super ipsa cadit recta Linea e g, postremò protracta. Si autem hoc ostendere volumus, ostendenda prius est nobis Sumptiuncula quędã, quæ talis est. Si Trianguli ęquicruris vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habentis vteruis Angulorum, qui ad Basim sunt bifariam sectus fuerit, quæ Angulum secat recta Linea ad reliquum Trianguli Latus ducta, ęqualis est Basi Trianguli, quod initiò erat, itemq́ue alteri dissecti Lateris Segmento, quod minori Triãguli Angulo magis propinquũ est. Sumptio.

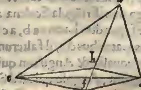
Sit Triangulũ a b c æquicrus habens vtrunq; eorum, qui ad a c Basim sunt, Angulorum reliqui duplũ, & secetur bifariam Angulus, qui ad a Signum est per rectã Lineam a d, & ducatur ipsa a d ad Latus b c. Dico quòd æqualis est recta Linea a d vtrique rectarum Linearum a c, d b. Demõ Sũptionis.




Quoniam Angulus b a c duplus est vtriusq; Angulorum b a d, a b d, Angulus b a d, Angulo a b d æqualis est. Aequale igitur est & Latus a d, Lateri d b. Rursus quoniam Trianguli a b d externus est Angulus a d c, duobus internis, ex oppositoq́ue iacentibus, ipsis nẽpe a b d, b a d est æqualis, qui ipsi b a c æquales sunt. Angulus ergo a d c, Angulo b a c inæqualis non est. At ipse b a c, ipsi a c b est ęqualis. æquicrus. n. Triãgulum a b c supponebatur. Angulus igitur a d c, Angulo a c d ęqualis est. & Latus ergo a d ęquale est Lateri a c. Ostensum est aũt ipsi etiam d b ęquale. Recta igitur Linea a d vtriq; a c, d b rectarum Linearũ æqualis est, quod oportuit demonstrasse.

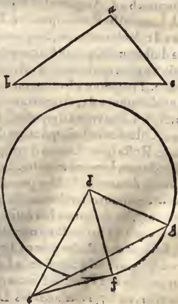



Hoc præassumpto Propositum ostendemus. Sit igitur quæ superius designata fuit descriptio. Si itaq; ipsa g f in directum non est ipsi f e, sed sunt duæ Rectæ ipsæ e f, f g, ducatur à Signo e, ad g Signũ recta Linea, quę aut supra e f, f g rectas Lineas cadit, aut infra. nã super duabus rectis Lineis Proposĩti Demõ.

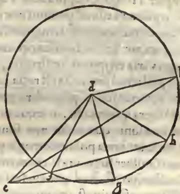


vna recta Linea cadere minimè poteſt. Cadat primò ſuprà. Secat igitur ipſam d f, ſecet in Signo h. Quoniam igitur a b, ipſi d e: & a c, ipſi d g æqualis eſt, duæ duabus æquales, & Angulos æquales comprehẽdunt eos, qui ſunt ad verticem. Baſis igitur b c, Baſi e g æqualis eſt, omniaque omnibus ſunt æqualia. Triangulum ergo e d g ęquicrus eſt, habens vtrunque eorum qui ad Baſim d g ſunt Angulorum, reliqui duplum. Secat autem Linea d h, Angulum e d g bifariam. Aequalis eſt igitur ipſa d h, ipſi d g, poſita autem erat ipſa d g, ipſi d f ęqualis. & ipſa ergo d h, ipſi d f æqualis eſt, Totæ ſua pars, quod nequaquã fieri poteſt. Nõ cadit ergo ſuprà recta Linea e g. Cadat infrà, & producatur ipſa d f quouſque ipſam ſecet in h Signo. Similiter porrò oſtendemus quòd tota d h ſuæ d f parti æqualis eſt, quod eſt abſurdum. Fieri igitur non poteſt vt e g recta Linea infra e f, f g rectas Lineas cadat. At neq; ſupra. Super ipſis ergo neceſſariò cadet. Verũ vna recta Linea ſuper duabus rectis Lineis tota cadere non poteſt. Ipſæ igitur e f, f g, duæ rectę Lineę nõ ſunt. Vna ergo tota ipſa e f g recta Linea eſt. Cùm autẽ vna ſit, manifeſtum eſt quòd nulla alia eſt, niſi ipſa e g poſtremò protracta. In huiuſcemodi igitur Aequicruribus, quę hoc modo ſe ſe habent recta quę vltimò protracta eſt Linea, neq; ſuprà, neq; infrà, ſed ſuper ipſa ſubtendente omnino cadet. Oſtenſum autem fuit quod aliter ſe ſe habentibus huiuſcemodi Aequicruribus fieri poteſt vt etiam ſupra ipſam, & infra ipſam cadat. In non Similiter Aequicruribus igitur ipſa e g & ſupra, & infra ipſam e f, & ſuper ipſa cadere poteſt, quod oportuit demonſtraſſe. Eodem ſanè modo oſtendemus quòd ſi Triangula Scalena fuerint fieri poteſt vt ipſa e g tũ in ſuperioribus, tum in inferioribus partibus, tum etiam ſuper ipſa ſubtẽdẽte cadat. Sint ergo duo Triãgula Scalena a b c, d e f, quæ duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f alterum alteri ęqualia, & Angulum qui ad a Signum, Angulo qui ad d Signũ eſt, maiorem habeant. Cõſtituatur

Demõ in Scalenis.



tur itaq; ad rectam Lineam d e, a d Signumq́ue in ea d, Angulo b a c æqualis Angulus e d g, & ponatur cuiuis ipsarum a c, d f æqualis ipsa d g, & connectatur e g. Dico quòd fieri potest vt ipsa e g & supra ipsam e f, & infra, & super ipsa cadat. Centro enim d, interuallo autem d f Circulus designetur, quē aut tangit rursus ipsa e f, & tunc recta Linea e g supra rectam Lineam e f cadet, vt in Aequicruribus ostensum est; aut secat ipsum. Secet, & producatur in directū ipsa e f quousq; secet rursus Circulum in h Signo. Aut ergo ipsa d g inter Signa f h in Circunferentiam incidit, & sic ipsa e g infra ipsam e f cadet: aut in Signo h, & tunc ipsa e g super ipsa e f in directum cadet, vt ipsa e h: aut vltra h Signū, vt ipsa d k, & sic ipsa e k, hoc est ipsa e g supra ipsam e f cadet. In Scalenis ergo Triangulis quæ vltimò producta est recta Linea non solùm supra subtendentem, verum etiam infra, iteq́ue super ipsa cadere potest, quod erat demōstrandum. Non errauit igitur Proclus maximus quidem Philosophus, quippe qui Triangula ipsa non determinauit, sed simpliciter enuntiauit.




Assumemus autem ex his Triangulorū cùm ad principia totius Mathematicę essentię relationem, tum ad ea, quæ sunt proportionē. quum enim Mathematica genera, & species Fine, & Infinito participent, siquidem ab ipsis etiā scaturiunt, alia quidem Fini cognata sunt, alia verò Infinitati, alia autem per mistionem vtriusque subsistunt. & quæ quidem ex Fine orta sunt, terminum, & statum, & identitatem, & ęqualitatem, & similitudinem seruant: quę autem ab Infinitate emanant, in infinitum progressionem, & accretionem, & decretionem, & inæqualitatem, & dissimilitudinem, & varietatem, omnisq́ue generis diuersitatem in se se ostendunt: quæ verò per mistionem vtriusq; gignuntur, partim quidem Finis naturā propter meliorem coordinationem, partim autem Infinitatis propter deteriorem seriem indicant. Non immeritò igitur propter hæc cùm Trilateræ etiā Figuræ per illa principia constituantur, Finis quidem Ratio æquilaterum perfecit Triangulum, quod æqualitate tantùm, Digressio

&

Triãgulorũ ad sua principia relatio. & similitudine est præditum, & iuxta omnia finitum semper, atque terminatum, idemque manens, & neque accretionem iuxta Angulos, neque decretionem, neque vllam iuxta Latera varietatem suscipiens: Infinitatis aũt, scalenũ, quod solius inęqualitatis, & dissimilitudinis est particeps, iuxtaque omnia indeterminationem, & motum infinitum, & varietatem ostendit: vtriusque autem, quippe quæ medium ipsarum tenet Centrum, mistæque ex ambobus naturæ est particeps, æquicrus, quod Finis simul, atque Infinitatis ostendendæ vim habet. Quapropter Triãgula, quę præsens Vigesimũ quartũ Theorema proponit, ęquilatera esse nõ possunt (hoc siquidẽ inęqualitatẽ ostẽdit, illa ãt ab æqualitate vndique scatent) verũ aut æquicrura, aut scalena. & si æquicrura, aut similiter. rursus ęquicrura, aut nõ similiter. & in scalenis magis varia est ipsius Constructio, quam in æquicruribus. in scalenis .n. quæ postremò protracta est recta Linea & supra, & infra subtendentem, itemque super ipsa cadere potest: in æquicruribus autẽ necessariò supra ipsam cadit. in æquicruribus inquam, quæ similiter æquicrura sunt. quæ enim non sunt similiter æquicrura diuersitate, & varietate iuxta positionẽ magis participant, quàm ea, quæ æquicrura similiter sunt. vnde etiam magis varia istorum, quàm illorum Constructio est. Iurè igitur in scalenis magis varia Constructio ipsa, & Demonstratio est, quàm in æquicruribus. Siquidẽ scalena quidẽ varietate, & diuersitate, simpliciterque deteriori serie magis quàm æquicrura participant: æquicrura verò Infiniti naturæ sunt magis cognata. Propterea sanè diuinis etiam Animis tanquam inferiorum omnium mensuris, & simplicitate, & æqualitate, identitateque præditis æquilaterum quidem Triangulum Pythagorei assimilant: æquicrus autem secundis generibus materialem naturam dirigentibus, quippe quæ mensura quidem abundant, inæqualitatem verò, materialemque immoderationem iuxta suas extremitates attingunt, æquicrurium siquidem duo quidẽ Latera, & duo Anguli ęquales sunt, Basis autem, Verticalisque Angulus inæqualis: Scalenum verò vitis partibilibus, quę vndequaque immoderatione, & inęqualitate, omnisque generis diuersitate, & varietate refertæ sunt. Verùm de his quidem hactenus.

Pulchra Triãgulorum iuxta Pythagoreos ad ea quæ sunt cõparatio.

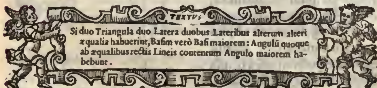
Finis Scholii

Corollarium ex Scholio.

Corollarium. EX his porrò manifestum est quòd in Triangulis non similiter ęquicruribus cùm quidem Angulus Verticalis vtrius duplus fuerit Angu-

li Verticalis alterius, necessariò quę vltimò protracta est recta Linea, super subtendēte recta Linea cadit: cùm autem maior quàm duplus, infra ipsam: cùm verò minor, supra. Opus est autem quando super ipsa cadit, vt Triangulum, quod maiorem Angulum habet, vtrunq; eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habeat.

## SEQVVNTVR PROCLI Commentarij




Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, Basim verò Basi maiorem: Angulũ quoque ab æqualibus rectis Lineis contentum Angulo maiorem habebunt. Propô 25 Theo. 16.

PResens Theorema Octauo quidem oppositum est, pręcedenti verò conuersum. iuxta coniugationem enim Elementorum institutor de Angulorum, Basiumque æqualitate, atque inæqualitate Theoremata protulit, in vnaquaq; coniugationum alia quidem Pręcedentia, alia verò Conuersa accipiens. & in Præcedentibus quidem, directis ostēsionibus: in Cõuersis verò, ad impossibile Deductionibus vtens. Hoc modo autem in vno etiam quolibet Triangulo fecit, interdum quidem ęqualitati Laterum, quę in ipso sunt, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum æqualitatem consequentem esse ostendens: interdum verò inæqualitati inæqualitatem. Rursusque è conuerso, Angulorum quidem æqualitati Laterum æqualitatem, inæqualitati verò inæqualitatem esse consequentem affirmans. Verùm ad Propositum venientes, quomodo quidem Geometra ostendit manifestũ cùm sit, ex Libris legere ijs, qui discendi tenentur desiderio dimittemus. Quas autem alij etiam eiusdem afferunt Demonstrationes breuiter enarrabimus. & primùm illam, quam Menelaus Alexandrinus inuenit, & tradidit. Sint duo Triangula a b c, d e f duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f æqualia habentia alterum alteri, Basimque b c, Basi e f maiorem. Dico quòd Angulus, qui ad a Signum, Angulo, qui ad d Signum, maior est. abscindatur enim à Basi b c, Basi e f æqualis, quæ sit b g, & constituatur ad b Signum Angulo d e f, ęqualis Angulus g b h, & ponatur b h ipsi d e æqualis, & connectatur h g, & producatur vsque ad k Signum, cõnectaturque a h. Quoniam itaque

Côm. 30.

Demôstratio Menelai Alexâdrini.

que b g æqualis eſt ipſi e f, b h autem ipſi e d, duæ duabus ſunt æquales, Angulosq́ue æquales continent. Ipſa igitur g h, ipſi d f ęqualis eſt, et Angulus b h g Angulo e d f inęqualis non eſt. Et quoniam g h ęqualis eſt ipſi d f, ipſa autem d f, ipſi a c, ipſa quoque g h, ipſi a c æqualis eſt. Maior eſt igitur h k, quàm a c, quamobrē multò maior quàm a k. Et Angulus ergo k a h, Angulo k h a maior eſt. Rurſus quoniā æqualis eſt ipſi a b, ipſa b h, ipſi nanque d e eſt æqualis, Angulus b h a, Angulo b a h æqualis eſt. Totus igitur b h k Angulus toto b a c Angulo eſt minor, æqualis autem Angulo, qui ad Signum d, oſtenſus eſt. Angulus ergo b a c, Angulo, qui eſt ad d Signum, eſt maior. Talis quidem Menelai Demōſtratio eſt. Heron autem Mechanicus hoc modo non per impoſſibile idem oſtendit. Sint duo Triāgula a b c, d e f, eędēq́ue ſint ſuppoſitiones. & quoniam b c maior eſt quàm ipſa e f, producatur e f, & ponatur ipſi b c, æqualis e g, ſimiliterque protrahatur d e, & ponatur ipſi d f, ęqualis d h. Circulus igitur, qui Cētro d, interualloq́ue d f deſcribitur tranſibit etiam per Signum h. Deſcribatur vt f k h. & quoniam a c, a b maiores ſunt ipſa b c, hæ autem ipſi e h ęqualēs ſūt, & b c, ipſi g e, Circulus, qui Centro quidem e, interuallo autem e g deſcribitur, ſecat ipſam e h. Secet vt ipſe g k, & connectantur à communi Circulorum ſectione ad Centra rectę Lineæ k d, k e. Quoniam itaque d Signum Centrū eſt Circuli h k f, ipſa

Heronis Mechanici Demō.

ipsa d k, ipsi d h ęqualis est, hoc est ipsi a c. Rursus quoniam e Signum Centrum est Circuli g k, ipsa e k ipsi e g æqualis est, hoc est ipsi b c. Quoniam igitur duæ a b, a c duabus d e, d k sunt æquales, & b c Basis, e k Basi, Angulus quoq; b a c, Angulo e d k est æqualis. Angulus ergo b a c, Angulo f d e maior est.

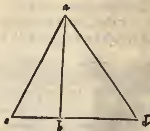



Si duo Triangula duos Angulos duobus Angulis alterum alteri æquales habuerint, vnumq; Latus vni Lateri æquale, aut quod æquis adiacet Angulis, aut quod sub vno æqualium Angulorum subtendit: reliqua quoque Latera reliquis Lateribus alterum alteri æqualia, & reliquum Angulum reliquo Angulo æqualem habebunt. Propō 16 Theo 17.

TRiangula iuxta Latera, & Angulos, & Areas ad inuicem comparare volentem, necesse est aut Latera sola æqualia accipiendo, Angulorum æqualitatem quærere: aut solos Angulos æquales sumendo, Laterum æqualitatem inuestigare: aut Angulos, & Latera miscendo, Angulorum, & Laterum æqualitatem scrutari. Solos itaq; Angulos quidē ęquales cùm accepisset Euclides, Latera quoq; Triangulorum nō potuit æqualia ostendere. æquiangula enim minima quoque maximis Triangula sunt, quum etiam iuxta Latera, comprehensaqúe spatia ab alijs superentur: Angulos autem Angulis illorum singillatim ęquales habeāt. Sola verò Latera ęqualia cùm supposuisset, omnia æqualia esse demonstrauit per octauū Theorema, in quo duo sunt Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, Basimqúe Basi æqualem habent, hæcqúe æquiangula, æqualiumqúe Spatiorum comprehendendorum vim habentia ostenduntur. & Elementorum institutor hanc additionem prætermisit tanquam per quartum necessariò consequentem, nullaqúe Demonstratione egentem. Latera autem, atq; Angulos accipiens, vel vnum Latus vni æquale, vnumqúe Angulum vni æqualem accipere debuit: vel vnum Latus, duosqúe Triangulorum Angulos duobus æquales: vel contrà vnum Angulum, duoqúe Latera: vel vnum Angulum, & tria Latera: vel vnum Latus, & tres Angulos: vel plura etiā vno Latere, vnoqúe Angulo plures. Verùm vnum Angulum, vnumqúe Latus cùm accepisset, Propositum minimè ostendit, reliquorū scilicet æqualitatem. fieri enim potest vt duo Triangula iuxta vnum solum Latus, vnumqúe Angulum ęqualia existentia, quò ad reliqua prorsus inęqualia sint. Sit enim recta Linea a b Perpendiculariter erecta super rectam Lineam c d, sit autem maior b d quàm b c, & connectan-

Cōm. 31. Pulcherrima cōparationis Triāgulorū Diuisio

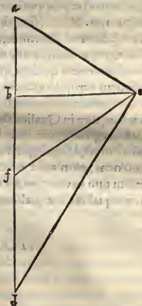
tur a c, a d. His igitur Triangulis vnum quidem est Latus commune, vnusqúe Angulus vni Angulo æqualis, reliqua veró omnia inæqualia sunt. Vnum autẽ Latus, & duos Angulos accipere licet, cęteraqúe ęqualia ostẽdere, & hoc facit per pręsens Theorema. Vnũ veró Latus, & tres Angulos ęquales iterum supponere superuacaneum est. Siquidẽ duobus etiam solis æqualibus existentibus, reliquorum æqualitas ostensa fuit. Rursus vnum Angulũ, duoqúe Latera æqualia accipiens, reliqua æqualia in quarto Theoremate demonstrauit. Vnum autem Angulum, & Tria Latera æqualia accipere superuacuum est. duo nanque tantùm ęqualia assumpta, cæterorum æqualitatem concluserunt. Quinetiam duo Latera, duosqúe Angulos æquales suscipere: vel duo Latera, & tres Angulos æquales: vel duos Angulos, & tria Latera: vel tres Angulos, & tria Latera, hæc omnia superuacanea sunt. quæ.n. pauciores consequuntur suppositiones, omnino plures etiã comitantur, dũmodo cum † datis conditionibus suppositiones accipiantur. Tres ergo suppositiones Demonstratione egentes sunt nobis ortæ, quæ quidem sola tria Latera suscipit: quæqúe vnum Latus, & duos Angulos, quã nunc Geometra proponit: huicqúe opposita. Et propterea hęc sola tria Theoremata de æqualitate Triangulorũ habemus, quæ in Lateribus, Angulisqúe versatur. Quandoquidem cæteræ omnes suppositiones ad Quæsitum ostendendum aut inualidæ sunt, aut validæ quidem, sed superuacaneæ, eó quód per pauciores suppositiones eadem suapte natura comparata sunt. Quẽadmodum igitur quando duo Latera duobus Lateribus æqualia suscipiebat, vnoqúe Angulo vnum Angulum æqualem, non equidem quemlibet Angulum accipiebat, sed (vt ab ipso propositum fuit) ab æqualibus rectis Lineis contentum, eodem modo duos etiam Angulos duobus æquales assumens, vnumqúe Latus vni Lateri, hoc non quodlibet assumit, verùm aut ęquis Angulis adiacens, aut sub vno ęqualium Angulorum subtendens. neque enim in quarto Angulus quilibet æqualis sumptus, neque quoduis in præsenti Theoremate Latus, reliqua æqualia ostendere potest. Dico autem, exempli gratia, existente Triangulo æquilatero a b c, diuidatur Latus b c in partes inæquales per Lineam a d. Fiunt igitur duo Trian-




† decẽtibus.




Triãgula duo Latera a b,ad duobus Lateribus a c,a d æqualia habentia,vnũquę Angulum, qui ad b Signum vni Angulo,qui ad c Signum æqualem,verùm nõ etiam reliqua Latera æqualia sunt,vtputà Latus b d,Lateri d c. inæqualia enim sunt. At neque etiam reliqui Anguli æquales sunt. Causa autem est quoniam Angulo Angulum ęqualem suscepimus non eum,qui ab æqualibus Lateribus continetur. Eodem sanè modo præsens quoque Theorema titubare videbitur, nisi iuxta iam dictam conditionem,æquale Latus sub vno æqualium Angulorũ subtendens,vel æqualibus Angulis adiacens accipiamus. Sit enim Triãgulum rectãgulum a b c, Angulum, qui ad b Signum est rectum habens, Latus'qȝ b c maius Latere b a, & producatur a b, & cõstituatur ad rectam Lineam b c, ad Signumqúe in ea c, Angulo b a c,ęqualis Angulus b c d, & coincidant b d,c d productæ vsqȝ ad Signum d. Duo itaqȝ Triangula sunt a b c,b c d vnum Latus b c commune habentia, duosqúe Angulos duobus Angulis ęquales a b c quidẽ, ipsi c b d (Recti.n.sunt)b a c autem, ipsi b c d. sic.n. constituti fuere. Aequalia igitur (vt videtur) Triangula sunt, ostenditur tamen Triangulum b d c maius Triãgulo a b c. causa aũt est quoniam commune Latus b c in Triangulo quidem a b c vnum ęqualiũ Angulorũ subtẽdens accepimus, ipsum scilicet, qui ad a Signum est: in Triangulo verò b c d, æquis Angulis adiacens. Opus erat igitur in vtrisque aut vnum æqualium Angulorum subtendere,aut ęquis Angulis adiacere. Hoc autem nõ obseruantes Triangulũ illud æquale affirmamus,quod necessariò maius est. quomodo .n. Triangulum b c d, Triangulo a b c maius non est? constituatur .n. ad rectam Lineam b c, ad Signumqúe in ipsa datum

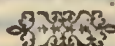


c, Angulo a c b, æqualis Angulus f c b. Angulus .n. b c d maior est Angulo a c b, quemadmodum etiam Angulus, qui ad a Signum est. Quoniam igitur duo Triangula sunt a b c, b c f duos Angulos a b c, b c a duobus Angulis c b f, b c f alterũ alteri ęquales habentia, vnũqůe Latus cõmune ęqualibus Angulis adiacens ipsum scilicet b c, Triangula æqualia sunt. Maius est autẽ Triangulum b c d, Triangulo b c f. Maius igitur est Triangulo etiam a b c. Prius autẽ æquale ostensum fuit, propter cuiuslibet Lateris assumptionem. Hæc ad præsentium quocp diligentiam Porphyrius nobis suppeditat. Eudemus autem in Geometricis enarrationibus præsens Theorema ad Thaletem refert. Nauigiorum .n. quæ in Mari sunt distantiam eo modo, quo dicunt ipsum ostẽdere, hoc insuper vti (inquit) necesse est. Ex iam dicta autem diuisione omnem de Triangulorum æqualitate contemplationẽ breuiter assumemus, prætermissorumqůe causas dicere poterimus, tãquam mendaces suppositiones ipsas, vel tanquam superuacaneas redarguentes. & huc vsque finem habere Elemẽtorum institutori primam sectionem statuemus, quippe qui Triangulorum quidem Constitutiones, ac Comparationes iuxta Aequale, & Inęquale fecit. & per Constitutionem quidem, ipsorum Essentiam tradidit: per Comparationem verò, Identitatem, atque Diuersitatem. tria .n. sunt, quę circa existentiam versantur, Essentia, Idem, & Alterum, tum in Quantitatibus, tum in Qualitatibus secundum subiectorum proprietatem. Ex his ergo tanquam imaginibus ostenditur quòd vnumquodcp sibi ipsi idem est, à se ipsoqůe discrepat, propter eam, quæ in ipso est multitudinem: omniaqůe eadem sibi inuicem sunt, & à se ipsis diuersa. etenim tum in vnoquocp Triangulorum, tum in pluribus vno Triãgulis æqualitas, inæqualitasqůe reperta fuit.

Porphyrius. Eudemus ĩ Geometricis enarrationib⁹ ad Thaletem hoc Theorema refert. Epilogus primæ sectiõis primi lib. Elementorum Euclidis. Documẽtum. Pulchra consideratio.

*TERTII LIBRI FINIS.*

# PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER QVARTVS.



## Quod sit Secundæ primi Elementorum Partis Propositum Caput vnicum.



DE TRIANGVLORVM quidem Ortu,& æqualitate,vel inæqualitate quæcunque Elemētari institutiōe dici poterāt ex iā dictis didicimus. De Quadrilateris aūt Figuris deinceps Euclides enarrat, præcipuè quidem de Parallelogrāmis nos edocens, simul verò cum horum contemplatione de Trapezijs quoq; doctrinam afferens. diuiditur enim (vt alicubi prius etiam in Suppositionibus diximus) Quadrilaterum in Parallelogrammum, & Trapezium: & Parallelogrammum in alias quasdam species, Trapeziumque similiter. Verùm quoniam Parallelogrammum quidem propter æqualitatis participationem ordinatum est, Trapezium verò non eundem, neque similem ordinem habet, non immeritò præcipuè quidem de Parallelogrammis ipsi est sermo, vnà autem cum his Trapezium quoq; contemplatur. ex Parallelogrammorum enim sectione, Trapeziorum Ortus apparebit, vt procedentibus nobis manifestum erit. Quoniam autem rursus fieri non potest vt aliquid de Parallelogrāmorum constitutione, vel æqualitate dicatur absq; Parallelarum consideratione (nam vt etiam ex nomine fit manifestum, Parallelogrammum illud est, quod à Parallelis ex opposito iacentibus rectis Lineis circunscribitur) necessariò hinc à Parallelis doctrinæ sumit initium, paululum autem ab his progressus, Parallelogrammorum doctrinam ingreditur vno medio vsus Theoremate inter harum, illorumq; Elementarem institutionem. quippe quod videtur quidē Symptoma quoddam, quod Parallelis inest contemplari: primum autem Parallelogrammi Ortum tradit. tale enim est quod ait, Rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsæ quoque æquales, & Parallelæ sunt. nam in hoc quidem Theorema-

Continuatio Libri.

Incō 18. Libri 1.

Inferius i Propōne 35.

Propō 33.

te quoddam æqualibus, Parallelisque rectis Lineis Accidens consideratur: ex connexione autem Parallelogrammum apparet, quod Latera ex opposito iacentia, Parallelaque habet. Quod igitur Parallelarum sermo necessariò præassumptus fuit, ex his manifestum est.

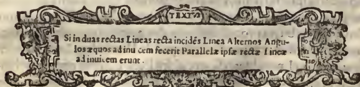
Tria, quæ Parallelis per se insunt

Tria autem assumenda sunt, quæ Parallelis per se insunt, & ipsas per se exprimunt, ipsisque conuertuntur, non solùm tria simul, sed vnumquodque etiam seorsum ab alijs sumptum. Quorum vnũ quidem est, Recta Linea Parallelas secante, Alternos Angulos æquales esse: alterum autem, Recta Linea Parallelas secãte, internos Angulos duobus Rectis esse æquales: reliquum verò, Recta Linea Parallelas secante, externum Angulum interno, ex oppositoque iacenti æqualem esse. sufficiens enim est quodlibet horum Symptomatũ demonstratum, rectas Lineas Parallelas affirmare. Hoc modo autẽ cæteri quoque Mathematici de Lineis disserere consueuerunt, vniuscuiusque speciei Symptoma tradentes. Apollonius nanque in qualibet Conicarum Linearum quid Symptoma sit ostendit, & † Nicomedes in Conchoidibus, & Hippias in Quadrantibus, Perseusque in Spiricis. nam post ipsarum ortum quod ipsis per se, & secundum quod ipsum inest, assumptũ, constitutam nobis formam à cunctis alijs distinguit. Eodem modo igitur Elementorum quoque institutor Parallelarum Symptomata primùm inuestigat.

Apollonius. † Nicodemus. Hippias. Perseus.

## SECVNDA PARS PRIMI LIBRI Elementorum.

Propõ 27 Theor. 18




Si in duas rectas Lineas recta incidẽs Linea Alternos Angulos æquos ad inuicem fecerit Parallelæ ipsæ rectæ Lineæ ad inuicem erunt.

Cõm. primum.

IN præsenti quidem Theoremate tãquam euidens præassumptum non fuit rectas Lineas in vno esse Plano, potius verò in omnibus Theorematibus, quæ in Plano considerantur. Adijcitur autem hoc, eò quòd non omnino Alternis Angulis æqualibus existentibus rectæ Lineæ Parallelæ essent, nisi in eodem quoque essent Plano. nihil .n. obstat in modũ literæ X rectis Lineis altera quidẽ in vno, altera verò in alio Plano iacẽtibus rectam in ipsas incidentem Lineam Alternos æquales efficere, non sunt tamen Parallelæ quæ hoc modo se habent

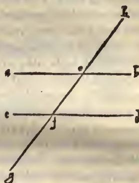
rectæ

rectæ Lineæ. Præassumptum itaque fuit quòd omnia quæcunque in plana tractatione describimus, in vno eodem'que Plano excogitamus. Quapropter hac quoque additione in præsentia non indiguit. Sciendū aūt est quòd particulam [ Alternatim ] dupliciter Geometra suscipit, interdum quidem iuxta talem situm, interdum verò iuxta talem Rationū consequentiam. & iuxta hanc quidem significationē in quinto Libro, & in Arithmeticis particula [ Alternatim ] vtitur: iuxta autē alterā, tum in hoc, tum cūctis alijs in Libris in Parallelis rectis Lineis, in hasque incidentem. Angulos enim, qui ad easdem partes non fiunt neque deinceps sibi inuicem iacent, sed distincti quidem ab incidente sunt, ambo autē intra Parallelas existunt, differūt verò eò quod alter quidē sursum, alter aūt deorsum iacet, Alternos Angulos, siue Alterntim Angulos appellat. Dico aūt, exempli gratia, rectis Lineis a b, & c d existentibus, incidēteque in ipsas recta Linea e f, Angulos a e f, d f e itēque Angulos c f e, b e f Alternatim, siue Alternos esse dicit, vtpote Alterno, commutatoue ordine iuxta positionem se habentes. Illud aūt sciendum est quòd tali rectarū Linearum situ existente, omnia Symptomata diuisione sex fiunt. quorum tria tantùm Geometra suscepit, tria verò omisit. aut enim ad easdē partes Angulos sumemus, aut non ad easdem.

In lib. 1. in com. 7.

Notandū

Qui sint Alterni Anguli.



Documētum.

Diuisio Symptomatū Parallelarū Linearū.

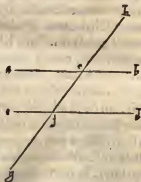
Et si ad easdem partes, aut ambos intra rectas Lineas, quas ratio Parallelas ostendit: aut ambos extra: aut vnum quidem extra, alterum verò intra. & si non ad easdem, rursus eodem modo aut ambos extra rectas, quæ secantur Lineas accipere necesse est: aut intra: aut vnum quidem intra, alterum verò extra. Fiat autem in eadem descriptione manifestum quod dicitur, & sint quædam rectæ Lineæ a b, c d, & incidat in ipsas recta Linea e f, & producatur ad h g Signa. Si igitur ad easdem quidem partes Angulos accipias, aut ambos intrà pones, vt ipsos b e f, & e f d, vel ipsos a e f, & e f c: aut ambos extrà, vt ipsos h e b & d f g, vel ipsos h e a, & c f g: aut vnum quidem intrà, alterum verò extrà, vt ipsos h e b, & e f d, vel ipsos g f d, & f e b, vel ipsos h e a, & e f c, vel ipsos g f c, & a e f. quadrupliciter enim hi accipientur. Si autem non ad easdem partes Angulos accipias, aut vtrunque intrà pones,

nes,

nes, vt ipsos a e f, & e f d, vel ipsos c f e, & f e b: aut vtrunq; extrà, vt ipsos a e h, & d f g, vel ipsos h e b & c f g: aut vnum quidem intrà, alterum verò extrà, hocque rursus quadrupliciter. aut enim ipsos a e h, & e f d: aut ipsos h e b, & e f c: aut ipsos g f c, & f e b: aut ipsos g f d, & f e a pones. & præter has alia Sumptio non est. Cùm itaque Anguli sex modis sumantur, Geometra tres solas sumptiones contexuit. & hæc quidem consequētia Symptomata Parallelas exprimere apta nata sunt. Harum autem trium Sumptionum vna quidem est ex ijs Angulis, qui non ad easdē sunt partes, ex ijs quidem, qui intrà tantùm sumpti sunt, quos Alternos etiam appellauit, ita vt ij, qui extrà ambo sunt, & ij, quorum vnus quidē extrà, alter verò intrà, prætermissi sint: duæ verò, ex ijs, qui sunt ad easdem partes, ex ijs quidē, qui ambo intrà sunt, quos duobus Rectis ęquales esse dicit, & ex ijs, quorum vnus quidem est intrà, alter verò extrà, quos æquales esse dixit, vna sanè Sumptione relicta, quæ ambos extrà supponit. Nos igitur dicimus quòd tres etiam prætermissas suppositiones eadem consequuntur.

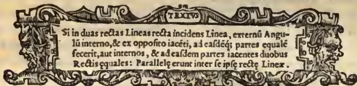
Anguli in Parallelis sex modis sumūtur.

Sint enim ad easdem partes ambo extrà Anguli h e b, d f g, dico q hi duobus sunt Rectis æquales. Angulus enim d f e, Angulo h e b: & Angulus b e f, Angulo d f g æqualis est. Si autem Anguli b e f, e f d duobus rectis ęquales sunt, Anguli etiā d f g, h e b duobus sunt Rectis æquales. Sint rursus non ad easdē partes Anguli a e h, e f d, quorum alter quidem sit intrà, alter verò extrà, dico quòd ipsi quoque duobus Rectis æquales sunt. si enim Angulus a e h, Angulo b e f æqualis est, Anguli autē b e f & e f d duobus Rectis sunt ęquales, Anguli quoque a e h, & e f d duobus Rectis æquales sunt. Sint rursus non ad easdem quidem partes, ambo autem extra rectas Lineas, vt Anguli a e h, d f g, dico quòd hi sibi inuicem æquales sunt. si enim Anguli a e h, & b e f ad inuicem æquales sunt, Angulus autem d f g, Angulo b e f est æqualis, Angulus igitur a e h, Angulo d f g inęqualis non est. Si igitur quę in tribus, quas Geometra suscepit suppositionibus cōsequuntur sumpta fuerint, eadem omnia in reliquis etiam tribus veluti vera consequentur. pręter hoc, quòd in quibus quidem hęc Geometra suscepit iuxta quidem




duas

duas Sumptiones Anguli ſibi inuicē æquales ſupponuntur, iuxta verò vnam, duobus Rectis ęquales: in his autem è contrario, iuxta duas quidem duobus Rectis æquales, iuxta vnam verò, ſibi inuicem. cùm enim omnes ſumptiones ſex ſint, ex tribus quidem accidit Angulos duobus eſſe Rectis æquales, ex tribus verò æquales ad inuicem. Quapropter non īmeritò quæ prætermiſſæ, ijs, quæ memoria dignę factę ſunt ſumptionibus è contrario ſe habent. Videtur autem Geometra haſce ſuppoſitiones elegiſſe, quęcunque vel affirmatione abundāt, vel ſimpliciores ſunt, atq; idcirco ex ijs quidem Angulis, qui non ad eaſdem ſunt partes, ſolos internos, quos Alternos nuncupauit: ex ijs verò, qui ad eaſdem partes ſunt, tum internos, tum vnum quidem internum, alterum verò externum accepiſſe: reliquos autem tanquam magis per negationem declaratos, vel tanquam magis varios deuitaſſe. Veruntamen ſiue hæc cauſa, ſiue alia dicenda ſit, ex his manifeſtum eſt quot ſunt ea, quæ ſuppoſitiones ipſas conſequuntur. Cur tres ſumptiones Angulorū Euclides pter miſerit.



Propō 28 Theo. 19.

PRæcedens quidem Theorema Angulos non ad eaſdem quidem partes, intra aūt rectas Lineas iacentes ſuſcipiens, Parallelas eſſe inter ſe rectas Lineas oſtendebat: hoc verò reliquas duas Suppoſitiones proponit, quarum vna quidē iuxta particulas [ extrà ] & [ intrà ] Angulos ſeparat, altera verò ambos intrà ſupponit, eandemq́ue concluſionem oſtēdit. Videbitur autem fortaſſe Elementorum inſtitutor incōuenienter Theoremata partitus eſſe. nam opus erat aut tres ſuppoſitiones diuiſim capere, triaq́ue Theoremata facere: aut omnes in vno colligere Theoremate, quēadmodum fecit Hierapolita Aeneas, qui compendium Elementorum ſcripſit: aut in duo diuidere volentem, ordinatam facere diuiſionem, & ſeorſum quidem ſuppoſitiones ſuſcipere, in quibus Anguli æquales ſunt, ſeorſum verò illam, in qua duobus ſunt Rectis ęquales. in pręſentia autem in vno quidē Theoremate Alternos ęquales ſuppoſuit, in altero verò externum interno, & internos, ad eaſdemq́ue partes iacentes duobus Rectis æquales. Quęnam igitur huiuſce diuiſionis fuit cauſa? An non ad Angulorū inter ſe, vel ad duos Rectos æqualitatem reſpexit, neque hac ratione

Cōm. 2.

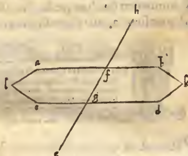
Dubitatio

Hierapolita Aeneas cōpendiū Elementorū ſcripſit.

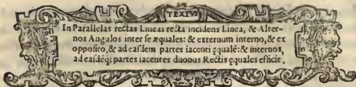
Solutio.

proposita Theoremata ab inuicem separauit, sed ad illud, Angulos ad easdem, vel non ad easdem accipi partes? nam precedens quidem non ad easdem partes Angulos suscipiebat, tales siquidē Alterni sunt: hoc verò, ad easdem partes, vt etiam ex Propositione perspicuum est. Verùm quomodo quidem Elementorum institutor ostendit quòd internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, rectæ Lineæ sunt Parallelæ, patet ex ijs, quæ scripta sunt. Ptolemæus aūt in quibus demonstrare proposuit rectas Lineas, quę ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidere ad easdem partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, hoc ante omnia Theorema ostē dens, internis nēpe Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, Parallelas esse rectas Lineas, hoc modo ostendit. Sint duæ rectæ Lineæ a b, c d, seceetque ipsas quędā recta Linea e g f h, ita vt Angulos b f g, & f g d duobus Rectis æquales efficiat, dico quòd ipsæ rectæ Lineę Parallelę sunt, hoc est nunquā coincident. Si enim fieri potest coincidant dum producūtur b f, g d rectę Lineæ in Signo k. Quoniam itaq; recta Linea e f stetit super rectam Lineā a b, Angulos a f e, b f e duobus Rectis æquales efficit. Consimiliter autem quoniam f g super c d stetit, duobus Rectis æquales efficit c g f, d g f Angulos. Quatuor igitur, b f e, a f e, c g f, d g f quatuor Rectis ęquales sunt, quorū duo b f g, f g d duobus Rectis supponuntur æquales. Reliqui igitur a f g, c g f hi quoq; duobus Rectis ęquales sunt. Si ergò rectæ Lineę f b, g d duobus Rectis internis existentibus Angulis productæ coinciderunt, & ipsæ ig tur f a, g c dum producuntur coincident. nam duobus Rectis Anguli quoq; a f g, c g f æquales sunt. aut enim in vtrisque partibus rectæ Lineæ coincident, aut in neutris, siquidem tum hi tum illi duobus sunt Rectis æquales. Coincidant itaque rectæ Lineæ f a, g c in Signo l. Duæ igitur l a f k, l c g k rectæ Lineæ Spatium comprehendunt, quod est imposfibile. Fieri igitur non potest vt internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus rectæ Lineæ coincidant. Parallelæ igitur sunt.

Ptolemæi Demōstratio i libro, cui titulus est Rectas Lineas ab angulis minoribus, q̄ duo Recti productas coicidere.




In




Propositio 29. Theo. 20.

PRæsens Theorema ambobus præcedentibus conuertitur. quod Com. 3.
enim in vtroq; illorum Quæsitum est, suppositionem efficit: Quæ
aūt in illis Data sunt, ostendere proponit. & hęc etiam Conuersorum
differētiā silētio prętereūda nō est, ꝙ omne, quod cōuertitur, aut vnū Quædam
vni cōuertitur, vt quīto sextū: aut pluribus vnū, vt p̄cedentibus quod Cōuersorum differentia.
in pręsentia proponitur: aut plura vni, vt pauló pòst nobis manifestū In cō. 32.
erit. In præsenti autē Theoremate primùm Elementorum institu- Pr[illegible]pōnis.
tor hac Petitione vsus est, quę ait si in duas rectas Lineas recta incidēs Quita Pe
Linea internos, & ad easdē partes Angulos duobus rectis minores fe- titio.
cerit, rectas illas Lineas dum in infinitū producūtur coincidere ad eas
partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quod expo- In lib. 3. i
nentes ea, quæ ante Theoremata sunt dicebamus, quòd non ab om- cap. 1. & i
nibus hoc concessum fuit indemonstrabiliter euidens esse. nam quo- cōm. 3.
modo tale erit cuius Conuersum veluti demōstrabile in Theorema-
tibus perscriptum est? Theorema enim illud, quod ait omnis Triā-
guli duos quoslibet internos Angulos duobus Rectis esse minores,
huic Petitioni Conuersum est. Præterea quoniam annuere rectas
Lineas semper magis, atque magis dum producuntur, coincidentiæ
certum Signum non est, eò quòd aliæ quoq; repertæ sunt Lineæ an-
nuentes quidem semper plus, atq; plus, coincidentes verò nunquam,
vt prius etiam dictum fuit. Olim itaq; quidam quoq; alii cùm hoc In fine se-
tanquam Theorema prærordinassent, quod ab Elementorum insti- cūdi lib. et
tutore vt Petitio assumptum est, Demonstratione dignum censuere. in cōm. 3. libri tertii
Videtur autē Ptolemæus quoq; ipsum ostendere in libro, cui titulus Digressio.
est, rectas Lineas, quæ à minoribus quàm duo Recti producuntur, Quę Prolemęus di
coincidere. ostenditq́ue ipsum cùm multa præassumpsisset corū, quæ cat in suo Libello.
ad hoc vsq; Theorema ab Elementorum institutore iam demonstra-
ta sunt. & supponatur omnia esse vera (nę nos quoque aliam su- Secūda ps
peraddamus confusionem) hocq́ue veluti Sumptiunculam ex iam Propōnis 28.
dictis ostendi. Vnū autē hoc quoq; est eorum, quæ pręostensa sunt, Conuersa
quod ait rectas, quę à duobus Angulis ęqualibus duobus Rectis pro- secūdę partis 28. Pro
ducuntur Lineas nequaquam coincidere. Dico itaq; quòd Conuer- pōnis, & tertia 29.
sum etiam verum est, quod ait Parallelis rectis Lineis existentibus si pars.

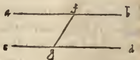
ab vna recta Linea secentur, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis esse æquales. necesse est enim Parallelas secantem aut duobus Rectis ęquales internos ad easdemque partes Angulos efficere, aut duobus Rectis minores, aut duobus Rectis maiores. Sint itaque Parallelæ a b, c d, incidatque in ipsas recta Linea g f, dico quòd internos, & ad easdẽ partes Angulos duobus Rectis maiores nõ efficit. si enim Anguli a f g, c g f duobus Rectis maiores sunt, reliqui b f g, d g f duobus sunt Rectis minores. sed duobus etiã Rectis ijdem maiores sunt. non enim magis Parallelæ sunt a f, c g quàm f b, g d. Quãobrem si quæ in ipsas a f, c g incidit internos duobus Rectis maiores efficit, quæ etiam in ipsas f b, g d incidet, internos duobus Rectis maiores efficiet. Verùm ipsimet duobus etiam Rectis sunt minores (quatuor siquidem a f g, c g f, b f g, d g f quatuor Rectis æquales sunt) quod fieri non potest. Similiter planè ostendemus ꝙ quæ in Parallelas incidit non facit duobus Rectis minores internos, ad easdemque partes Angulos. Si autem neque maiores, neq; minores duobus Rectis efficit, reliquum est incidentem internos, ad easdẽque partes Angulos duobus Rectis æquales efficere. Hoc itaque pręostenso propositum procul dubio demonstratur. dico enim quòd si in duas rectas Lineas recta incidẽs Linea internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, si producantur ipsæ rectæ Lineæ coincident ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. non coincidant enim. At si non coincidentes sunt ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, multò magis ad alteras partes, in quibus sunt duobus Rectis maiores non coincidentes erunt. Quapropter ad vtrasque partes non coincidẽtes erunt rectę Lineæ. Si autem hoc verum est, Parallelæ sunt. Verùm ostensum est quòd quæ in Parallelas incidit internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis æquales efficiet. Iidem igitur & duobus Rectis æquales, & duobus Rectis minores sunt, quod fieri non potest. Hæc cùm præostendisset Ptolemęus, ad Propositumque peruenisset, quoddam accuratius adijcere vult, & ostendere quòd si in duas rectas Lineas recta incidens Linea internos, & ad easdem partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, non solùm non sunt non coincidentes rectæ Lineæ, quemadmodum ostensum est, verum etiam coincidentia ipsarum ad eas fit partes, in quibus Anguli duobus Rectis minores sunt,

*Flagitiosa Ptolemæi rõciuatio.*

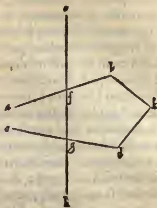
*Demõ tertiæ Partis hui' Theorematis secundũ Ptolemæum.*

*Demõ quintæ Petitionis secũdũ Ptolemęũ*

*Alia quintę Petitionis secundum Ptolemęũ accuratior Demõ.*



ſunt,non autem in quibus maiores. Sint enim duæ rectę Lineæ a b, c d, incidẽsq́ue in ipſas recta Linea e f g h faciat Angulos a f g,& c g f duobus Rectis minores. Reliqui igitur duobus Rectis maiores ſunt. Quòd itaque nõn ſunt non coincidentes rectæ Lineæ, oſtẽſum eſt. Si autem coincidũt, aut ad Signa a,c coincidẽt, aut ad b, d Signa. Coincidant ad Signa b, d in Signo k. Quoniam igitur Anguli quidem a f g,& c g f duobus Rectis ſunt minores: Anguli verò a f g, b f g duobus Rectis æquales ablato communi a f g, Angulus c g f Angulo b f g minor erit. Triãguli ergo g f k externus interno, & ex oppoſito iacenti minor eſt, quod fieri minimè poteſt. Non igitur ad haſce partes coincidunt. At qui coincidunt. Ad alteras igitur partes ipſarum coincidentia erit,in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. Hæc quidem Ptolemæus. Animaduertendum autem eſt ne fortè aliqua peruerſa,captioſaq́ue ratiocinatio in aſſumptis ſuppoſitionibus ſit, in illis inquam, in quibus dicebat quòd recta Linea,quæ non coincidentes rectas Lineas ſecat, quatuor internos Angulos efficiente, Anguli, qui ad eaſdẽ partes in vtriſq; partibus ſunt aut duobus ſunt Rectis æquales,aut duobus Rectis maiores, aut duobus Rectis minores. non .n. perfecta diuiſio eſt. nil ſiquidem impedit non coincidentes dicentem eas,quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur,duos quidem,qui ad eaſdem partes ſunt Angulos duobus Rectis maiores dicere: duos verò,qui ad reliquas, duobus Rectis minores,& vnam, eandemq́ue rationẽ de his non admittere. Imperfecta autem diuiſione exiſtente, Propoſitum minimè demonſtratum eſt. Præterea illud quoq; aduerſus oſtenſionem haud ſilentio prætereundum eſt, quòd non per ſe id, quod fieri non poteſt oſtendit. non .n. quia Parallelas ſecans quædam recta Linea Angulos ad eaſdem partes in vtriſq; partibus exiſtentes duobus Rectis maiores,vel minores fecit,propterea haſce ſuppoſitiones abſurdum conſequitur. Quoniã tamen quatuor,qui intra Lineas,quæ ſecantur ſunt Anguli,quatuor ſunt Rectis æquales, propterea vtraque harum ſuppoſi-




Aduerſus Ptolemęũ

Primũ fundamentũ.

Secũdum fundamẽtum.

positionum fieri non potest. quandoquidem siquis etiam non Parallelas rectas Lineas acceperit, eisdē suppositionibus assumptis eadem consequentur. Aduersus igitur Ptolemæum hæc dicentes animaduertemus. patet enim ex ijs, quæ diximus ostensionis imbecilitas.

Quorūdā instātia ad uersus quā Petitionem.

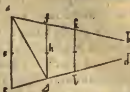
Agè autem illos quoque inspiciamus, qui dicunt fieri non posse vt quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidant. Cùm enim accepissent duas rectas Lineas a b, c d, & incidentem in ipsas rectam Lineam a c, internosque duos Angulos duobus rectis minores facientem, fieri potest inquiunt vt rectę Lineę a b, c d non coincidētes ostendantur. diuidatur enim bifariam ipsa a c in Signo e, & abscindatur ab ipsa quidem a b, æqualis ipsi a e, quæ sit a f: ab ipsa verò c d, æqualis ipsi e c, ipsa c g. Manifestum itaque est quòd rectæ Lineę a f, c g non coincident in Signis f g. Si enim coincident, erunt duæ ipsi a c æquales in Triangulo, quod fieri non potest. Connectatur rursus f g, & diuidatur bifariam in h Signo, abscindāturque æquales. Neque hæc igitur coincident per eandem rationem, hocque in infinitum facientes Signa non coincidentia connectendo, & connexā bifariam secando, à rectisque Lineis hisce dimidijs ęquales Lineas abscindendo, ostendere dicunt quòd a b, c d rectę Lineæ nusquam coincidunt. His itaque talia dicentibus, dicendum nobis est quòd verum quidē dicunt, non tamen quantum opinantur. determinare enim coincidentię Signum simpliciter hoc modo, verum non est, neque verū est ipsas nullomodo prorsus coincidere. non coincidant enim ipsæ a b, c d rectæ Lineæ Angulo b a c, & Angulo d c a determinato, in Signis f, & g, nihil tamē impediet quin coincidāt in Signis k, l, si ēt ipsę f k, g l ipsis f h, h g ęquales fuerint. coincidētibus. n. ipsis a k, c l nō adhuc ijdē manēt ipsi k f h, l g h Anguli, & quędā ipsius f g rectę Lineę pars extra ipsas a k, c l rectas Lineas relinquitur. & sic duæ rursus ipsæ scilicet f k, g l tanta Basi maiores sunt, quantā intercipiunt ininteriori ipsius f g rectę Lineę parte. Pręterea aūt illud quoque dicendū est indeterminate ipsis dicentibus Rectas, quę à minoribus q̄ duo Recti protrahuntur nō coincidere, quòd ea quoque destruunt, quæ destruere nolunt. Sit enim eadem descriptio. Vtrùm igitur possibile est à Signo a ad Signum g rectam Lineam connectere, an impossibile? nam si impossibile quidem est, præter quintam Petitionem primam quoque destruunt

Respōsio ad instantiam.

Alia Responsio.

dicen-

dicentem ab omni Signo ad omne Signum fieri posse vt recta Linea ducatur: si verò possibile, connectatur. Quoniam itaque Anguli f a c, g c a duobus Rectis sunt minores, manifestum est quòd Anguli etiã g a c, g c a multò magis duobus Rectis minores sunt. Lineę rectę igitur a g, c g in Signo g coinciderunt ab Angulis productæ, qui duobus sunt Rectis minores. Fieri ergo non potest vt indeterminatè dicatur eas, quæ à minoribus quàm duo Recti producuntur non coincidere. Verũenimuero quòd aliquæ quidem rectæ Lineæ ab Angulis, qui sunt minores duobus Rectis productæ coincidunt, manifestum est, quanuis de omnibus hoc quęrere sermo videatur. dicat enim aliquis indefinita duorum Rectorum diminutione existente, iuxta quidem tantã diminutionem non coincidentes rectas Lineas permanere: iuxta verò aliam hac minorem, coincidere. Ei autem (qui huiusce Demonstrationem perspicere quærit dicatur à nobis quòd opus est tale Pronunciatum præassumpsisse) quo Aristoteles quoque vsus est Mundum finitum esse ostendens) Si ab vno Signo duæ rectæ Lineæ Angulum facientes in infinitum producantur, ipsarum, quippe quæ in infinitum productę sunt distantia omnem finitam Magnitudinem excedit. ostendit enim ille quòd rectis Lineis, quę à Centro ad Circunferentiã productæ sunt infinitis existentibus, interuallum quoq; inter ipsas interiacens infinitum erit. finito siquidem existente, fieri potest vt distantia augeatur. Quamobrem rectæ Lineæ infinitæ non sunt. Omni igitur finita Magnitudine maius interuallum rectæ, quæ in infinitum producuntur Lineæ ab inuicem distabunt. Hoc sanè præsupposito, dico quòd si alteram Parallelarum rectarum Linearum quædam recta Linea secuerit, reliquam quoq; secabit. Sint enim Parallelæ a b, c d, secetq́ue ipsam a b, recta Linea e f g. Dico quòd ipsam quoq; c d secabit. cùm enim duæ rectę Lineę sint, quæ ab vno Signo f in infinitũ producuntur, ipsæ nempe b f, f g, omni Magnitudine maiorem habent distantiam. Quapropter hac quoq;, quæ tanta est quantũ est interuallũ, quod inter Parallelas adia-

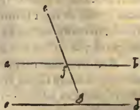



Aliquę rectę Lineæ à minoribus q̃ duo Recti productę coincidũt, & aliquę non coincidũt. & hæc est ppria Auctoris opinio.

Pronunciatũ, quo vsus est et Aristot. 1. de cœlo tex. 35. Ostẽsio Aristo.

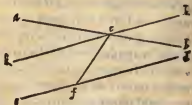
Sumptio.

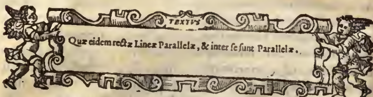
Demõ Sũptionis.



cet. Cùm igitur maiorem distantiam ab inuicem distiterint harum Parallelarum distantia, ipsa f g ipsam c d secabit. Si ergo alteram Parallelarum quædam recta Linea secuerit, reliquã quoq; secabit. Hoc antè demonstrato, consequenter Propositum ostendemus. Sint enim duæ rectę Lineę a b, c d, cadatq́ue in ipsas recta Linea e f Angulos b e f, d f e duobus Rectis minores efficiẽs. Dico quòd rectæ Lineæ hisce in partibus coincidẽt, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. cùm enim Anguli b e f, d f e duobus Rectis minores sint, sit æqualis excessui duorum Rectorum, h e b Angulus, & producatur h e ad k Signum. Quoniam igitur in rectas Lineas h k, c d, recta Linea e f cecidit, internosq́ue Angulos duobus Rectis ęquales efficit, ipsos scilicet h e f, d f e, rectę Lineę h k, c d Parallelę sunt. & secat ipsam k h, ipsa a b. Secabit igitur & ipsam c d, per sumptionem, quæ puæostensa est. Coincident ergo rectæ Lineæ a b, c d ad illas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quocirca Propositum ostensum est.

Quitę Petitiõis pulchra Demõ.




Propõ 30. Theo. 21.

Quæ eidem rectæ Lineæ Parallelæ, & inter se sunt Parallelæ.

Cõm. 4.

COnsueuit Geometra in Sermonibus ijs, qui circa respectus versantur ostendere identitatem permeantem per omnia, quę ad idem eundem respectum habent. sic enim in Pronuntiatis quoq; dicebat, Quę eidem æqualia, & inter se sunt æqualia, in sequentibusq́ue dicet, Quę eidem similia, & inter se sunt similia, & Quæ eidem Rationi eædem, ad inuicem quoq; eędem sunt. Hoc modo igitur nunc quoq; demonstrat quòd quæ eidem rectæ Lineæ Parallelæ, & inter se sunt Parallelę. Accidit autem nõ in omnibus respectibus hoc verum esse. non enim quę eiusdem dupla, ad inuicem quoq; dupla sunt: nec quę eiusdem sesquialtera, ad inuicem quoq; sesquialtera sunt, sed in illis solis locum habere videtur, quæcunq; vniuocè cõuertuntur, in ęqualitatę, in

Primũ pnunciatũ. Propõ 21. sexti Elementorũ. Propõ 11. quinti Elementorũ.

Documẽtum.

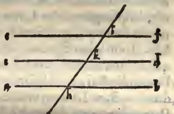
in similitudine, in identitate, & in Parallela positione. quæ enim Parallelę Parallela, & ipsa Parallela est. quemadmodum ęquali ęquale, & ipsum est æquale: & simili, simile, ipsum quoq; est simile. † ipse nanq; Parallelarum ad sese respectus similitudo positionis est. Dicit igitur, atque ostendit in præsentia quòd quæ eidem Parallelæ sunt, omnino ita se habent, vt ad inuicem quoq; Parallelæ sint. Et ipse quidem eidem Parallelas extremas suscepit, & mediam, ad quam hæ similem habēt respectum, vt à communi etiam notione quod dicitur fiat nobis manifestum. Si enim ad alterutras partes inter se coincidunt, omnino & cum ea, quæ in medio iacet coincident, & non erunt amplius ad ipsam Parallelę. Fieri autem potest vt qui etiam situm iã permutauit, idem ostendat iisdem vijs, quibus Geometra ad Propositum ostendendum vsus est. Exempli gratia qui ad ipsam a b, ipsam c d, & ipsam e f Parallelam accepit, ambabus suprà iacentibus, ipsa a b infrà, & non media existente. incidens enim in ipsas recta Linea h k l, vtrunq;, Angulorum h k d, k l f, ipsi a h k ęqualem efficiet, quoniam Alterni sunt. Quamobrem & sibi inuicem æquales efficiet Angulos h k d, k l f. Rectæ Linee igitur c d, e f, Parallelæ sunt.

In quibus respectib^9 identitatis cõsequentia verificetur.

tex. grecus sic habet † ipsa nãq; Parallelitas si dici potest similitudo.

Finis Documenti.

Casus huius Problematis.




Si quis autem dicat sint a h, h b, ipsi c d Parallelæ, & inter se igitur Parallelę sunt, dicemus quòd a h, h b vnius Parallelæ sunt partes, & non sunt duæ Parallelæ. in infinitum siquidē produci Parallelæ intelligendæ sunt, ipsa autem a h producta, in ipsam h b incidit. Eadem ergo cum ipsa est, & non alia. Omnes igitur ipsius Parallelæ partes & ipsæ tum rectę, cui tota etiam Parallela erat Lineę, tum partibus ipsius Parallelę sunt. Exēpli causa tum ipsa a h, ipsi k d: tum ipsa h b, ipsi c k. Si enim in infinitum producantur, nunquam coincident. Hęc non ab re adnotauimus, propter Sophisticas importunitates, iuueniles'q; Audientium habitus. gaudet enim vulgus huiuscemodi captiosas ratiocinationes inueniens, scientibusque vanam molestiam afferens. Non est autem opus pręsens Theorema conuertere, atq; ostendere quòd quæ inter se Parallelæ, eidem quoq; sunt Parallelę. Si enim rursus alteram alicui Parallelam supposuerimus, illi etiam reliqua quoque harum erit Parallela, & Parallelæ eidem erunt, in idemque redibimus.

Dubitatio

Sol.

Notãdũ.

Propó 31. Prob. 10.

Per datum Signum, datæ rectæ Lineæ Parallelam rectam Lineam ducere.

Cóm. 5. OPortuit non solùm Parallelis per se accidentia in Elementorum institutoris sermonibus nos didicisse, sed Ortum quoque ipsarum Geometricis vijs enarrasse, & cognouisse quo nam pacto alia recta Linea, alij Parallela fieret. passim enim Ortus apertiorē nobis reddunt subiectorum essentiam. Hoc igitur Elementorum institutor per præsens efficit Problema. cùm enim Signum, rectamquę Lineā suscepisset, per Signum, rectę Lineę Parallelam ducit. Oportet autē nos præassumere quòd necessarium est vt Signum extra rectam Lineam omnino iaceat. nō enim quoniam per datum Signum dictum est, in ipsa quoq; recta Linea ipsum dabimus. nulla siquidem alia præter datam rectam Lineam erit illa, quæ per ipsum ducitur Parallela. Cùm igitur Signum, rectamquę Lineam partitùs sit, indicauit quòd Signum extra rectam Lineam accipiēdum est, quippe quod in Perpendiculari per additionem etiam manifestum fecit dicens, super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea non est, Perpendicularem deducere. Vnum igitur hoc quidē ambobus his Problematibus est commune: alterum verò quòd ab eodum Signo duæ Perpendiculares non deducuntur ad eandem rectam Lineam, & per idem Signum duæ Parallelæ eidem rectæ Lineæ non ducuntur. Quocirca Elementorum quoq; institutor hoc modo singulariter dixit rectam ducere Lineam, illic quidem Perpendicularem, hîc verò Parallelam. Verùm illud quidem ostensum fuit, hoc verò ex antè demonstrato manifestum est. Si enim per idem Signum eidem rectæ Lineæ, duæ Parallelæ ductæ fuerint, ad inuicem quoq; Parallelę erunt, in dato Signo coincidētes, quod fieri minimè potest. Opus est autem differentias quoq; harum duarum Propositionum obseruare, à dato Signo, & per datum Signum. nam quandoq; quidem Signum rectæ, quæ ducitur Lineæ principium est, & propterea ab ipso fit deductio: quandoque verò in ipsa est, quæ ducitur recta Linea, & proinde per ipsum ductio fit. non enim eò quòd secet recta Linea datum Signum, particula [per] dicta fuit, sed eò quòd cum ipso coincidit, terminatquę suum respectu illius rectæ Lineæ interuallum per Signi, rectęquę Lineę distantiam. quantum enim datum

Documētum.

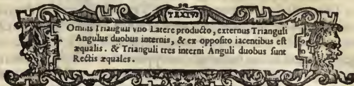
Cōmunitates hui⁹, & duodecimi Problematis.

Incó. 22. lib. tertii.

Differétię huius, & duodecimæ Propositionis.

Signū

Signum à data recta Linea distat; tantum etiam Parallela inter seipsam, & illam interuallum habet.



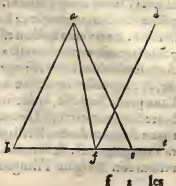

Propô. 32 Theo. 22.

QVantum deficiebat in sextodecimo, & septimodecimo Theoremate, tantum in hoc addit. non solùm enim quòd Trianguli externus Angulus vtroq; interno, & ex opposito iacenti maior est per hoc Theorema addiscimus, verùm & quantò maior. ambobus siquidem æqualis cùm sit, maior quàm alteruter reliquo est. nec quòd Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt ex his cognoscimus, sed quantò etiam minores. reliquo enim trium. Illa igitur quodammodo magis indefinita fuere Theoremata: hoc verò Scientiæ terminum vtriq; attulit. nec propterea superuacua illa esse diceremus. maximam nanque nobis multis in Demonstrationibus attulerunt vtilitatem, è quibus hoc quoque ostendemus. & necessarium est cognitionem nostram ab imperfecto ad perfectum procedẽtem, ab indeterminatis apprehensionibus ad determinatas, certasq́ue orationes transire. Veruntamen Elementorũ quidem institutor extrà Parallelam ducendo, vtrunq; eorum, quæ quæruntur ostendit. fieri autem potest vt qui etiam nõ extrà eam ducit eadem ostendat, ordinem tantùm eorum, quę ostenduntur immutando. nam ille quidem hoc prius ostendit, externum Angulum internis, & ex opposito iacẽtibus ęqualem esse, ex hoc'q; reliquũ probauit. nos verò è contratio faciemus. Sit igitur a b c Triãgulum, & producatur Latus b c vsq; ad e Signum, & sumatur Signum in ipsa b c, quod sit f, & cõnectatur a f, & per Signum f Parallela ducatur ipsi a b, ipsa f d. Quoniam itaq; f d, ipsi a b Parallela est, in ipsasq́ue incidit recta Linea a f, & recta Linea b c, Anguli Alterni ęqua-

Com. 6.

Respõdet tacitæ obiectioni.

Casus huius Theo.

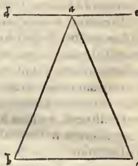


les sunt, necnon externus interno. Totus igitur a f c ipsis f a b, a b f ęqualis est. Similiter ostendemus Parallelam ducentes quòd Angulus etiam a f b æqualis est Angulis f a c, a c f. Duo igitur a f b, a f c tribus Trianguli Angulis æquales sunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus sunt Rectis ęquales, ipsis nẽpe a f b, a f c. Verùm ipsi etiã a c f, a c e duobus Rectis sunt æquales, communis auferatur a c f. Reliquus igitur externus scilicet internis, & ex opposito iacentibus æqualis est. Hoc itaq; quod diximus iam dicto modo ostenditur. Eudemus autẽ Peripateticus ad Pythagoreos emittit huiusce Theorematis inuentionem, quòd vtiq; omne Triangulũ internos Angulos duobus Rectis habet æquales, propositumq́ue eos hoc modo ostendere inquit.

Pythagorei inuenerunt hoc Theo. referẽte Eudemo.

Sit Triangulum a b c, ducaturq́ue per Signum a ipsi b c Parallela d e.

Pythagoreorũ Demõstratio

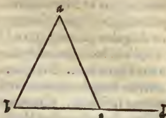



Quoniam igitur rectæ Lineæ b c, d e Parallelæ sunt, Anguli etiam Alterni sunt æquales. Aequalis igitur est Angulus quidem d a b Angulo a b c, Angulus autem e a c Angulo a c b. Communis addatur Angulus b a c. Anguli igitur d a b, b a c, c a e hoc est Anguli d a b, b a e hoc est duo Recti tribus Trianguli Angulis æquales sunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus sunt Rectis æquales. Talis quidem Pythagoreorum quoque Demonstratio est. Operæpretium est autem ea etiam, quæ huic Elementorum institutoris Theoremati conuertuntur insuper tradere. duo enim ad vnum conuertuntur, cùm hoc & iuxta Quæsitum, & iuxta Datum compositum sit. Datum enim duplum est. Triangulum siquidem, vnumq́ue ex Lateribus productum. & Quæsitum similiter. nam vnum quidem est quod externum internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse ait: alterum verò quod tres internos Angulos duobus Rectis esse æquales. Si itaq; externum etiam internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse supposuerimus, vnum Latus productum esse, in directumq́ue ipsi vni ex Trianguli Lateribus rectam, quæ extrà est Lineam iacere ostendimus: Si verò tres internos Angulos duobus Rectis ęquales, ostendimus quòd data Figura Triangulum est. & sic totum Quæsitum ad totum Datum conuersum erit. Sit igitur Triangulum a b c, externusq́ue Angulus a c d æqua-

Conuersa præsentis Theo. & habes hic tertiũ Cõuersorũ diferẽtię mẽbrũ, qđ superius i cõ. tertio ꝓmiserat.

Cõuersũ. primę partis, & eius demõ.

æqualis internis, & ex opposito iacentibus, dico quòd Latus b c productum est vsque ad d Signum, vnaque recta Linea est ipsa b c d. Cùm enim Angulus a c d internis, & ex opposito existentibus æqualis sit, communis adijciatur Angulus a c b. Anguli igitur a c d, a c b tribus Angulis Trianguli a b c æquales sunt. At tres Anguli Trianguli a b c duobus sunt Rectis æquales. & Anguli igitur a c d, a c b duobus Rectis æquales sunt. Si autem ad aliquam rectam Lineam, ad eiusque Signum duę rectę Lineę consequenter non ad easdem partes positæ eos, qui deinceps sunt Angulos duobus Rectis ęquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ in directum sibi inuicē erunt. Recta Linea igitur b c rectæ Lineæ c d in directū est. Sit rursus quædā Figura rectilinea a b c tres habēs Angulos solos duobus Rectis ęquales ipsos scilicet a, b, c, dico quòd Triangulum est, vnaque recta Linea est ipsa a c. Connectatur enim recta Linea b d. Quoniam igitur vtriusque a b d, d b c Triangulorum tres Anguli duobus sunt Rectis æquales, quorum Anguli ipsius a b c duobus Rectis sunt æquales, reliqui porrò a d b, c d b duobus Rectis æquales sunt, & sunt ad rectam Lineam b d. In directum igitur est d c, ipsi d a. Vna ergo recta Linea est Latus a c. Similiter aūt ostendemus quod Latus etiā a b, & Latus b c vna recta Linea est. Triāgulū ergo est Figura a b c. Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æquales rectilinea fuerit, omnino Triangulum est. non autem si aliqua Figura internos duobus Rectis æquales habuerit, omnino est Triangulum. Figuram namque ex Circunferentijs constructam internos duobus Rectis æquales habentem reperies. sit enim Quadrangulū a b c d, & super Latere a b,




Cōuersū secundæ partis, eiusque Demōstratio.

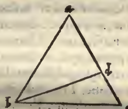
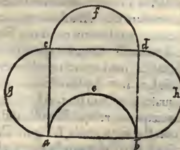



Figura ex Circūferētiis cōstructa, quæ hēt internos Angulos duob' Rectis æquales. sūt autem & aliæ curuilineæ Figure, quæ hoc patiuntur.




gulos

Semicirculus a e b intrà describatur: super alijs autē Lateribus extrà, qui sint f,g,h. Figura igitur, quę à Semicirculis cōprehēditur duos habet Angulos ipsos nēpe g a e, e b h duobus Rectis ęquales ipsis scilicet c a b, d b a. hoc enim in Petitionibus ostensum fuit, & hi soli Anguli in hac Figura sunt. Est igitur quædam Figura non Triangula, quæ internos Angulos duobus Rectis ęquales habet. Hæc de Conuersis quoque sufficiant. Quoniam autem habemus quod omnis Trianguli tres Anguli duobus Rectis æquales sunt, via quædam nobis accipienda est, per quam cæterorum quoq; omnium Multiangulorum rectilineorum Angulos inueniemus quot Rectis æquales sunt. vtputa Quadranguli, Quinquanguli, omniumqúe consequenter Multilaterorum. Primùm igitur sciendum est quòd omnis rectilinea Figura in Triangula resoluitur, omnium siquidem constitutionis principium est Triangulum, quod Plato etiam dixit docens quòd † rectitudo planæ Basis ex Triangulis constituta est. Vnaquæqúe autem Figura in Triangula Binario pauciora proprijs Lateribus resoluitur. Si Quadrilatera est in duo: Si quinq; Laterum, in tria: Si sex Laterum, in quatuor. duo enim Triangula composita Quadrilatererum statim fecerunt. Quo autem compositorum Triangulorum numero prima, quæ constituta est Figura, à suis Lateribus discrepat, hoc cæterę quoq; differunt. Binario igitur plura Latera omne multilaterum habet Triangulis, in quæ dissoluitur. Atqui omne Triangulum Angulos duobus Rectis æquales habere ostensum fuit. Duplus igitur Angulorum numerus eorū, quæ composita sunt Triangulorum factus, Rectorum multitudinem præbebit, quibus vnumquodque Multiangulum ęquales Angulos habet. Quapropter omnis quidem quadrilatera Figura quatuor Rectis æquales Angulos habet, ex duobus siquidem Triangulis est composita: omnis verò quinque Laterum, sex, hocqúe consequenter eodem modo. Vnum hoc igitur ex præsenti Theoremate de omnibus Multiangulis simul, & rectilineis sumendum est. Aliud autem quod est huic consequens summatim dicamus quòd omnis rectilinea Figura vno quoque ex Lateribus semel producto Angulos, qui extrà cōstituuntur Rectis quatuor ęquales habet. nam oportet quidem Angulos deinceps rectos, Multitudinis Laterum duplos esse. quoniam in vnoquoque duobus Rectis æquales constituti sunt. Ablatis autem Rectis, qui internis Angulis sunt æquales, reliqui Anguli, qui extrà sunt quatuor Rectis æquales fiunt. Exempli gratia, si Figura Triangula fuerit, dum vnumquodq; ipsius Latus semel producitur, sex Rectis æquales Anguli constituūtur

[Margin notes: In lib. 3. in com. 2. — Epilogus. — Digressio, i qua sunt quatuor pulchecrime cōside rationes. — Prima. — Plato i Timæo. † recta. — Secunda.]

tur interni, atque externi, quorum interni duobus æquales sunt, reliqui ergo externi quatuor sunt Rectis æquales. Si verò quadrilatera fuerit, omnes sunt octo, Laterum siquidem dupli sunt, quorum interni quatuor Rectis sunt æquales, & externi igitur totidem alijs æquales sunt. Si autem quinque Laterum, decem quidem omnes sunt, sex autē Rectis interni sunt æquales, quatuor verò reliquis externi æquales sunt, in infinitumque similiter eadem erit via. Post hæc autem illa etiam colligimus, quòd per hoc Theorema æquilaterum quidem Triangulum vnumquenque Angulum duarum Recti Tertiarum habet: æquicrus verò, cùm Verticalem rectum habuerit, reliquos Recti dimidios habet, vt Semiquadrangulum: scalenum autem, nempe Semitriangulum, quod fit in æquilatero Triangulo Perpendiculari ducta à quouis Angulo ad Latus illū subtendens, vnum quidem habet Rectum, alterum autem duarum Recti Tertiarum, qui æquilateri etiam Trianguli erat, reliquum verò necessariò tertiæ partis Recti, oportet enim tres duobus Rectis esse ęquales. Hæc autem non ab re adnotanda esse censeo; imò tanquam ea, quæ ad Timæi doctrinam nos præparant. Quin etiam illud quoque dicendum est, quòd internos Angulos duobus Rectis æquales habere, per se, & secundū quod ipsum Triangulo inest. idcirco & Aristoteles in tractationibus de Demonstratione hoc exemplum habet in promptu, secundum quod ipsum considerans. Quemadmodum igitur omni Figuræ terminatam esse per se, & primùm inest, ita † rectilineæ licet non omni Figuræ internos Angulos duobus Rectis ęquales habere. Et videtur iuxta etiam communes notiones huiusce Theorematis veritas nobis occurrere. si enim rectam Lineam, in eiusque Extremis quasdam ad Angulos rectos stantes, deinde annuentes ad Trianguli ortum intellexerimus, videmus quòd quatenus annuunt, eatenus rectos Angulos imminuunt, quos ad rectam Lineam efficiebant. Quamobrem tantum adeptæ iuxta eum, qui fit ad Verticem nutum, quantum est quod abstulerunt, necessariò tres Angulos duobus rectis æquales efficiunt.

Tertia.

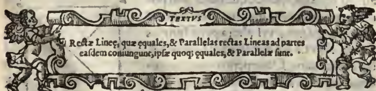
Vide Plà. in Timęo.

Quarta.

Exēplū familiarissimū Arist.

† Triāgulo

Iuxta etiā cōes notiones veritas pſentis Theorematis apparet. sicut ledixit in cōm. 22. lib. 3.




Rectæ Lineę, quæ ęquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsæ quoque ęquales, & Parallelæ sunt.

Propō 33 Theo. 23.

PRæsens Theorema veluti confinium Parallelarum, Parallelogrāmorumque

Cōm. 1.

Superius i cap. 1. morumque considerationis esse dicebamus. æqualium nanque, & Parallelarum rectarum Linearum Symptoma quoddam dicere videtur, Parallelogrāmorumque Ortum latentem tradit. fit enim Parallelogrammum tum ex ijs, quæ initiò ductæ sunt æqualibus, & Parallelis, tum ex ijs, quæ ipsas coniungunt rectis Lineis, quæ etiam æquales similiter, & Parallelæ ostenduntur. Quapropter quod statim post hoc sequitur veluti constituto iam Parallelogrammo, quę per se

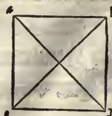
Diligētia propōnis. insunt hisce Spatiis contemplatur. At hęc quidem manifesta sunt. Oportet autem & diligentiam, quæ in Propositione hac est considerare.

Primò. Primò quidem quòd non satis erat eas, quæ coniunguntur æquales esse. non enim omnino quę ęquales coniungunt, ęquales sunt, nisi Parallelæ etiam essent. nam Triangulo æquicrure existente, & Signo in vno æqualium Laterum assumpto, per hocque Basi Parallela recta Linea ducta, æquales quidem coniungunt Parallela Basi, & ipsa Basis, non tamen æquales quoque sunt. illæ siquidem Parallelæ

Secundò. non erant, quippe quæ ad verticem Trianguli coincidunt. Secundò autem, quòd neq; hoc, nempe Parallelas esse subiectas rectas Lineas, non autem æquales, eas, quæ coniungunt factum ire Parallelas existimauit. in iam dicta enim Constructione, quæ in æquicrure Triangulo facta fuit hoc quoque perspicuum est. ducta enim recta Linea, & Basis Parallelæ sunt, verùm quæ ipsas coniungunt Parallelæ non sunt. partes siquidem sunt Laterum æquicruris. Opus est igitur ad æqualitatem quidem coniungentium, Parallela earum, quæ coniun-

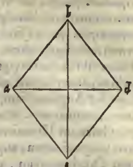
† ad illarū aūt Parallelā positionē, harū ęqualitate. guntur positione: † ad Parallelarum autē positionem, illarum æqualitate. Idcirco Elementorum institutor vtrunque in ijs, quæ coniunguntur assumpsit, vt in coniungentibus etiam vtrunque ostendat tum æquales inter se, tum Parallelas esse. Tertiò verò præter hęc dicatur

Tertiò. quòd & æqualibus, & Parallelis rectis Lineis suppositis, non omnino quę ipsas coniungunt, ęquales, & Parallelę sunt. nisi enim ad easdem partes coniunctiones fecerimus, vt quidē Parallelæ ipsæ sint fieri non potest (secantur siquidem ad inuicem) vt autem ęquales, quandoque quidē fieri potest, quandoq; verò minimè. nam si quidē Quadrangulum, vel altera parte longius sumpseris, vt a b c d, rectasque Lineas a d, b c coniunxeris, Dimetientes ęquales quidem sunt, non autem Parallelę, atqui ęqualia, & Parallela dictorum Spatiorum ex opposito iacentia Latera coniungunt: Si au-

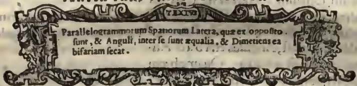



tem

tem Rhombus, vel Rhomboides, horum Dimentientes non solùm non Parallelæ, verùm etiam inæquales sunt. cùm enim a b, ipsi c d æqualis sit, communis autem a c, Angulusquè b a c, Angulo a c d inæqualis, Bases quoque inæquales sunt. Non immeritò igitur Elementorum institutor æquum esse censet vt quæ æquales, Parallelasquè coniungunt, ad easdem partes coniunctionem faciant, ne æqualibus, atque Parallelis ipsis a c, b d suppositis, ipsas a d, & b c coniungentes accipiamus, sed ipsas a b, & c d. hasce enim ostendit quidē æquales, & Parallelas: illas verò, Parallelas quidem nunquam, æquales autem in Quadrangulo quidem, & Parte altera longiori iam ostēdimus, in Rhombo verò, & Rhomboide nunquam ostendemus. oppositum siquidem ostensum est, quòd inæquales sunt propter internorum, ad easdemquè partes iacentium Angulorum inæqualitatem.



TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.




Parallelogrammorum Spatiorum Latera, quæ ex opposito sunt, & Anguli, inter se sunt æqualia, & Dimetiens ea bifariam secat. Propō. 34. Theo. 24.

CVm ex præcedenti Theoremate constitutum iam Parallelogrāmum accepisset, nunc quæ ipsi primò insunt, quæquè propriam eius exprimunt constitutionem, contemplatur. Hæc autem talia sunt, Latera, quæ ex opposito sunt æqualia esse, & Angulos, qui ex opposito sunt æquos esse, & Spatia ipsa bifariam à Dimetiente secari. de his enim dictum est illud, & Dimetiens ea bifariam secat. ita vt Area ipsa sit totum id, quod bifariam secatur, non autem Anguli per quos Dimetiens transit. Hęc itaq; tria per se Parallelogrāmis insunt, Laterum, & Angulorum ex opposito iacentiū æqualitas, Spatiorum'q; per Dimetientes bipertita sectio. Et vides quòd ab omnibus proprietates ipsorum venatus est, à Lateribus scilicet, ab Angulis, ab ipsisquè Areis. Quatuor autem Parallelogrāmis existentibus, quę in

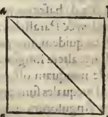
Com. 1.

Tres huius Theorematis passiones.

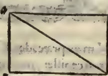
Documētum.

Differētia, q̄ i diuisionib' Parallelogrammorū apparet.

Suppositionibus etiam definiuit, Quadrangulo, Parte altera longiori, Rhombo, atque Rhomboide, hoc adnotatu dignum est, quòd si quidem quatuor hæc in rectangula, & non rectangula diuidamus, inueniemus non solùm Spatia Dimetientes ipsorum bifariam secare, verùm ipsas quoq; Dimetientes in rectangulis quidem æquales esse, in non rectangulis autem, inæquales; vt in precedenti Theoremate dictum est: Si verò in ęquilatera, & non æquilatera, reperiemus rursus in æquilateris quidē non solùm Spatia à Dimetientibus bifariam secari, sed Angulos etiam, per quos ipsæ ducuntur: in non ęquilateris autem, nequaquam. etenim in Quadrangulo, & in Rhombo Angulos bifariam Dimetientes secant, non Spatia tantùm: in Altera parte longiori autem, atque in Rhomboide, Spatia duntaxat. Sit enim Quadrangulum, vel Rhombus a b c d, & Dimetiens a d. Quoniam igitur a b, b d Latera a c, c d Lateribus sunt æqualia (æquilatera enim sunt) Anguliq́ue a b d, a c d æquales (ex opposito enim iacent) necnon Basis communis, omnia omnibus sunt æqualia. Quapropter Anguli etiā b a c, c d b bifariam secti sunt. Rursus sit idem vel




Altera parte longius, vel Rhōboides. Si itaq; Angulus b a c, & Angulus c d b bifariā à Dimetiēte secatur, Angulus autem c a d Angulo a d b ęqualis est, Angulus etiā b a d Angulo a d b erit æqualis. Quamobrem Latus quoq; a b Lateri b d æquum erit. Verùm inęqualia sunt. Angulus igitur b a c à Dimetiente bifariā nō secatur. Similiter autē neq; Angulus c d b, qui ipsi æqualis est. Vt itaque paucis rem complectar, in Quadrangulo quidem & Dimetiētes æquales sunt propter Angulorum rectitudinem, & Anguli bifariam à Dimetientibus secantur propter Laterum æqualitatem, & Area bifariam per Diagonium diuiditur propter cōmunem Parallelogrammorum proprietatem: in Parte altera longiori verò Dimetientes quidē æquales sunt eò quòd rectangulum est, Anguli autē à Dimentientibus bifariam non secantur eò quod non est æquilaterum, Spatiorum verò in partes æquales diuisio huic quoq; inest quatenus Parallelogrammū est: in Rhombo autem in æquales quidem




Cōclusio.

Dime-

Dimetientes sunt quoniam non est rectangulum, ab his verò non solùm Spatia bifariam secantur quoniam est Parallelogrãmum, sed Anguli etiam quoniam æquilaterum est: in reliquo verò nempe in Rhomboide & Dimetientes inæquales sunt tanquam non rectangulo, & Anguli ab his in partes inęquales secantur tanquã non ęquilatero, sola autem Spatia, quæ sunt ad vtrasq; Diagoniorum partes, æqualia fiunt tanquam Parallelogrammo existente. Hæc quidem dicta sunt, quippe quæ eam ostendunt differentiam, quæ in Parallelogrãmorum quatuor existentiũ diuisionibus reperitur. Illud autem silentio prætereundũ non est, quod in hoc Theoremate artificiosum apparet, quòd Theorematum alia quidem vniuersalia sunt, alia verò non vniuersalia. Quomodo autem vtrunq; horum dicimus, commemorabimus cùm Quæsitum partiemur, quod vnam quidẽ habet partem vniuersalem, alteram verò non vniuersalem. quanuis enim omne Theorema vniuersale quidẽ esse fortasse videretur, & omne, quod ab Elementorũ institutore ostenditur huiuscemodi esse (quemadmodum in præsentia quoq; non solùm Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos, æquales habere vniuersè de omnibus Parallelogrammis dici videtur, verùm etiam Dimetientẽ vnumquodq; bifariam secare) attamen alia quidem vniuersè ostendi dicimus, alia verò non vniuersè. aliter enim vniuersale appellari consueuit quod de omnibus verum dicit, de quibus prædicatur: aliter autẽ quod omnia comprehendit, quibus idem Symptoma inest. vniuersale siquidem est & quòd omne ęquicrus tres Angulos duobus Rectis habet ęquales, quoniam de omnibus æquicruribus verum est: vniuersale autem & quòd omne Triangulũ habet tres Angulos duobus Rectis æquales, quoniam omnia comprehendit, quibus hoc per se inest. Quocirca primùm quoque hoc de Triangulo ostendi dicimus, tres Angulos duobus Rectis æquales habere. Iuxta hanc itaque significationẽ alia quidem vniuersalia Theorematum dicentes, alia verò non vniuersalia, præsens Theorema dicimus vnum quidem Quæsitorum vniuersale habere, alterum verò non vniuersale. nam hoc quidem, Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos ęquales habere, vniuersale est, solis siquidem Parallelogrãmis inest: hoc verò, Dimentientem Spatiũ bifariam secare, non vniuersale, quoniam non omnia cõprehendit, in quibus Symptoma hoc inspicitur. etenim Circulis, & Ellipsibus hoc inest. Et videntur primæ quidem rerum huiuscemodi notiones esse magis particulares: progressæ autem, totum comprehendere. Cùm enim Antiqui contemplati fuissent quòd Dimetiens

Epilogus Documẽti.

Digressio Pulcherrima de vniuersali cõsideratio.

Theorematũ alia vniuersalia, alia nõ vniuersalia.

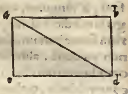
Duplex vniuersale. i. de vide apud Ari. in primo Posteriorũ tex. 11.

Propria vniuersalis Significatio.

bifariam secat Ellipsim, Circulum, atque Parallelogrāmum, cōmune in his postea contēplati fuere. Hallucinatur aūt (inquit Arist.) quiddā non vniuersale tanquā vniuersale ostendens, eò quòd commune innominatū est, cui primùm Symptoma inest. nam quid commune sit Numeris, & Magnitudinibus, & Motibus, atque Sonis, quibus omnibus alterna Ratio inest, non est dicere. quid præterea cōmune sit Ellipsi, & Circulo, & Parallelogrāmo, difficile est exprimere. nam vna quidem Figura rectilinea est, altera autem Circularis, tertia verò mista. Qua propter vniuersè eum ostendere opinamur, qui demonstrat quòd omne Parallelogrāmum Dimetiens bifariam secat. eò quod commune simul non cernimus, propter quod hoc verum est. Hoc igitur in Parallelogrammis etiam huiuscemodi vniuersale non est, propter iam dictam causam: Illud verò est, Omne Parallelogrammū Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos æqualia habere. etenim si aliqua Figura supposita fuerit quæ ex opposito sunt Latera, & Angulos habere æqualia, Parallelogrammum hæc esse ostendetur. sit enim talis a b c d, & Dimetiens a d.

*Vide Ari. primo Posterio tex. 12. & 13.*

*Conuersū primæ, & secūdæ partis huius Theorematis.*

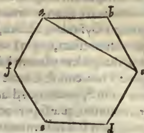



Quoniam itaque a b, b d Latera a c, c d Lateribus æqualia sunt, & qui ab ipsis comprehenduntur Anguli æquales, Basisquè communis, omnia quoque omnibus æqualia erunt. Angulus igitur b a d Angulo a d c, & Angulus a d b Angulo c a d æqualis est. Parallela ergo est ipsa quidē ab ipsi c d, ipsa verò a c ipsi b d. Quamobrem Parallelogrammum est Figura a b c d. Totidem de his dicta sufficiant. Videtur autem ipsum quoque Parallelogrammorū nomen Elementorum institutor composuisse, accipiendo occasionem ex præcedenti Theoremate. Cùm enim ostendisset quòd rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsæ quoque æquales, & Parallelæ sunt, perspicuum est quòd Latera quidem, quæ ex opposito sunt tum ea, quæ coniungunt, tū ea, quæ coniunguntur Parallela esse pronuntiauit: Figuram verò, quæ à Parallelis continetur iurè Parallelogrāmum appellauit, quemadmodū & eam, quę à rectis comprehenditur Lineis rectilineam nuncupauit. Et est manifestum quòd Elementorum quidem institutor Parallelogrāmum in Quadrilateris posuit. Animaduersione autem dignum est, nunquid omne etiam Rectilineum, quod ex paribus constat Lateribus cùm æquilaterum, atque æquiangulum fuerit, Parallelogrāmum dicendum sit. habet enim

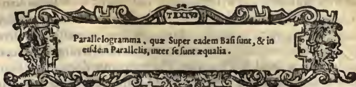
*Finis Digressiōis. Documētum. Vnde ortū sit hoc nomē Parallelogrāmum.*

*Quid sit proprie Parallelogrāmum, & quid sit Parallelogrammū apud Euclidem.*

enim hoc quoque Latera, quæ ex opposito iacent, æqualia, & Parallela: nec non Angulos, qui sunt ex opposito, ęquales. Exempli causa Sexangulum, & Octangulum, & Decangulum. si enim Sexangulum a b c d e f intelexeris; rectamque Lineam a c coniunxeris, ipsam a f, ipsi c d Parallelam ostendes. Angulus enim, qui ad b Signum, vnus est Rectus, & tertia Recti pars, & vnus quisque Sexanguli Angulus, cùm æquiangulum fuerit. æquale præterea est Latus a b Lateri b c, æquilaterum enim est positum. vterque igitur Angulorum b a c, b c a tertia Recti pars est. Anguli ergo f a c, a c d Recti sunt. Quapropter ipsa a f ipsi c d Parallela est. Similiter autem reliqua etiam, quę ex opposito sunt Latera, Parallela esse ostendemus, & in Octangulo Similiter, atque in reliquis. Si itaq; Parallelogrammum est quod à Parallelis ex opposito iacentibus Lateribus comprehenditur, in non Quadrilateris etiam Parallelogrammum erit. † Quòd autem apud Elementorum institutorem Parallelogrãmum quadrilaterum est, patet. Fit autem perspicuũ in illo potissimùm Theoremate, in quo ait Parallelogrammum, quod eandem cum Triangulo habet Basim, & in eisdem est Parallelis, Trianguli duplum esse. hoc enim in solis Quadrilateris verum est.




† Præter quã quòd ex Sẽtẽtia Elemẽtorũ istituto ris omne Parallelogrãmũ manifestum Quadrilaterum est.




Parallelogramma, quæ Super eadem Basi sunt, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propõ. 35. Theo. 25.

Com. 9.

QVemadmodum Theorematum alia quidẽ vniuersalia, alia verò particularia esse dicebamus, & quemadmodum hæc diuidentes subiungebamus quòd etiam alia quidem Simplicia, alia verò Composita, quidque horum vnumquodq; sit ostendebamus, ita sanè iuxta aliam distinctionem alia quidem Localia esse dicimus, alia verò non Localia. Voco autem Localia quidem, quibuscunq; idem Symptoma in toto quodam loco accidit; Locum verò, Lineę, vel Superficiei

In Superiori cõmẽto, & i cõ. 9. libri 3. Theoremarũ alia Localia, alia nõ Localia.

situm,

Quis sit Locus Geometric᷒. Localium Theorematũ diuisio. Linearum aliæ Planæ, aliæ Solidæ.

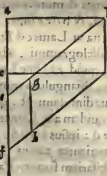
situm, qui vnum, idemque Symptoma efficiat. Localium enim alia quidem in Lineis constituuntur, alia verò in Superficiebus. Et quoniam Linearum aliæ quidem sunt Planæ, aliæ verò Solidæ, Planæ quidem quarum simplex est in Plano intelligentia, vt ipsius Rectæ: Solidæ verò, quarum ortus ex quadam Solidæ Figuræ sectione apparet, vt Cylindricę Helicis, Conicarumque Linearum, dicerem vtique eorum etiam, quę in Lineis constituuntur Localium Theorematum, alia quidem planum habere locum, alia verò solidum. Præsens igitur Theorema & Locale est, & in Lineis Locale, & Planum. totum enim Spatium, quod iacet inter Parallelas, locus est Parallelogrammorum, quæ super eadem Basi constituuntur. quę sanè ęqualia quoq; inter se Elementorum institutor ostendit. Eorum autem Localium Theorematum, quæ Solida vocantur tale sit exemplum. Parallelogramma, quæ in Lineis non coincidentibus, & Hyperbole inscribuntur, æqualia sunt. quòd enim Hyperbole solida sit Linea, patet. Coni siquidem Linea est. Huiuscemodi itaque Theoremata (vt ait Geminus) Ideis Chrysippus assimilabat. nam quemadmodum illæ infinitorum terminatis in finibus ortum comprehendunt, ita in his quoque infinitorum terminatis in locis comprehensio fit, & per hunc terminum æqualitas apparet. altitudo enim Parallelarum eadem manens, si infinita super eadem Basi Parallelogramma intelligantur, omnia sibi inuicem æqualia ostendit. Primum itaque Locale Theorema Elementorum institutor præsens adscripsit. & videtur cùm ad modum Elementi iuxta omnes diuisiones Theoremata varietate distinguat, iurè neque huiuscemodi ipsorum ideam prætermisisse.

Præsens Theorema & Locale, & in Lineis Locale, et Planum est. Theorema Locale, & i Lineis Locale, & Solidum. Qua d' causa Theoremata Localia Ideis Chrysipp᷒ assimilauerit.

Causa qua Euclides i hoc libro Theoremata localia Plana i rectis Lineis tãtùm tradat, in tertio aũt ea etiam q̃ i Circũferẽtiis cõstituũt, & habes hic diuisioné localiũ i Lineis Planorũ Theorematum, q̃ alia in rectis, alia in Circunferentiis.

Veruntamen cùm in præsentia quidem de Rectilineis sermo sit, Localia Plana in rectis Lineis Theoremata tradit: in tertio autem libro cùm ea, quæ de Circulis, eorumque Symptomatibus contemplari possunt pertractet, ea etiam, quæ in Circunferentiis constituuntur Localium simul, & Planorum Theorematum docebit. tale siquidem in illis est quod ait, Qui in eodem Segmento sunt Anguli, inter se sunt ęquales. necnon illud, quod ait, Anguli, qui in Semicirculo, recti sunt. nam si infiniti quidem Anguli in Circunferentia constituti fuerint eadem existente Basi, omnes ostenduntur esse æquales. Si verò quod à Basi & Circunferentia comprehenditur, Semicirculus fuerit, recti omnes esse ostenduntur. & illa quidem proportione respõdent Triangulis, & Parallelogrammis, quæ super eadem Basi, & in eisdem sunt Parallelis. Species igitur Theorematum proximè quærendorum talis est, quæ localis apud antiquos Mathematicos nuncupatur.

patur. Fortasse autẽ omnino admiratione dignum videbitur ijs, qui huiusce contemplationis sunt rudes, si Parallelogrãma Super eadem Basi, in eisdemque Parallelis constituta, sibi inuicem æqualia sunt. quomodo enim hoc fieri potest, quippe cùm Spatiorum, quæ super eadem Basi constituuntur longitudo in infinitum crescat? quantùm nanque Parallelas producimus, tantùm Parallelogrammorum quoque Longitudines augere possumus. quonam pacto autem dum hoc fit Spatiorum æqualitas maneat, non immeritò forsan aliquis quærat. nam si Latitudo quidem est eadem, Basis siquidem vna: Longitudo verò maior, quo nam modo Spatium quoque maius non erit? Est igitur hoc quidem Theorema, & quod de Triangulis sequitur ex eorum numero, quæ admirabilia Theoremata in Mathematicis disciplinis appellãtur. executi sunt enim Mathematici quoque in Theorematibus, quemadmodũ Stoici in Argumentis Locũ, qui admirabilis vocatur, & ponunt hoc etiam Theorema è numero eorum esse, quæ huiusce modi sunt. Stupet itaque vulgus statim cùm Longitudo multiplicata Spatiorum æqualitatem non destruit, eadem existente Basi. Dicendum tamen quòd maximam habet vim Angulorum æqualitas, atque inæqualitas ad augenda, diminuenda'ue Spatia. quantùm enim Angulos inæquales efficimus, tantùm Spatium magis diminuimus, si Longitudo, Latitudoque eadem maneret. Longitudinis igitur accretione opus est, vt æqualitatem seruemus. Sit enim exempli gratia, Parallelogrammum a b c d, & producatur Latus a c in infinitum, sitque hoc fortasse rectangulum, & in Basi b d alterum cõstituatur, sitque illud b e f d. Quòd itaque aucta sit Longitudo, constat. maius enim est Latus b e, Latere a b, cùm Angulus, qui ad a Signum est, rectus sit. verùm hoc necessariò factum est, inæquales siquidem facti sunt Anguli ipsius b e f d Parallelogrammi, & alij quidẽ Acuti, alij verò Obtusi. hoc autem euenit eò quòd b e Latus accedit quodammodo ad Latus b d, Spatiũque contrahit. Sumatur enim verbi causa ipsi a b, æqualis b g, Parallelaque per Signum g, ipsi b d ducatur; quæ sit g h. Est igitur & Longitudo Parallelogrammi b d g h Longitudini Parallelogrammi a b c d æqualis, Latitudoque eadem,




Dubitatio rudium.

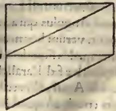
Præsens Theorema è numero admirabilium in Mathematicis Theorematum.

Quid sit Locus admirabilis, apud Mathematicos & apud Stoicos.

Responsio ad dubitationem rudium.

Demõstrat quòd Longitudinis accretione opus est ad Spatiorũ æqualitatẽ seruandã.

Spatium tamen Spatio minus. ipso nanque b e f d minus est. Angulorum igitur inæqualitas Aream imminuit, Longitudinis autem accretio quantum illa abstulit, tantum adijciens, Spatiorum æqualitatem seruauit. Terminus autem accretionis Longitudinis, ipse Parallelarum Linearum Locus est. nam rectangulis quidem ambobus Parallelogrammis existentibus, & æqualem Ambitum habentibus, Quadrangulum Parte altera longiori maius esse ostenditur: æquilateris verò ambobus existentibus, & æqualem habentibus Ambitum, quod est rectangulum maius esse ostenditur eo, quod rectangulū non est. Angulorum nanque rectitudo, & Laterum æqualitas omnem habet vim ad augenda Spatia. Vnde sane Quadrangulum quidem ijs omnibus, quæ equalē Ambitum habent maius esse videtur: Rhomboides verò, cunctis minus. At hæc quidem alias ostendemus. magis enim Suppositionibus secundi Libri conueniunt. Quò ad præsens autem Theorema sciendū est quòd Parallelogrāma æqualia dicens, Spatia dicit, & non Latera. in præsentia siquidem de Areis sermo est: & quòd nunc primùm in huiusce Teorematis Demonstratione Trapeziorum mentionem fecit. ex quo manifestum etiam fit, quòd non ab re in Suppositionibus hoc quoq; quid nam sit edocuit, quòd nempe Quadrilaterum quidem genere, non autem Parallelogrammum. quòd enim quę ex opposito sunt Latera, & Angulos non habet æqualia, è Parallelogrammorum excidit ordine. Elementorum itaque institutor eùm difficiliorem Casum elegisset, Propositum demonstrauit. Siquis autem dicat, sint Parallelogramma a c b d, & b d e e super eadem Basi d b, ita vt Latus c d sit Dimetiens Parallelogrammi, a b, ostendemus quòd ex † hoc Loco æqualia sunt. Triangulum enim b c d, vtriusque dimidium est. quoniam ipsius quidem a b, Dimetiens est Latus c d: ipsius verò d e, Latus c b. Dimetientes autem Parallelogrāma bifariam secant. Parallelogrāmum ergo a b æquale est Parallelogrāmo d e. Rursus siquis supponat Latus a c ipsius a b Parallelogrammi secari à Latere d e, sicque iacere Parallelogramma quemadmodum ipsa a d b e, b d e f, ostendemus quòd hæc etiam ęqualia sunt.




Terminus accretiōis Lōgitudinis Parallelogrāmorum ęqualiū, est loc⁹ ipse Parallelarū Linearum. Pulchrū.

Isoperimetrorū Parallelogrāmorum Quadrangulū quidē maximū ē, Rhomboides verò minimū. Ex hoc loco, & ex 13. cō. lib. 3. habes q̃ Procli itētio erat totā Euclidis Elemētarē istitutiōnē exponere. ⁊ Documētum.

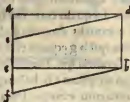
Trapeziū quid.

Reliq; duo huius Theorematis Casus.

† ex hoc loco. id est rōne loci.

cùm

cùm enim Latus a e Lateri c f æquale sit, vtrunque enim cùm ex opposito iaceat, æquale est Lateri d b. Auferatur communis c e recta Linea. Aequalis est igitur a c, ipsi e f. Verùm a d etiã ęqualis est ipsi e b, & Angulus e a d Angulo f e b. Parallela enim est a d, ipsi e b. & Basis igitur e d, Basi f b æqualis est, totũque a d e Triangulũ toti e b f Triangulo est ęquale. Cõmune adijciatur c b Trapeziũ. Totũ igitur a b, toti d f inęquale non est. Et vides quòd isti tres soli sunt Casus. Latus enim d e aut secat Latus c b, vt Elementorum institutor accepit: aut in Signum e cadit, vt in penultima descriptione: aut secat Latus a c, vt in præsentia supposuimus. & iuxta omnes Casus Theorema verũ esse ostensum est, † nisi quòd duplex Trapeziorum differentia cùm sit, & alia quidem neutrũ oppositorum Laterum Parallelum habeant, alia verò vnum vni, in Trapezijs, quæ apud Geometram sunt, in præsentique descriptione altera est Species. ipsa enim c e, ipsi d b est Parallela.

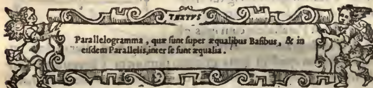



Causa cur tres soli sint Casus hui⁹ Theorematis.

†. Rursus quòd

Nota qđ Proclus Trapezia, & Trapezoidea cõmuni noĩe Trapezia ex mente Euclidis hic appellauit. vide et cõ. 18. lib. secũdi.

Propõ 36 Theo. 26.




Com. 10.

Præcedens quidem Theorema easdem Bases accipiebat, hoc verò æquales quidem, differentes autem ab inuicem. Commune autem ambobus est Parallelogrãma in eisdẽ supponere Parallelis. Oportet igitur ipsa neque intra subiectas cadere Parallelas rectas Lineas, neque extra. Parallelogramma enim in eisdem dicuntur esse Parallelis, cùm Bases ipsorum, & quæ his ex opposito iacent Latera eisdem Parallelis coaptantur. Cęterùm Elementorum quidem institutor cùm Bases omnino separatas suscepisset, Theorema ostendit. Nihil autẽ impedit ita etiam ipsas suppositas accipere, vt quandam cõmunem habebant partem. sint enim a b, c d Parallelogramma, super ęqualibus Basibus e b, f d communem partem habentibus, & in eisdem Parallelis, dico quod æqualia sunt. Connectantur e c, b g rectæ Lineę.

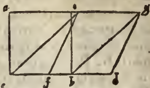
Cõmunitas, & differẽtia pręsentis, & pręcedẽtis Theore.

Qũo Parallogrãma ĩ eisdẽ dicãt esse Parallelis.

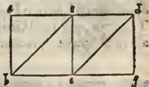
Reliq duo Casus hui⁹ Theore.

h neę.

neæ. Quoniam igitur ipsa e f, æqualis est ipsi b d, etenim Basis e b Basi f d æqualis erat, sed Latus e f Lateri d g est æquale, & Angulus e f e æqualis Angulo g d b, & e e igitur ipsi b g ęqualis est. est autem & Parallela ipsi. Parallelogrammũ ergo est ipsum e b, habetque eandẽ Basim cum vtroque Parallelogrã-morum a b, c d, & in eisdem est Parallelis. Parallelogrammum igitur a b Parallelogrammo c d est ęquale.



Si quis autem neque communem habentes partem, neq; à se inuicem separatas Parallelogrãmorum Bases supponat, verùm quod solùm reliquum est se inuicem tangentes in vno Signo, vt in Parallelogrãmis a e, e d, dicemus quòd Basis b e, Basi e f, & Lateri e d est æqualis. Quamobrem & rectalinea e b, rectæ Lineæ d e æqualis, & Parallela est. quæ enim æquales, & Parallelas coniungunt, æquales & ipsæ, Parallelę q; sunt. Parallelogrãmum igitur est ipsum b d, & est super eisdem Basibus, & in eisdem Parallalelis cum ipsis e b, d e Parallelogrammis. Aequalia ergò sunt e b, d e Parallelogramma. At nos quidem iuxta primam notionem Theorematis Constructiones diuisimus cùm dicebamus Bases aut communem habere partem, † aut tangere tantùm se inuicem, aut à se inuicem distare. Fieri autem potest vt quanuis se se tangant quemadmodum ipsę b e, e f, totum d e Parallelogrãmum extra Latus e e supponatur, vel e e Latus congruens ipsi a e rectæ Lineæ, vel Latus e e secans Latus a e, vel Latere a e producto vsque ad Signum h Latus e e cadens tanquam Dimetiens Parallelogrammi h e, quando & d f Latus idem fuerit cum recta Linea a f, vel e e Latus secans Latus a h, vel a h Latere producto vsque ad k Signum Latus e e cadens extra Signum h, & Latus d f secans Latus a h * vel congruens *

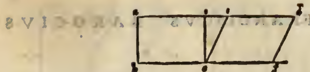


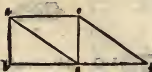
Diuisio triũ huius Theo. Casuũ, & primò vltimi.

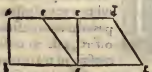
† aut à se inuicẽ separatas esse, aut tãgere tãtũ se inuicem.

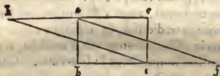
* * * *

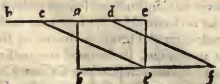
Fran-










h c a d e
b c f



# FRANCISCVS BAROCIVS AD LECTOREM.



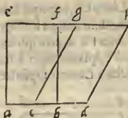
Scholiū

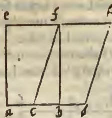


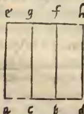
HIC tibi animaduertendum est candide Lector, quòd præsens decimum Procli commentarium imperfectum à nobis repertum est in omnibus exemplaribus, quæ ad hoc vsque tempus ad manus nostras peruenere. ideo quale se se offert, tale in ordine suo imprimendum esse censui, ne te laterent pauca ea, quæ in eo reperiuntur. Vt autem clarè eius imperfectionem cognoscas, nonnulla sunt mihi percurrenda, quibus cuncta, quæ in eo continerentur si integrum esset, paucis complectar. Cùm itaque Proclus noster primùm communitatem, atque differentiam præsentis, & præcedentis Theorematis tradidisset, docuissetqúe obiter quomodo Parallelogramma in eisdem dicantur esse Parallelis, more suo ad exponendos Constructionis Casus se se accinxit. Casus autem (vt apud eum videre potes) tres in vniuersum, & iuxta primam animi notionem se se nobis offerunt, è quorum numero vnus quidē est ille, quem Euclides in sua Constructione suscepit; reliqui verò duo sunt ij, quos Proclus declarare sibi proposuit. quos sanè cùm declarauerit, & ostenderit quòd Theorema vniuersè in his tribus Casibus veritatem nanciscitur, statim quod erat consequenter exponendum adiecit, horum nempe trium Casuum Diuisionem vnà

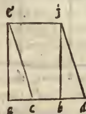
Diuisio Casuum.

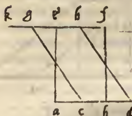
cum Theorematis in omnibus Casuum partibus Demonstratione. Verùm Diuisio quidem talis est. Quum Parallelogrammorum super æqualibus Basibus, in eisdemqúe Parallelis existentium tres sint Constructionis Casus, & Bases ipsorum aut omnino à se se disiunctæ sint, vt Elementorum institutor supposuit: aut in vno tantùm Signo coniunctæ, vt Proclus in secunda sua descriptione: aut quandam habebant partem communem, vt idem in prima, quilibet adhuc horum trium Casuum septem habet partes. nam

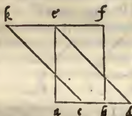


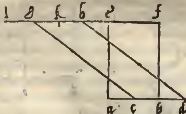








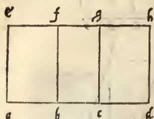


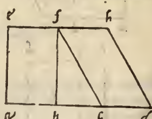


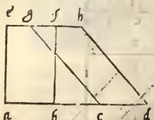

nam si quidem communem habuerint partem, vt exempli gratia ipsę a b c d Latera sanè hisce Basibus opposita, quę sint e f, g h, aut ita à sese distant vt quodam inter ea iaceat interuallum, ipsum scilicet f g: aut in vno tantùm Signo, inquo coincidunt etiam Signa f g: nempe in Signo f coniuncta sunt, vt ipsa e f, f h: aut quandam habent partem communem, vt puta ipsam g f: aut sibi inuicem congruunt, & tunc Signa g h coincidunt cum e f Signis: aut Producto Latere e f, & posita Linea k e æquali ipsi e f, Latus g h communem habet partem & cum Latere e f, vt ipsam e h, & cum Linea k e, vtpote ipsam g e:

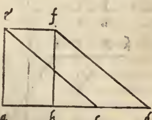
aut

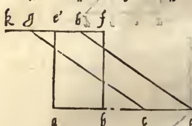
aut totũ Latus g h cadit ſuper tota Linea k e, tãgitque Latus e f in Signo e tantùm, & tunc Signa g h coincidunt cũ ipſis k e Signis: aut producta rurſus Linea k e, & poſita Linea l k æquali ipſi k e, Latus g h partẽ habet cõmunem & cũ Linea k e, ipſam ſcilicet k h, & cũ Linea l k, vt ipſã g k, & tunc Latus g h diſtat à Latere e f, ipſo h e interuallo.

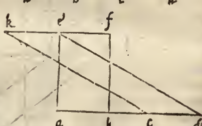


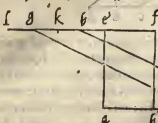



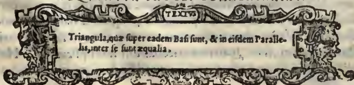




Si verò penitus à ſe ſe diſiunctæ fuerint, vt ipſæ a b, c d, Latera porrò e f, g h, quæ hiſce Baſibus è regione ſunt, aut & ipſa à ſe ſe diſtant interual-

teruallo f g: aut in vno duntaxat Signo se se tangunt, videlicet in Signo f, cum quo etiam g Signum tunc coincidit: aut quandam habent partem communem, vtputa ipsam g f: aut Latus g h cadit super Latere e f, coincidendo Signa g h cum e f Signis: aut producto Latere e f, & posita æquali k e Linea ipsi e f, Latus g h cõmuni fruitur parte tum quidem cum Latere e f, ipsa scilicet e h, tum verò cum Linea k e, nempe ipsa g e: aut Latus g h congruit Lateri k e, & Signa g h eadẽ sunt cum Signis k e, tangitq́ Latus e f in Signo e duntaxat: aut producta adhuc Linea k e, & posita æquali Linea l k ipsi k e, Latus g h communem sortitur partem ipsam quidem k h cum Linea k e, ipsam verò g k cum Linea l k, tuncq́ue Latus g h à Latere e f interuallo h e distat. Si autem in vno tantùm Signo coniunctæ fuerint, quod reliquum est, Septem iterum modis Casus ipse varietatem suscipit. Veruntamen quoniam varietatem hanc apud Proclũ ipsum videre potes, in fine enim Diuisionis huius Casus cõmentarium deficit, ideo in ea non amplius immorandum arbitror. Talis quidem est Diuisio Casuum, quam aggressus est Proclus noster in præsenti commentario, in quo non extat nisi Casus illius Diuisio, qui Bases æquales Parallelogrammorum in vno tantùm Signo coniunctas supponit: reliquorum autem duorum Casuũ diuisiones cum Demonstrationibus Theorematis in Singulis Casibus desiderantur, forsan cum quadam etiam pulchra consideratione, aut documento in fine cõmentarij, vt autoris mos est. multa enim pulcherrima ab ijs, qui ingenio valent ex hoc, præcedentiq́ue Theoremate colligi possunt, quæ ad vniuersam Geometriam maximè conducunt. Verumenimuero de Diuisione quidẽ hæc sufficiãt. Demõstrationes autẽ præsentis Theorematis iuxta singulas Casuũ partes tũ quia faciles sunt, tũ breuitatis causa in præsentia silentio inuoluam. aptior enim erit locus in commentarijs nostris diffusius, & singillatim eas examinare. Hæc erãt mihi dicenda lector beneuole de imperfectione huius cõmentarij, quod si aliquando integrum ad manus meas peruenerit vnà cum sequentis vndecimi cõmentarij principio, quod etiam in omnibus exemplaribus imperfectum est, te participem facere polliceor. Quæ desit i 11. Procli cõmen tario.

SEQVVNTVR PROCLI COMMENTARIA.




Triangula, quæ super eadem Basi sunt, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia. Propõ. 37 Theo. 37.

Initiũ

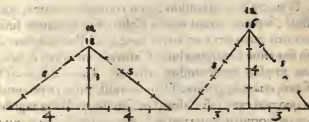
Initium huius Commentarii Desideratur.

* * *

Com. 11. * affirmant. æqualibus nanque illis existentibus, Spatia inęqualia: & inęqualibus, ęqualia ostenduntur. Tale autẽ quid Chorographi perpessi sunt Vrbiũ magnitudines ex Ambitibus ratiocinantes. Olĩ verò quidam possessionum participes in diuisione eos, quivnà cũ ipsis diuidebãt deceperũt, quippe qui Ambitus excessu abusi sunt, plura'q; sumpserunt cùm peragrãtes eam suscepissent possesionẽ, quę à maiori Ambitu continebatur: Aream autem cùm in quædam Spatia, quę minori fruebantur ambitu immutassent, optimi existimati fuere.

Chorographorũ hallucinatio.

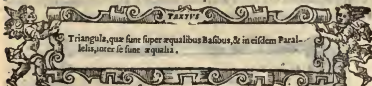
Idẽ in lib. tertio in com. 8.




duobus enim ęquicruribus Triãgulis propositis, quorum vnum quidem vtrunque æqualium Laterum habet quinque, Basim verò sex eorundem: alterum autem, vtrunque quidem æqualium Laterum quinque, Basim verò octo eorundem, verbi graria cubitorum, aut digitorum, magnopere horum rudem in electione decipiunt. nam hoc quidem Ambitum octodecim habet; illud verò sedecim earundem mensurarum. At Geometricus vir non ignorabit quòd Spatia ęqualia sunt, quanuis Ambitus inæquales fuerint. vtrunq; siquidem duodecim est. si enim à vertice Perpendicularem duxeris, bifariam quidem Bases diuides, efficiesq́ue in altero quidem trium, in reliquo verò quatuor Basis dimidium: ipsam autem Perpendicularem è contrario, illic quidem quatuor, hic verò trium. oportet siquidem quod à Quinario ei, quod à Perpendiculari, atq; ei, quod à Basis dimidio fit esse æquale. Verùm si hoc quidẽ trium fuerit, Perpendicularis quatuor: & si hoc quatuor, illa profectò trium erit. Cùm igitur Perpendiculari Basis dimidium multiplicaueris, † quod Trianguli Spatio est æquale habebis. hoc autem iuxta vtrunq; idem est siue Ternario Quaternarium, siue Quaternario ternarium multiplicaueris. Hæc quidem dicta sunt ad ostendendum quòd Spatiorum æqualitas non omni-

† æquale Trianguli Spatiũ habebis.

omnino ex Ambitibus accipienda est. ne admiremur si cũ Triangula, quæ super eadem Basi sunt, iuxta reliqua Latera intra easdem Parallelas in infinitum augeri possint, Spatiorum tamen æqualitas immutabilis manet. Illa autem Triangula in eisdem Parallelis dicenda sunt, quæcunque super altera Parallelarum Bases cùm habeant, in reliqua vertices figunt. & quorum Linea ad vertices connexa, vna recta Linea est, & Basibus Parallela super eadẽ recta Linea iacentibus. Q͞o Triã gula i eisdẽ Parallelis esse dicantur.



Propõ. 38 Theo. 28.

PRæsens quoque Theorema locale quidem est, quippe quod Parallelogrammis proportione respondet, & Triangulorum sitũ super æqualibus Basibus supponit. Videtur autem mihi Euclides horum quatuor Theorematum, quorum duo quidem in Parallelogrammis ostensa sunt, duo verò in Triangulis: & alia quidem eadem existente Basi, alia verò Basibus ęqualibus existentibus, vnam Demonstrationem in sexto libro per primum Theorema tradere, latereque vulgus eum hoc facere. cùm enim hoc ostẽdat, Triangula, & Parallelogrãma, quæ sub eadem sunt Altitudine, eandem habere inter se rationem, quam habẽt Bases, nihil aliud quàm hæc omnia magis vniuersè ex ipsa Proportione demonstrat. eadem nanque Altitudo nil aliud est nisi in eisdem esse Parallelis. nam Figuræ omnes, quę in eisdem sunt Parallelis, sub eadem Altitudine sunt, & contrà. Altitudo siquidem est Perpendicularis, quæ ab altera Parallela ad reliquam se extendit. Illic itaque per Proportionem ostensum est quòd ita se se habent Triangula, & Parallelogramma, quę sub eadem sunt Altitudine, hoc est quæ in eisdem sita sunt Parallelis, vt Bases, & æqualibus existentibus Basibus, æqualia sunt Spatia: & dupla, duplis: & aliam rationem habentibus, eandem habebunt & Spatia inter se rationem. In præsentia verò quoniam non decebat Proportione vti eum, qui nondum de ipsa docuit, contentus est æqualitate sola, atque identitate. ex æqualitate enim identitas Basium colligitur. In vno igitur illo quatuor hęc Theoremata comprehenduntur. non solùm quia vna Demonstratione ostendit quæcunque in hisce quatuor continentur, verùm etiam quia † plus quid addit, identitatem vtique rationum, quanuis inæquales

Com. 12.

Quid sit Altitudo Figurarũ.

† siue q͞d vel pfectũ q͞d.

Casus hui' Theore.

Bases fuerint. Hæc de his. Quòd autem hoc quoque Theorema multos habet Casus, quodq́ue fieri potest vt Triangulorum Bases aut eandem partem habentes sumantur, quemadmodum in Parallelogrammis: aut nulla quidem communi parte fruentes, iuxta verò Signum vnum se se contigentes: aut etiam omnino separatæ ita vt inter ipsas Linea sit, manifestum est ijs etiam, qui paululum intelligere possunt. & quòd iuxta omnes Casus vtcunque Bases sitas habeant, aut Vertices, eadem via est. Parallelas nempe Lateribus ducere, & facere vtrunque, Triangulorumq́ue æqualitatem ostendere.

Propõ. 39 Theo. 29.

TEXTVS

Aequalia Triangula, quæ super eadem Basi sunt, & ad easdem partes, in eisdem sunt Parallelis.

Com. 13.

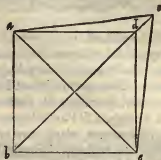
QVando quidem æqualitatẽ ostendere nobis propositum erat, tunc quatuor numero Theoremata faciebamus, duo quidem in Parallelogrammis, duo verò in Triangulis suscipientes, aut super eisdem, aut super æqualibus iacentibus Basibus. Nunc autem conuertentes, quæ quidem in Parallelogrammis Conuersa sunt prætermisimus, quæ verò in Triangulis, memoria digna censuimus. Causa verò, quoniã modus quidem Demõstrationis idem est in illis etiam indifferenter, per Deductionem ad impossibile, similemq́ue Constructionem. cõtenti autem sumus cùm in simplicioribus, Triangulis inquam, viam ostenderimus, relinquere ijs, qui magis curiosi sunt, in cæteris quoque eadem ratiocinari. quandoquidem eandem in his etiam esse viam facile est simul agnoscere. nam cùm acceperimus æqualia Parallelogramma super eadem Basi, aut etiam super æqualibus, dicemus quòd in eisdem quoque sunt Parallelis. Si enim non sunt, aut alterutrum eorũ intrà cadet productis ijs, quæ in altero sunt Parallelis, aut extrà. vtcunque autem ceciderit, cùm acceperimus illud, & quæ in eo sunt Parallelas, ostendemus quæ in Triangulis etiam ostenduntur. quòd vtique Totũ suæ parti erit æquale. hoc verò fieri non potest. Quòd autem iurè Elementorum institutor particulam illam addidit [ & ad easdem partes ] manifestum est. nam fieri potest vt super eadem Basi æqualia Triangula summantur, vnum quidem ad hasce partes, alterũ verò ad alias, attamen non omnino in eisdem hæc sunt Parallelis. neque enim sub eadem Altitudine sunt. Hanc igitur propterea adiecit

Causa propter quam Conuersæ 35. & 36. Propõnis tũ ab Euclide, tũ à Proclo prætermissæ sint.

Geometrica diligẽtia.

eit particulam. Cùm autem dupliciter Parallela ipsa duci posſit iuxta abſurdam ſuppoſitionem, aut intrà, aut extrà, ipſe quidem Euclides intrà eam duxit: nos verò extrà ducentes, eadem oſtendemus. Reliquus abſurdæ ſuppoſitionis Caſus.

Sint enim a b c, d b c Triangula æqualia ſuper vna Baſi, ad eaſdemquè partes, dico quòd in eiſdē ſunt Parallelis, & quę ad vertices ipſorum connexa eſt recta Linea, Baſi eſt Parallela. Connectatur a d recta Linea. Si autē hęc Parallela non eſt, ſit quę extra hanc iacet, ipſa nempe a e, & producatur ipſa b d vſque ad e Signum, & connectatur ipſa e c. Aequale ē igitur Triãgulũ a b c Triangulo e b c. Verùm Triangulum a b c ęquale eſt Triangulo d b c. Triangulum ergo e b c Triangulo d b c eſt æquale, parti Totum. At hoc fieri non poteſt. non igitur extra ipſam a d, Parallela cadet. Oſtenſum eſt autem quòd neque intra, apud Elementorum inſtitutorem. Ipſa ergo a d ipſi b c Parallela eſt. In eiſdem igitur ſunt Parallelis æqualia Triangula, quæquè ad eaſdem partes, & ſuper eadem Baſi ſunt. Demonſtrata eſt itaque reliqua etiam Deductionis ad impoſſibile pars. Adnotatu autem dignum eſt quòd Triplex cùm ſit Theorematum Conuerſio (aut enim totum ad totũ conuertitur, quemadmodum octauumdecimum, & nonumdecimum diximus: aut totum ad partem, vt ſextum, & quintum: aut pars ad partē, vt octauũ, & quartũ. non enim totũ in altero Datũ, Quęſitũ in altero eſt: nec Quęſitũ, Datũ, ſed pars) videntur talia eſſe hęc quoq; Theoremata in Triangulis. erat ſiquidem Quæſitum in præcedentibus, Triangula ęqualia eſſe, hoc autem non ſolum in his Datum eſt, quippe cùm partem inſuper ſumpſerit eius, quæ in illis erat ſuppoſitionis. hoc enim, ſuper eadem eſſe Baſi, vel ſuper æqualibus, cum in his, tum in illis datum eſt, præterquam quòd in hiſce ſuppoſitionibus quoddam adiecit, quod quidem nec Quæſitum, nec Datum in illis erat. particula enim illa [ad eaſdem partes] extrinſecus inſuper fuit aſſumpta. Notandũ. Triplex Cōuerſionũ differētia.



TEXTVS

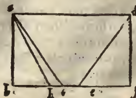
Prop̃ō. 40. Theo. 30.

**Aequalia Triangula, quæ ſuper æqualibus ſunt Baſibus, & ad eaſdem partes, in eiſdem ſunt Parallelis.**

Com. 14.

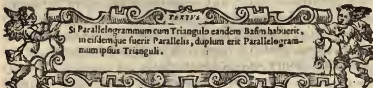
ESt & modus Conuerſionis idem in hoc, & Demonſtratio ſimilis, & quę ab Elemẽtorum inſtitutore Deductionis ad impoſsibile prætermiſſa eſt pars eodem modo demonſtratur, & nõ eſt opus eadẽ repetere. Cùm autem tria hæc ſint in dictis Propoſitionibus, ſuper æqualibus, vel eiſdem eſſe Baſibus: in eiſdem Parallelis: & æqualia eſſe Triangula, & Parallelogramma, manifeſtum eſt quòd duo ſemper contexentes, vnum verò relinquentes, variè conuertimus. aut enim Baſes eaſdem, vel æquales ſupponemus, in eiſdemq́ue Parallelis Triangula, & Parallelogramma, & faciemus quatuor Theoremata: aut æqualia ipſa ſuſcipiemus, & Baſes eaſdem, vel æquales, & faciemus alia quatuor, quorum duo quidem omiſit Elementorum inſtitutor, ea nempe quæ ſunt in Parallelogrammis, reliqua verò duo oſtendit, ea porrò quæ in Triangulis ſunt: aut & cùm æqualia ſumpſerimus, & in eiſdem Parallelis, reliquum oſtendemus, quòd vtiq; vel ſuper eiſdem ſunt, vel ſuper æqualibus Baſibus, & faciemus alia quatuor, quæ ſanè omnino etiam dimiſit Elementorum inſtitutor. in hiſce nanque eadem eſt Demonſtratio, niſi quòd duo ex his quatuor per ſe vera non ſunt. non enim æqualia Parallelogramma, vel Triangula, & quę in eiſdẽ ſunt Parallelis, neceſſariò ſuper eadẽ Baſi ſunt. ſed totum hoc, in hiſce ſuppoſitionibus verum eſt, quòd ſuper eiſdem ſunt Baſibus, vel ſuper æqualibus. alterum autem non omnino ſumptas ſuppoſitiones conſequitur. Quapropter cùm decem ſint omnia hæc Theoremata, Sex quidẽ Geometra perſcripſit, quatuor verò prætermiſit, ne rurſus eadem ratione fruſtra laboret, cùm eadem ſit Demonſtratio. oſtendatur enim in Triangulis quòd ſi æqualia fuerint, in eiſdemq́ue Parallelis, aut ſuper eiſdem, aut ſuper ęqualibus Baſibus erunt. nõ ſint enim, ſed ſi fieri poteſt ſint a b c, d e f Triãgula, quæ hoc modo ſeſe habeant in Baſibus inæqualibus, ipſis ſcilicet b c, e f, &

*Margin notes:* Tres paſsiones, ex quib⁹ decẽ ſiũt Locala Theo. — Caſtã vidi ſupe. ... — Quæ ſcauſa reliqua quatuor omiſerit Euclides Theoremata. — Demõſtra reliquorũ duorũ.




ſit

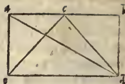
ſit maior ipſa b c, & abſcindatur b h, quæ ſit æqualis ipſi e f, connectaturq́ue ipſa a h. Quoniam itaq; Triangula a b h, d e f ſuper ęqualibus ſunt Baſibus ipſis b h, e f, in eiſdemque Parallelis, ęqualia vtiq; ſunt. At ipſa quoque a b c, d e f Triangula ſuppoſita ſunt æqualia. Triangula ergo a b c, a b h æqualia erunt, quod fieri non poteſt. Non ſunt igitur inæquales ipſorum a b c, d e f Triangulorum Baſes. Idem autē demonſtrandi modus in Parallelogrāmis etiam erit. Cùm itaq; & via oſtenſionis eadem ſit, & id, quod fieri non poteſt, idē, quòd ſcilicet totū ſuę parti eſt ęquale, non īmeritò ab Elementorū inſtitutore prætermiſſum fuit. Dictum eſt itaque quòd decem neceſſariò ſunt Theoremata, & quæ ſint ea, quę pręter miſſa ſunt, quæq́ue ſit horum reticentiæ cauſa. Verùm tranſeamus ad ea, quæ poſt hæc conſequuntur. Epilogus.




Si Parallelogrammum cum Triangulo eandem Baſim habuerit, in eiſdemque fuerit Parallelis, duplum erit Parallelogrammum ipſius Trianguli. Propō. 41 Theo. 31.

ESt quidem præſens quoq; Theorema locale, miſcet autem Triangulorum, & Parallelogrammorum conſtitutiones ſub eadem Altitudine iacentium. Quemadmodum igitur Parallelogramma ſeorſum perſpeximus, itemq́ue Triangula, ita cùm ſimul etiam vtraque ſumpſerimus idem cum illis perpeſſa, quam habeāt inter ſe rationem contemplabimur. In illis igitur æqualitatis apparet ratio, omnia ſiquidem inter ſe ſunt æqualia quę ſuper eiſdem ſunt Baſibus ſiue Triangula, ſiue Parallelogramma, in eiſdemq́ue Parallelis. in his verò prima inæqualium rationum ipſa nempe dupla oſtenditur. Parallelogrammum enim Trianguli duplum eſſe demonſtrat eadem Baſi, eademq́ue Altitudine exiſtente. At Elementorum quidem inſtitutor cùm Trianguli Verticem extra Parallelogrāmum ſuppoſuerit, Propoſitum oſtendit. Nos autem cùm in altero Parallelogrammi Latere, quod communi ipſorum Baſi Parallelum eſt, eum ſumpſerimus, idē demonſtrabimus. duo ſiquidē ſunt hi Theorematis Caſus. Quandoquidem eadem ambobus exiſtente Baſi, aut intra Parallelogrāmum Verticē habere Triangulum neceſſe eſt, aut extra. Sit igitur Parallelogrāmū a b c d, & e c d Triangulum, & ponatur Signum e inter a, & b Signa, connectaturq́ue a d recta Linea. Quoniam itaq; Com. 15. Caſus huius Theorematis.

Paral-




Parallelogrammũ Trianguli a c d est duplum, Triangulũ autem a d c ęquale est e d c Triangulo, Parallelogrãmum porrò ipsius e c d Triãguli duplum est. Quod igitur eadem existente Basi duplum esse Trianguli Parallelogrãmum

> Demõstratio i Basib⁹ ęqualibus.

ostenditur, perspicuum est. Si autem Bases æquales fuerint, eodem modo ostendetur, † Parallelogrammi Dimetientem nobis ducentibus. Trianguli enim æqualibus existentibus, Parallelogrãmum, quod alterius duplum est, reliqui etiam duplum erit. Triangula verò æqualia sunt propter Basium æqualitatem, Altitudinisq́ue identitatem.

> † Parallelogrãmorum.

> Cur Theoremata in ęqualibus Basib⁹ Euclides prætermiserit.

Iurè igitur hæc quoq; Geometres omisit, eadem enim est Demonstratio. nam aut eandem partem habebunt, aut in vno tantùm Signo coniungentur, aut separatæ erunt ab inuicem. vtcunque autem hæc varietatem suscipiant, vna est iuxta omnes Casus Demõstratio.

> Conuersa hui⁹ The. & nota cõuersionis modum.

Atqui Conuersa quoq; huic Theoremati eodem modo Demonstrabimus. quorum vnum quidem est, Si Trianguli Parallelogrãmum duplum fuerit, eandemq́ue Basim, aut æquales inuicem habuerint, † fuerint autem ad easdem partes, in eisdem erunt Parallelis.

> † Si autẽ.

Si enim non erunt, Totum suæ parti erit æquale, eademq́ue ratio vigebit. necesse est enim aut intra Parallelas Trianguli Verticẽ cadere,

> Nota ꝙ ex triũ⁹ q̃ i hoc etiam Theo. sũt passionib⁹ quiq; fieri possunt Theo. quorũ vnũ tñ posuit Euclides, reliqua aut p̃termisit, q̃ addidit Proclus, vnã cũ obticẽtię causa.

aut extra. vtro autem se se modo habuerit idem sequitur impossibile, ducta Parallela ipsi Basi per Trianguli Verticem. Alterum verò est, Si Trianguli Parallelogrammũ duplum fuerit, in eisdemq; ambo fuerint Parallelis, super vna Basi, aut super æqualibus erunt. si enim super inæqualibus, cùm æquales sumpserimus, vniuersum Totũ suæ parti æquale ostendemus. In hoc igitur cõmune impossibile omnia hęc Theoremata desinunt. Quare Elementorũ institutor nobis reliquit eam, quæ in his est varietatẽ inuestigare, cùm in simplicioribus ipse, & principalioribus contemplationẽ † contraxerit. Verumenimuero quoniam hæc quoque in memoriã reuocata sunt, agè exercitationis causa nos Parallelogrãmũ non accipiendo sed Trapeziũ, cuius

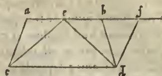
> † strinxerit.

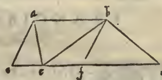
> Digressio Hic elicit quoddam aliud hiu⁹ Theo. cõuersũ, iuxta alium Cõuersionis modũ.

duo tantùm Latera sunt Parallela, quippe quod eandem cũ Triangulo habeat Basim dum in eisdem iacet Parallelis, videamus quã ad Triangulum rationem habet. Quod igitur duplam non habebit, perspicuum est. Si enim duplam rationem haberet, Parallelogrãmum esset, cũ Quadrilaterum porrò sit. Dico autem quòd aut duplo maius est, aut minus. cùm enim duo Latera Parallela sint, omnino vnum quidem est maius, alterum verò minus. quoniam æqualibus existen-

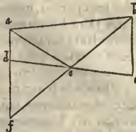
existentibus, quæ etiam ipsa coniungunt, Parallela erunt. Si igitur Triangulum maius Latus Basem habuerit, minus quàm duplũ Trianguli Quadrilaterum erit: Si verò minus, maius. Sit enim a b c d Quadrilaterum, sitq́ue minus Latus a b Latere c d, & producatur Latus a b in infinitũ, & Triangulũ e c d eandem habeat Basim cum Quadrilatero, ipsam nempe c d, ducaturq́ue per d Signum ipsi a c Parallela, quę sit d f. Duplum est igitur Trianguli e c d ipsum a c d f Parallelogrammum. Quare a b c d Quadrilaterũ minus quàm duplum est. Rursus habeat Triangulum Basim a b, ducaturq́ue ipsi a c Parallela b f. Parallelogrãmum igitur a b f c duplum est Trianguli. Quapropter Quadrilaterum a b c d maius quàm duplũ est. His itaq; ostensis dicimus quòd Quadrilatero existente, cuius duo tantũ Latera ex opposito iacẽtia sunt Parallela, si quidem ab altero Parallelorum Laterum bifariam dissecto ad reliquum rectæ lineæ ductæ fuerint, eius, quod fit Trianguli aut maius quàm duplum Quadrilaterum est, aut minus. Si verò ab altero eorum Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto, ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum omnino Quadrilaterum est. Hoc ergo ostendatur. Sit porrò Quadrilaterum a b c d, sitq́ue in ipso Latus a d Lateri c b Parallelum, & secetur bifariam Latus d c ad e Signum, & cõnectantur a e, e b rectæ Lineæ, & producatur ipsa b e, coincidatq́ue cum Latere a d ad Signum f. Quoniam itaq; Anguli, qui sunt ad e Signum æquales sunt, ad Verticem enim iacent, necnon Angulus f d e Angulo b c e est æqualis, Latus etiã f e Lateri e b erit ęquale, & Triangulum d e f Triangulo b c e ęquale.

Per 33. Propõnẽ. Pulcherrima Triãguli cum Trapezio sup eadẽ Basi, & in eisdẽ Parallelis cõparatio. nota q aũt ꝙ cadit etiã iter Parallelogrammũ, & Trapeziũ sup eadẽ Basi, & ieisdem Parallelis cõparatio d' qua dicẽdũ in Cõmentariis nřis. oĩa aũt hęc vera sũt & i Basibus ęqualib', horũq; cõuersa, si cõuenietib' modis fiant.

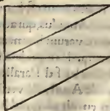



Comparatio Trianguli cum Trapezio sup eadẽ basi nò in eisdẽ Parallelis, sed cũ quadã alia cõditiõe. & hoc est qđ Proclus obiter ostẽdit.



Spatium tamen Spatio minus. ipso nanque b e f d minus est. Angulorum igitur inæqualitas Aream imminuit, Longitudinis autem accretio quantum illa abstulit, tantum adijciens, Spatiorum æqualitatem seruauit. Terminus autem accretionis Longitudinis, ipse Parallelarum Linearum Locus est. nam rectangulis quidem ambobus Parallelogrammis existentibus, & æqualem Ambitum habentibus, Quadrangulum Parte altera longiori maius esse ostenditur: æquilateris verò ambobus existentibus, & ęqualem habentibus Ambitum, quod est rectangulum maius esse ostenditur eo, quod rectangulũ non est. Angulorum nanque rectitudo, & Laterum æqualitas omnem habet vim ad augenda Spatia. Vnde sané Quadrangulum quidem ijs omnibus, quæ equalẽ Ambitum habent maius esse videtur; Rhomboides verò, cunctis minus. At hæc quidem alias ostendemus. magis enim Suppositionibus secundi Libri conueniunt. Quò ad præsens autem Theorema sciendũ est quòd Parallelogrãma æqualia dicens, Spatia dicit, & non Latera. in præsentia siquidem de Areis sermo est: & quòd nunc primùm in huiusce Teorematis Demonstratione Trapeziorum mentionem fecit. ex quo manifestum etiam fit, quòd non ab re in Suppositionibus hoc quoq; quid nam sit edocuit, quòd nempe Quadrilaterum quidem genere, non autem Parallelogrammum. quòd enim quę ex opposito sunt Latera, & Angulos non habet æqualia, è Parallelogrammorum excidit ordine. Elementorum itaque institutor cùm difficiliorem Casum elegisset, Propositum demonstrauit. Siquis autem dicat, sint Parallelogramma a c b d, & b d e c super eadem Basi d b, ita vt Latus c d sit Dimetiens Parallelogrammi, a b, ostendemus quòd ex† hoc Loco æqualia sunt. Triangulum enim b c d, vtriusque dimidium est. quoniam ipsius quidem a b, Dimetiens est Latus c d: ipsius verò d e, Latus c b. Dimetientes autem Parallelogrãma bifariam secant. Parallelogrãmum ergo a b æquale est Parallelogrãmo d e. Rursus siquis supponat Latus a c ipsius a b Parallelogrammi secari à Latere d c, sicque iacere Parallelogramma quemadmodum ipsa a d b e, b d e f, ostendemus quòd hæc etiam ęqualia sunt.



cùm

Terminus accretiõis Lõgitudinis Parallelogrãmorum ęqualiũ, est loc' ipse Parallelarũ Linearum. Pulchrũ.

Isoperimetrorũ Parallelogrãmorum Quadrangulũ quidẽ maximũ ẽ, Rhomboides verò minimũ.

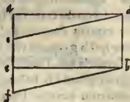
Ex hoc loco, & ex 13. cõ. lib. 3. habes q Procli itẽtio erat totã Euclidis Elemẽtareẽ istitutiõné exponere. Documẽtum.

Trapeziũ quid.

Reliq duo huius Theorematis Casus.

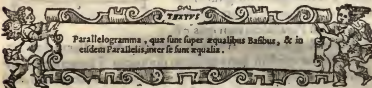
† ex hoc loco. id est rõne loci.

cùm enim Latus a e Lateri c f æquale sit, vtrunque enim cùm ex opposito iaceat, æquale est Lateri d b. Auferatur communis c e recta Linea. Aequalis est igitur a c, ipsi e f. Verùm a d etiã æqualis est ipsi e b, & Angulus c a d Angulo f e b. Parallela enim est a d, ipsi e b. & Basis igitur c d, Basi f b æqualis est, totũque a d c Triangulũ toti e b f Triangulo est æquale. Cõmune adijciatur c b Trapeziũ. Totũ igitur a b, toti d f inæquale non est. Et vides quòd isti tres soli sunt Casus. Latus enim d c aut secat Latus e b, vt Elementorum institutor accepit: aut in Signum e cadit, vt in penultima descriptione: aut secat Latus a e, vt in præsentia supposuimus. & iuxta omnes Casus Theorema verũ esse ostensum est, † nisi quòd duplex Trapeziorum differentia cùm sit, & alia quidem neutrũ oppositorum Laterum Parallelum habeant, alia verò vnum vni, in Trapezijs, quæ apud Geometram sunt, in præsentique descriptione altera est Species. ipsa enim c e, ipsi d b est Parallela.




Causa cur tres soli sint Casus hui' Theorematis.

† Rursus quòd Nota qđ Proclus Trapezia, & Trapezoidea cõmuni noĩe Trapezia ex mente Euclidis hic appellauit. vide ẽt cõ. 18. lib. secũdi.




Parallelogramma, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propõ 36 Theo. 26.

Com. 10.

Præcedens quidem Theorema easdem Bases accipiebat, hoc verò æquales quidem, differentes autem ab inuicem. Commune autem ambobus est Parallelogrãma in eisdẽ supponere Parallelis. Oportet igitur ipsa neque intra subiectas cadere Parallelas rectas Lineas, neque extra. Parallelogramma enim in eisdem dicuntur esse Parallelis, cùm Bases ipsorum, & quæ his ex opposito iacent Latera eisdem Parallelis coaptantur. Cęterùm Elementorum quidem institutor cùm Bases omnino separatas suscepisset, Theorema ostendit. Nihil autẽ impedit ita etiam ipsas suppositas accipere, vt quandam cõmunem habebant partem. sint enim a b, c d Parallelogramma, super æqualibus Basibus e b, f d communem partem habentibus, & in eisdem Parallelis, dico quod æqualia sunt. Connectantur e c, b g rectæ Li-

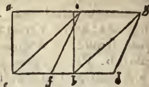
Cõmunitas, & differẽtia prę sentis, & prędẽtis Theore.

Quõ Parallelogrãma ĩ eisdẽ dicãt esse Parallelis.

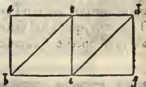
Reliq duo Casus hui' Theore.

h neq.

neæ. Quoniam igitur ipsa e f, æqualis est ipsi b d, etenim Basis e b Basi f d æqualis erat, sed Latus c f Lateri d g est æquale, & Angulus c f e æqualis Angulo g d b, & c e igitur ipsi b g ęqualis est. est autem & Parallela ipsi. Parallelogrammũ ergo est ipsum c b, habetque candẽ Basim cum vtroque Parallelogrã-morum a b, c d, & in eisdem est Parallelis. Parallelogrammum igitur a b Parallelogrammo c d est ęquale.



Si quis autem neque communem habentes partem, necp à se inuicem separatas Parallelogrãmorum Bases supponat, verùm quod solùm reliquum est se inuicem tangentes in vno Signo, vt in Parallelogrãmis a e, e d, dicemus quòd Basis b e, Basi e f, & Lateri c d est æqualis. Quamobrem & rectalinea c b, rectæ Lineæ d e æqualis, & Parallela est. quæ enim æquales, & Parallelas coniungunt, æquales & ipsæ, Parallelęcp sunt. Parallelogrãmum igitur est ipsum b d, & est super eisdem Basibus, & in eisdem Parallalelis cum ipsis e b, d e Parallelogrammis. Aequalia ergò sunt e b, d e Parallelogramma.



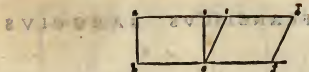
Diuisio triũ huius Theo. Casuũ, & primò vltimi.

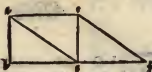
At nos quidem iuxta primam notionem Theorematis Constructiones diuisimus cùm dicebamus Bases aut communem habere partem, † aut tangere tantùm se inuicem, aut à se inuicem distare. Fieri autem potest vt quanuis se se tangant quemadmodum ipsę b e, e f, totum d e Parallelogrãmum extra Latus c e supponatur, vel c e Latus congruens ipsi a e rectæ Lineæ, vel Latus c e secans Latus a e, vel Latere a c producto vsque ad Signum h Latus c e cadens tanquam Dimetiens Parallelogrammi h e, quando & d f Latus idem fuerit cum recta Linea a f, vel c e Latus secans Latus a h, vel a h Latere producto vsque ad k Signum Latus c e cadens extra Signum h, & Latus d f secans Latus a h * vel congruens *

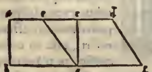
† aut à se inuicẽ separatas esse, aut tãgere tm̃ se inuicem.

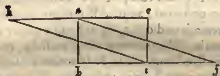
* * *

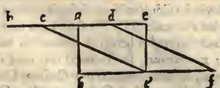
Fran-










h c a d e
b c f



# FRANCISCVS BAROCIVS

*AD*

*LECTOREM.*



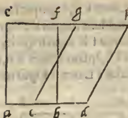
Scholiū

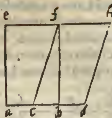


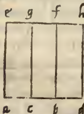
HIC tibi animaduertendum eſt candide Lector, quòd præſens decimum Procli commentarium imperfectum à nobis repertum eſt in omnibus exemplaribus, quæ ad hoc vſque tempus ad manus noſtras peruenere. ideo quale ſe ſe offert, tale in ordine ſuo imprimendum eſſe cenſui, ne te laterent pauca ea, quæ in eo reperiuntur. Vt autem clarè eius imperfectionem cognoſcas, nonnulla ſunt mihi percurrenda, quibus cuncta, quæ in eo continerentur ſi integrum eſſet, paucis complectar. Cùm itaque Proclus noſter primùm communitatem, atque differentiam præſentis, & præcedentis Theorematis tradidiſſet, docuiſſetq; obiter quomodo Parallelogramma in eiſdem dicantur eſſe Parallelis, more ſuo ad exponendos Conſtructionis Caſus ſe ſe accinxit. Caſus autem (vt apud eum videre potes) tres in vniuerſum, & iuxta primam animi notionem ſe ſe nobis offerunt, è quorum numero vnus quidē eſt ille, quem Euclides in ſua Conſtructione ſuſcepit; reliqui verò duo ſunt ij, quos Proclus declarare ſibi propoſuit. quos ſanè cùm declarauerit, & oſtenderit quòd Theorema vniuerſè in his tribus Caſibus veritatem nanciſcitur, ſtatim quod erat conſequenter exponendum adiecit, horum nempe trium Caſuum Diuiſionem vnà cum Theorematis in omnibus Caſuum partibus Demonſtratione. Verùm Diuiſio quidem talis eſt. Quum Parallelogrammorum ſuper æqualibus Baſibus, in eiſdemq́ue Parallelis exiſtentium tres ſint Conſtructionis Caſus, & Baſes ipſorum aut omnino à ſe ſe diſiunctæ ſint, vt Elementorum inſtitutor ſuppoſuit: aut in vno tantùm Signo coniunctæ, vt Proclus in ſecunda ſua deſcriptione: aut quandam habebant partem communem, vt idem in prima, quilibet adhuc horum trium Caſuum ſeptem habet partes.

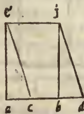
Diuiſio Caſuum.

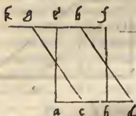
nam

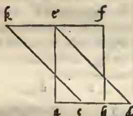


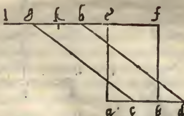



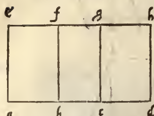



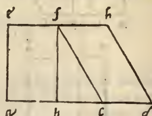



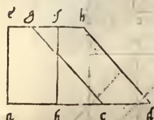

nam ſi quidem communem habuerint partem, vt exempli gratia ipſę a b c d Latera ſanè hiſce Baſibus oppoſita, quę ſint e f, g h, aut ita à ſeſe diſtant vt quodam inter ea iaceat interuallum, ipſum ſcilicet f g: aut in vno tantùm Signo, inquo coincidunt etiam Signa f g: nempe in Signo f coniuncta ſunt, vt ipſa e f, f h: aut quandam habent partem communem, vt puta ipſam g f: aut ſibi inuicem congruunt, & tunc Signa g h coincidunt cum e f Signis: aut Producto Latere e f, & poſita Linea k e æquali ipſi e f, Latus g h communem habet partem & cum Latere e f, vt ipſam e h, & cum Linea k e, vtpote ipſam g e:

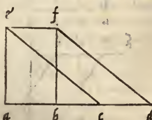
aut

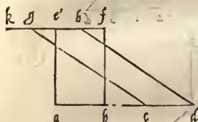
aut totũ Latus g h cadit ſuper tota Linea k e, tãgitqúe Latus e f in Signo e tantùm, & tunc Signa g h coincidunt cũ ipſis k e Signis: aut producta rurſus Linea k e, & poſita Linea l k æquali ipſi k e, Latus g h partẽ habet cõmunem & cũ Linea k e, ipſam ſcilicet k h, & cũ Linea l k, vt ipsã g k, & tunc Latus g h diſtat à Latere e f, ipſo h e interuallo.

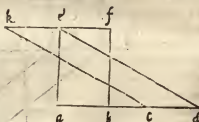


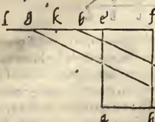



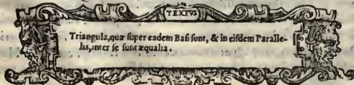




Si verò penitus à ſe ſe diſiunctæ fuerint, vt ipſæ a b, c d, Latera porrò e f, g h, quæ hiſce Baſibus è regione ſunt, aut & ipſa à ſe ſe diſtant interual-

teruallo f g: aut in vno duntaxat Signo se se tangunt, videlicet in Signo f, cum quo etiam g Signum tunc coincidit: aut quandam habent partem communem, vtputa ipsam g f: aut Latus g h cadit super Latere e f, coincidendo Signa g h cum e f Signis: aut producto Latere e f, & posita æquali k e Linea ipsi e f, Latus g h cõmuni fruitur parte tum quidem cum Latere e f, ipsa scilicet e h, tum verò cum Linea k e, nempe ipsa g e: aut Latus g h congruit Lateri k e, & Signa g h eadẽ sunt cum Signis k e, tangitq; Latus e f in Signo e duntaxat: aut producta adhuc Linea k e, & posita æquali Linea l k ipsi k e, Latus g h communem sortitur partem ipsam quidem k h cum Linea k e, ipsam verò g k cum Linea l k, tuncq́ue Latus g h à Latere e f interuallo h e distat. Si autem in vno tantùm Signo coniunctæ fuerint, quod reliquum est, Septem iterum modis Casus ipse varietatem suscipit. Veruntamen quoniam varietatem hanc apud Proclũ ipsum videre potes, in fine enim Diuisionis huius Casus cõmentarium deficit, ideo in ea non amplius immorandum arbitror. Talis quidem est Diuisio Casuum, quam aggressus est Proclus noster in pręsenti commentario, in quo non extat nisi Casus illius Diuisio, qui Bases æquales Parallelogrammorum in vno tantùm Signo coniunctas supponit: reliquorum autem duorum Casuũ diuisiones cum Demonstrationibus Theorematis in Singulis Casibus desiderantur, forsan cum quadam etiam pulchra consideratione, aut documento in fine cõmentarij, vt autoris mos est. multa enim pulcherrima ab ijs, qui ingenio valent ex hoc, præcedentiq́ue Theoremate colligi possunt, quæ ad vniuersam Geometriam maximè conducunt. Verumenimuero de Diuisione quidẽ hęc sufficiãt. Demõstrationes autẽ pręsentis Theorematis iuxta singulas Casuũ partes tũ quia faciles sunt, tũ breuitatis causa in pręsentia silentio inuoluam. aptior enim erit locus in commentarijs nostris diffusius, & singillatim eas examinare. Hęc erãt mihi dicenda lector beneuole de imperfectione huius cõmentarij, quod si aliquando integrum ad manus meas peruenerit vnà cum sequentis vndecimi cõmentarij principio, quod etiam in omnibus exemplaribus imperfectum est, te participem facere polliceor. Quę desit i 11. Procli cõmentario.

SEQVVNTVR PROCLI COMMENTARIA.




Triangula, quæ super eadem Basi sunt, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia. Prop. 37 Theo. 27.

Initiũ

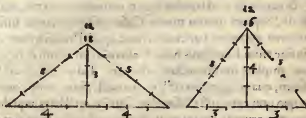
Initium huius Commentarii Desideratur.

* * *

Com. 11. * affirmant. æqualibus nanque illis existentibus, Spatia inæqualia: & inæqualibus, æqualia ostenduntur. Tale autẽ quid Chorographi perpessi sunt Vrbiũ magnitudines ex Ambitibus ratiocinantes. Olĩ verò quidam possessionum participes in diuisione eos, quivnà cũ ipsis diuidebãt deceperũt, quippe qui Ambitus excessu abusi sunt, pluraq; sumpserunt cùm peragrãtes eam suscepissent possessionẽ, quę à maiori Ambitu continebatur: Aream autem cùm in quædam Spatia, quę minori fruebantur ambitu immutassent, optimi existimati fuere.

Chorographorũ hallucinatio.

Idẽ in lib. tertio in com. 8.

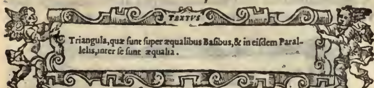



duobus enim æquicruribus Triãgulis propositis, quorum vnum quidem vtrunque æqualium Laterum habet quinque, Basim vero sex eorundem: alterum autem, vtrunque quidem æqualium Laterum quinque, Basim verò octo eorundem, verbi graria cubitorum, aut digitorum, magnopere horum rudem in electione decipiunt. nam hoc quidem Ambitum octodecim habet; illud verò sedecim earundem mensurarum. At Geometricus vir non ignorabit quòd Spatia æqualia sunt, quanuis Ambitus inæquales fuerint. vtrunq; siquidem duodecim est. si enim à vertice Perpendicularem duxeris, bifariam quidem Bases diuides, efficiesq́ue in altero quidem trium, in reliquo verò quatuor Basis dimidium: ipsam autem Perpendicularem è contrario, illic quidem quatuor, hîc verò trium. oportet siquidem quod à Quinario ei, quod à Perpendiculari, atq; ei, quod à Basis dimidio fit esse æquale. Verùm si hoc quidẽ trium fuerit, Perpendicularis quatuor: & si hoc quatuor, illa profectò trium erit. Cùm igitur Perpendiculari Basis dimidium multiplicaueris, † quod Trianguli Spatio est æquale habebis. hoc autem iuxta vtrunq; idem est siue Ternario Quaternarium, siue Quaternario ternarium multiplicaueris. Hæc quidem dicta sunt ad ostendendum quòd Spatiorum æqualitas non

† æquale Trianguli Spatiũ habebis.

omni-

omnino ex Ambiinibus accipienda est. ne admiremur si cũ Triangula, quæ super eadem Basi sunt, iuxta reliqua Latera intra easdem Parallelas in infinitum augeri possint, Spatiorum tamen æqualitas immutabilis manet. Illa autem Triangula in eisdem Parallelis dicenda sunt, quæcunque super altera Parallelarum Bases cùm habeant, in reliqua vertices figunt. & quorum Linea ad vertices connexa, vna recta Linea est, & Basibus Parallela super eadẽ recta Linea iacentibus. Quæ Triãgula i eisdẽ Parallelis esse dicantur.




Triangula, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia. Propõ. 38 Theo. 28.

PRæsens quoque Theorema locale quidem est, quippe quod Parallelogrammis proportione respondet, & Triangulorum sitũ super æqualibus Basibus supponit. Videtur autem mihi Euclides horum quatuor Theorematum, quorum duo quidem in Parallelogrammis ostensa sunt, duo verò in Triangulis: & alia quidem eadem existente Basi, alia verò Basibus ęqualibus existentibus, vnam Demonstrationem in sexto libro per primum Theorema tradere, latereqúe vulgus cum hoc facere: cùm enim hoc ostẽdat, Triangula, & Parallelogrãma, quæ sub eadem sunt Altitudine, eandem habere inter se rationem, quam habẽt Bases, nihil aliud quàm hæc omnia magis vniuersè ex ipsa Proportione demonstrat. eadem nanq; Altitudo nil aliud est nisi in eisdem esse Parallelis. nam Figuræ omnes, quę in eisdem sunt Parallelis, sub eadem Altitudine sunt, & contrà. Altitudo siquidem est Perpendicularis, quæ ab altera Parallela ad reliquam se extendit. Illic itaq; per Proportionem ostensum est quòd ita se se habent Triangula, & Parallelogramma, quę sub eadem sunt Altitudine, hoc est quæ in eisdem sita sunt Parallelis, vt Bases, & æqualibus existentibus Basibus, æqualia sunt Spatia: & dupla, duplis: & aliam rationem habentibus, eandem habebunt & Spatia inter se rationem. In præsentia verò quoniam non decebat Proportione vti eum, qui nondum de ipsa docuit, contentus est æqualitate sola, atq; identitate. ex æqualitate enim identitas Basium colligitur. In vno igitur illo quatuor hęc Theoremata comprehenduntur. non solùm quia vna Demonstratione ostendit quæcunq; in hisce quatuor continentur, verùm etiam quia † plus quid addit, identitatem vtiq; rationum, quanuis inæquales

Com. 12.

Quid sit Altitudo Figurarũ.

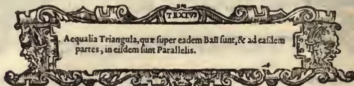
† aliud qd vel pfectũ qd.

i Bases

Cafus huius Theore.

Bafes fuerint. Hæc de his. Quòd autem hoc quoq; Theorema multos habet Cafus, quodq́ue fieri poteft vt Triangulorum Bafes aut eandem partem habentes fumantur, quemadmodum in Parallelogrammis: aut nulla quidem communi parte fruentes, iuxta verò Signum vnum fe fe contigentes: aut etiam omnino feparatæ ita vt inter ipfas Linea fit, manifeftum eft ijs etiam, qui paululum intelligere poffunt. & quòd iuxta omnes Cafus vtcunq; Bafes fitas habeant, aut Vertices, eadem via eft. Parallelas nempe Lateribus ducere, & facere vtrunq;, Triangulorumq́ue æqualitatem oftendere.

Propô. 39 Theo. 29.




Com. 13.

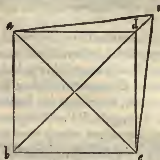
QVando quidem æqualitatã oftendere nobis propofitum erat, tunc quatuor numero Theoremata faciebamus, duo quidem in Parallelogrammis, duo verò in Triangulis fufcipientes, aut fuper eifdem, aut fuper æqualibus iacentibus Bafibus. Nunc autem conuertentes, quæ quidem in Parallelogrammis Conuerfa funt prætermifimus, quæ verò in Triangulis, memoria digna cenfuimus. Caufa verò, quoniã modus quidem Demõftrationis idem eft in illis etiam indifferenter, per Deductionem ad impoffibile, fimilemq́ue Conftructionem. cõtenti autem fumus cùm in fimplicioribus, Triangulis inquam, viam oftenderimus, relinquere ijs, qui magis curiofi funt, in cæteris quoque eadem ratiocinari. quandoquidem eandem in his etiam effe viam facile eft fimul agnofcere. nam cùm acceperimus æqualia Parallelogramma fuper eadem Bafi, aut etiam fuper æqualibus, dicemus quòd in eifdem quoque funt Parallelis. Si enim non funt, aut alterutrum eorũ intrà cadet productis ijs, quæ in altero funt Parallelis, aut extrà. vtcunque autem ceciderit, cùm acceperimus illud, & quæ in eo funt Parallelas, oftendemus quæ in Triangulis etiam oftenduntur. quòd vtique Totũ fuæ parti erit æquale. hoc verò fieri non poteft. Quòd autem iurè Elementorum inftitutor particulam illam addidit [ & ad eafdem partes ] manifeftum eft. nam fieri poteft vt fuper eadem Bafi æqualia Triangula fummantur, vnum quidem ad hafce partes, alterũ verò ad alias, attamen non omnino in eifdem hæc funt Parallelis. neque enim fub eadem Altitudine funt. Hanc igitur propterea adiecit

Caufa propter quam Conuerfæ 35. & 36. Propõnis tũ ab Euclide, tũ à Proclo p̃termiffæ funt.

Geometrica diligẽtia.

cit particulam. Cùm autem dupliciter Parallela ipsa duci posfit iuxta absurdam suppositionem, aut intrà, aut extrà, ipse quidem Euclides intrà eam duxit: nos verò extrà ducentes, eadem ostendemus. Sint enim a b c, d b c Triangula æqualia super vna Basi, ad easdemque partes, dico quòd in eisdē sunt Parallelis, & quę ad vertices ipsorum connexa est recta Linea, Basi est Parallela. Connectatur a d recta Linea. Si autē hęc Parallela non est, sit quę extra hanc iacet, ipsa nempe a e, & producatur ipsa b d vsque ad e Signum, & connectatur ipsa e c. Aequale ē igitur Triāgulū a b c Triangulo e b c. Verùm Triangulum a b c ęquale est Triangulo d b c. Triangulum ergo e b c Triangulo d b c est æquale, parti Totum. At hoc fieri non potest. non igitur extra ipsam a d, Parallela cadet. Ostensum est autem quòd neque intra, apud Elementorum institutorem. Ipsa ergo a d ipsi b c Parallela est. In eisdem igitur sunt Parallelis æqualia Triangula, quæque ad easdem partes, & super eadem Basi sunt. Demonstrata est itaque reliqua etiam Deductionis ad impossibile pars. Adnotatu autem dignum est quòd Triplex cùm sit Theorematum Conuersio (aut enim totum ad totū conuertitur, quemadmodum octauumdecimum, & nonumdecimum diximus: aut totum ad partem, vt sextum, & quintum: aut pars ad partē, vt octauū, & quartū. non enim totū in altero Datū, Quęsitū in altero est: nec Quęsitū, Datū, sed pars) videntur talia esse hęc quoque Theoremata in Triangulis. erat siquidem Quæsitum in præcedentibus, Triangula ęqualia esse, hoc autem non solum in his Datum est, quippe cùm partem insuper sumpserit eius, quæ in illis erat suppositionis. hoc enim, super eadem esse Basi, vel super æqualibus, cum in his, tum in illis datum est, præterquam quòd in hisce suppositionibus quoddam adiecit, quod quidem nec Quæsitum, nec Datum in illis erat. particula enim illa [ ad easdem partes ] extrinsecus insuper fuit assumpta.

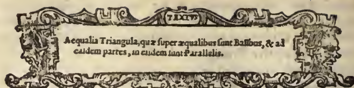
Reliquus absurdæ suppositionis Casus.




Notandū.

Triplex Cōuersionū differētia.

Propó. 40 Theo. 30.




Com. 14.

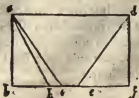
Est & modus Conuerſionis idem in hoc, & Demonſtratio ſimilis, & quę ab Elemẽtorum inſtitutore Deductionis ad impoſsibile prætermiſſa eſt pars eodem modo demonſtratur, & nõ eſt opus eadẽ repetere. Cùm autem tria hæc ſint in dictis Propoſitionibus, ſuper æqualibus, vel eiſdem eſſe Baſibus: in eiſdem Parallelis: & æqualia eſſe Triangula, & Parallelogramma, manifeſtum eſt quòd duo ſemper contexentes, vnum verò relinquentes, variè conuertimus. aut enim Baſes eaſdem, vel æquales ſupponemus, in eiſdemque Parallelis Triangula, & Parallelogramma, & faciemus quatuor Theoremata: aut æqualia ipſa ſuſcipiemus, & Baſes eaſdem, vel æquales, & faciemus alia quatuor, quorum duo quidem omiſit Elementorum inſtitutor, ea nempe quæ ſunt in Parallelogrammis, reliqua verò duo oſtendit, ea porrò quæ in Triangulis ſunt: aut & cùm æqualia ſumpſerimus, & in eiſdem Parallelis, reliquum oſtendemus, quòd vtraque vel ſuper eiſdem ſunt, vel ſuper æqualibus Baſibus, & faciemus alia quatuor, quæ ſanè omnino etiam dimiſit Elementorum inſtitutor. in hiſce nanque eadem eſt Demonſtratio, niſi quòd duo ex his quatuor per ſe vera non ſunt. non enim æqualia Parallelogramma, vel Triangula, & quę in eiſdẽ ſunt Parallelis, neceſſariò ſuper eadẽ Baſi ſunt. ſed totum hoc, in hiſce ſuppoſitionibus verum eſt, quòd ſuper eiſdem ſunt Baſibus, vel ſuper æqualibus. alterum autem non omnino ſumptas ſuppoſitiones conſequitur. Quapropter cùm decem ſint omnia hæc Theoremata, Sex quidẽ Geometra perſcripſit, quatuor verò prætermiſit, ne rurſus eadem ratione fruſtra laboret, cùm eadem ſit Demonſtratio. oſtendatur enim in Triangulis quòd ſi æqualia fuerint, in eiſdemque Parallelis, aut ſuper eiſdem, aut ſuper ęqualibus Baſibus erunt. nõ ſint enim, ſed ſi fieri poteſt ſint a b c, d e f Triãgula, quæ hoc modo ſeſe habeant in Baſibus inæqualibus, ipſis ſcilicet b c, e f, &

Tres passiones, et quib⁹ decẽ fiũt Localia Theo.

Causã vi- deri supe- stori 20.

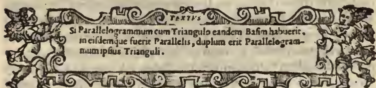
Quã Feau sa reliqua quatuor o misit Eu clides Theoremata.

Demõstra tio reliquorũ duorũ




ſit

ſit maior ipſa b c, & abſcindatur b h, quæ ſit æqualis ipſi e f, connectaturq́ue ipſa a h. Quoniam itaq; Triangula a b h, d e f ſuper ęqualibus ſunt Baſibus ipſis b h, e f, ineiſdemque Parallelis, ęqualia vtiq; ſunt. At ipſa quoque a b c, d e f Triangula ſuppoſita ſunt æqualia. Triangula ergo a b c, ab h æqualia erunt, quod fieri non poteſt. Non ſunt igitur inæquales ipſorum a b c, d e f Triangulorum Baſes. Idem autē demonſtrandi modus in Parallelogrāmis etiam erit. Cùm itaq; & via oſtenſionis eadem ſit, & id, quod fieri non poteſt, idē, quòd ſcilicet totū ſuę parti eſt ęquale, non īmeritò ab Elementorū inſtitutorē prætermiſſum fuit. Dictum eſt itaque quòd decem neceſſariò ſunt Theoremata, & quæ ſint ea, quę prętermiſſa ſunt, quæq́ue ſit horum reticentiæ cauſa. Verùm tranſeamus ad ea, quæ poſt hæc conſequuntur. Epilogus.




Propō.41 Theo.31.

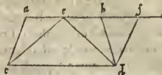
EſT quidem præſens quoq; Theorema locale, miſcet autem Triangulorum, & Parallelogrammorum conſtitutiones ſub eadem Altitudine iacentium. Quemadmodum igitur Parallelogramma ſeorſum perſpeximus, itemq́ue Triangula, ita cùm ſimul etiam vtraque ſumpſerimus idem cum illis perpeſſa, quam habeāt inter ſe rationem contemplabimur. In illis igitur æqualitatis apparet ratio, omnia ſiquidem inter ſe ſunt æqualia quę ſuper eiſdem ſunt Baſibus ſiue Triangula, ſiue Parallelogramma, in eiſdemq́ue Parallelis. in his verò prima inæqualium rationum ipſa nempe dupla oſtenditur. Parallogrammum enim Trianguli duplum eſſe demonſtrat eadem Baſi, eademq́ue Altitudine exiſtente. At Elementorum quidem inſtitutor cùm Trianguli Verticem extra Parallelogrāmum ſuppoſuerit, Propoſitum oſtendit. Nos autem cùm in altero Parallelogrammi Latere, quod communi ipſorum Baſi Parallelum eſt, eum ſumpſerimus, idē demonſtrabimus. duo ſiquidē ſunt hi Theorematis Caſus. Quandoquidem eadem ambobus exiſtente Baſi, aut intra Parallelogrāmum Verticē habere Triangulum neceſſe eſt, aut extra. Sit igitur Parallelogrāmū a b c d, & e c d Triangulum, & ponatur Signum e inter a, & b Signa, connectaturq́ue a d recta Linea. Quoniam itaq;

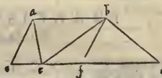
Com. 15.

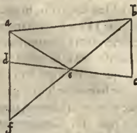
Caſus huius Theorematis.

Paral-

existentibus, quæ etiam ipsa coniungunt, Parallela erunt. Si igitur Triangulum maius Latus Basem habuerit, minus quàm duplũ Trianguli Quadrilaterum erit: Si verò minus, maius. Sit enim a b c d Quadrilaterum, sitq́ue minus Latus a b Latere c d, & producatur Latus a b in infinitũ, & Triangulũ e c d eandem habeat Basim cum Quadrilatero, ipsam nempe c d, ducaturq́ue per d Signum ipsi a c Parallela, quę sit d f. Duplum est igitur Trianguli e c d ipsum a c d f Parallelogrammum. Quare a b c d Quadrilaterũ minus quàm duplum est. Rursus habeat Triangulum Basim a b, ducaturq́ue ipsi a c Parallela b f. Parallelogrãmum igitur a b f c duplum est Trianguli. Quapropter Quadrilaterum a b c d maius quàm duplũ est. His itaq; ostensis dicimus quòd Quadrilatero existente, cuius duo tantũ Latera ex opposito iacẽtia sunt Parallela, si quidem ab altero Parallelorum Laterum bifariam dissecto ad reliquum rectæ lineæ ductæ fuerint, eius, quod fit Trianguli aut maius quàm duplum Quadrilaterum est, aut minus. Si verò ab altero eorum Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto, ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum omnino Quadrilaterum est. Hoc ergo ostendatur. Sit porrò Quadrilaterum a b c d, sitq́ue in ipso Latus a d Lateri c b Parallelum, & secetur bifariam Latus d c ad e Signum, & cõnectantur a e, e b rectæ Lineæ, & producatur ipsa b e, coincidatq́ue cum Latere a d ad Signum f. Quoniam itaq; Anguli, qui sunt ad e Signum æquales sunt, ad Verticem enim iacent, necnon Angulus f d e Angulo b c e est æqualis, Latus etiã f e Lateri e b erit ęquale, & Triangulum d e f Triangulo b c e ęquale,




Per 33. Propõné. Pulcherrima Trianguli cum Trapezio sup eadẽ Basi, & in eisdẽ Parallelis cõparatio. nota q aũt ꝯ cadit etiã īter Parallelogrammũ, & Trapeziũ sup eadẽ Basi, & ieisdem Parallelis cõparatio d' qua dicẽdũ in Cõmentariis nſis. oia aũt hęc vera sũt & ĩ Basibus ęqualib⁹, horũq; cõuersa, si cõueniẽtib⁹ modis fiant.

Comparatio Trianguli cum Trapezio sup eadẽ basi nõ in eisdẽ Parallelis, sed cũ quadã alia cõditiõe. & hoc est qđ Proclus obiter ostẽdit.

Com-

Commune apponatur Triangulum a d e. Totum igitur a e f Triangulum duobus a d e, b c e Triangulis est ęquale. Verùm Triangulū a e f æquale est a e b Triangulo. nam super æqualibus sunt Basibus, ipsis nempe b e, e f, in eisdemque Parallelis, * si reliqua ducta fuerit. Triangulum igitur a e b æquale est Triangulis a d e, b c e, & Quadrilaterum a b c d duplum Trianguli a e b, quod erat ostendendū. Eodem sanè modo ostendemus, quòd si etiam à Latere a b bifariam dissecto ad Latus c d quædā rectæ Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Si ergo ab altero Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto ad reliquum rectæ quædam Lineę ducantur, eius, quòd fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Hæc quidem exercitationis gratia sint demonstrata. Ad ea verò, quæ sequuntur eundum nobis est.

* hic ad finē vsq; omnia fortasse Procli nō sūt, sed ab aliquo addita.

## FRANCISCI BAROCII
### Scholia ad Lectorem.

Scholium primum.



HOC rursus in loco Lector beneuole silentio prętereundum nō est, quòd in omnibus ferè, quę hucusq; vidimus exemplaribus maximā hìc imperfectionem inuenimus. nam præsens quidem quintusdecimus Cōmentarius finem versus mutilatus est, totus verò sextusdecimus quadragesimæ secundæ Propositionis cōmentarius, vna cū principio septimidecimi desideratur, præter quàm quòd legimus in vno solo exemplari quædam verba, quæ videntur quintūdecimum commentarium reddere integrum, & incipiunt ibi [ si reliqua ducta fuerit ] vsq; ad finem cōmentarij, vt videre potes in Exemplari græco Basileæ impresso, in quo verba illa non leguntur, quippe quæ ( vt arbitror) Procli germana non sunt, sed ab aliquo addita videntur ad perficiendam Demonstrationem, quam autor inceperat. Vnde sanè ea cuiusmodi se se nobis græcè obtulerunt, eiusmodi latinè reddidimus, quoniam re quidem vera Demōstrationem absoluunt, proptereaque habendæ sunt ei gratiæ, qui hæc addidit, quærere tamen huiusce cōmentarij finem, qui cōstet ex proprijs Procli verbis, desistendum non est. Longiorem siquidem eo, qui nunc extat sermonem Proclum in hoc habuisse commentario censeo, primò quidem eò quòd quū superius tum in octauo Commentario, quod est vltimum secundæ primi Elementorum partis, tum in nono, quod inter Com-

Prima ratio.

mentarios partis tertię primas tenet, nec secūdę parti tertiā cōnexerit, neq; tertię propositū discusserit, quẽadmodū fecit in principio quarti libri, vbi porrò cū in fine tertij primā partē epilogo terminauerit, ante q̄ ad vigesimęseptimę Propositionis expositionē accederet, quę secūdæ partis principio fruitur, integrū interposuit Capitulū, in quo secūdā primę annexā ostēdit, quę'q; in ea pertractāda erāt ab Elemētorū institutore declarauit, hęc plane hoc in loco faciēda erāt, quippe cū in hoc potissimùm Theoremate tertiæ partis Propositum appareat. At nemo est, qui non videat, quòd in fine quartidecimi Cōmentarij nullum secundæ partis fecit epilogum, sed nullo intercedente medio ad trigesimęquintę Propositionis interpretationem se contulit: quod'q; in principio quintidecimi nec hasce duas partes inuicē colligauit, neq; mentionem vllam fecit eorum, quæ ab Euclide in tertia tractantur. quod non ab re factum existimo. cùm enim haud sine causa Proclus noster in quatuor duntaxat libros sua in primum Elementorum Librum Cōmentaria diuidere voluerit, non potuit inter quartūdecimū, & quintumdecimum Cōmentarium hæc facere, ne Cōmentariorum peruerteret ordinem, & quodāmodo cuiusdam quinti Libri initium faceret. Quamobrem reliquum est vt in fine quintidecimi breuiter tum istarum partium continuationem, tum vltimæ propositum tetigerit, neq; à Cōmentariorum serie diuertendo, nec quadripertitam librorum distributionem labefactando. Hac ergo prima quidem ratione perspicuum nobis est quòd præsens, de quo loquimur Cōmentarius prolixiorem ea, quæ in ipso reperitur orationem continuerit. Secundò verò, quoniam digressionem in materia pulcherrima, difficiliquè aggressus est, quippe quæ pluribus indiget verbis ad omnes ipsius materiæ partes explicandas. quum enim Euclides hucusq; Parallelogrāmum Parallelogrāmo, & Triangulum Triangulo, & Parallelogrāmum Triāgulo super eadem, aut super ęqualibus Basibus, in eisdemquè Parallelis comparauerit, itidem Proclus noster, qui passim in Cōmentarijs suis vtilitati studentium consuluit, hîc quoque exercitationis nostræ causa Trapezium Triangulo, & Parallelogrāmo, itemquè alteri Trapezio super eadem, aut super æqualibus Basibus, in eisdemquè Parallelis comparare sibi proposuit. Trapeziū inquam illud, quod propriè Trapeziū à Posidonio, & à Proclo vocatur, quippe quod duo tantùm habet Latera Parallela. nam Trapezoidea, quæ etiam Trapezia Euclides cōmuni nomine nuncupauit nullam habēt Parallelarum causa passionem, nec in eisdem esse possunt Parallelis, cùm Latera Parallela non habeant. nec est valida ra-

Secūda ratio.

Qd docet Proclus in sua digressione.

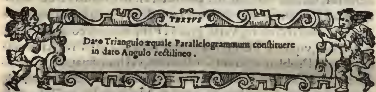
Responsio ad tacitã obiectionem.

tio hæc in Triangulis, quoniam alio quidem modo Figuræ quadrilateræ simul, & quadrangulæ, alio vero trilateræ in eisdem dicuntur esse Parallelis. Quare Proclus ipse prius quàm Trapezij cum Triangulo, vel Parallelogrãmo, vel alio Trapezio comparationem efficeret, declarauit de quo Trapezio sit ei sermo, nempe de eo, quod proprio nomine Trapeziũ appellatur, postea incepit comparare Trapezium Triangulo super eadem Basi, & in eisdem Parallelis, qua comparatione facta, antequam eadem super æqualibus Basibus, in eisdemque Parallelis inuicem compararet, voluit obiter Trapezium Triangulo super eadem Basi, & non in eisdem Parallelis, sed cũ alia conditione: necnon super æqualibus Basibus, non in eisdem Parallelis, sed cum quadam alia conditione comparare. At finem versus comparationis, quæ super eadem Basi non in eisdem Parallelis cum conditione bipertitę Lateris, quod est Basi oppositum sectionis fit, cõmentarius deliquium patitur, deestque primùm quidem comparatio Trapezij ad Triangulum super æqualibus Basibus, non in eisdem Parallelis, sed cum hac conditione quòd Triangulum solum in duabus sit Parallelis, quarum vna cadat super communi eorum Base, altera secet Trapezij Latus, quod est Basi eius oppositũ in duas partes æquales: secundò verò Trapezij ad Triangulum super æqualibus Basibus, in eisdemque Parallelis comparatio: tertiò autem, Comparatio Trapezij cum Parallelogrammo super eadem, vel super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis: quarto denique, eadem Trapezij cũ Trapezio comparatio: quintò demum, & vltimò præter quandam sui moris pulchrã in fine cõmentarij considerationẽ, aut documentũ, deest procul dubio secundæ, atque tertiæ primi Elementorũ libri partitũ continuatio, necnon eorum, quæ in tertia ab Elementorum institutore pertractantur breuis commemoratio. Hæc sunt ea, quæ in presenti cõmentario iudicio meo desiderantur, ibi [ in eisdemque Parallelis ] quamuis aliquis Procli studiosus manũ iniecerit, postremã que earũ, quę nunc extant in eo Demõnem perfecerit, ac demũ ita cõmentariũ epilogo concluserit, vt integrũ videatur. Veruntamen possibile etiam est quod cuncta quidem hæc, quæ addita videntur Procli legitima, synceraque sint, deliquium verò cõmentarij incipiat post illa verba [ Trianguli duplum Quadrilaterum est ] quodque verba illa [ Hæc quidem &c. ] quę postremũ sortita sunt locum, sint totius cõmentarij epilogus. Aut fortasse etiam fieri potest vt defectus in duobus sit locis, primùm ibi [ Quadrilaterũ est ] deinde ibi [ sint demonstrata ] ita vt verba illa [ Hæc quidem &c. ] sint epilogus digressionis, illa autem

Quæ desint in digressione, & in fine cõmentarii.

[ ad ea

[ ad ea verò &c. ] sint pars epilogi eorum, quæ post digressionem dixisset, ac deniq; totius cõmentarij. Aut inconueniens quoque non est quòd omnia illa verba, quæ incipiunt ibi [ Hæc quidem ] vsque ad illa [ eundum nobis est ] sint totius digressionis epilogus, secunda'q; imperfectio sic se habeat [ eundum nobis est hoc prius obiter adnotato, quòd ex præsenti potissimùm Propositione apparet tertiæ primi Elementorũ partis Propositum, cõmunis nempe Triãgulorum, Parallelogrãmorumq; contemplatio ] & similia. Verumenimuero vtcunque se habeat studiosis iudicandum relinquo, quos equidem hortari non cessabo vt mecum quærere non desistant quousq; omnes Procli commentarij perfecti, integriq; reperiantur, ne tanta, quæ in eis est doctrina pereat. Hæc quidem amice Lector à me dicenda censui partim vt ea tibi verba ostenderem, quę in quodam exemplari græco ad huius cõmentarij finem adiecta mihi videntur, ne si aliquando integrum, vel aliter se habere commentarium reperias, ea me addidisse existimes: partim etiam vt quæ in ipso desiderantur paucis recenserem, de quibus alibi nobis erit accuratius pertractandum. At de his hæc sufficiant.




Dato Triangulo æquale Parallelogrammum constituere in dato Angulo rectilineo. Propõ. 42 Prob. 11

COmmentarius Procli in hanc Propositionem, qui esset in ordine sextusdecimus desideratur in omnibus, quæ legimus exemplaribus, Scholium secũdum. essetq; nostrum eam commentario illustrare, vt Euclidis ordo, atq; doctrina quemadmodum in cæteris alijs Propositionibus, ita etiam in hac elucesceret. Sed quoniam propositum in præsentia nobis est Proclum solũ absq; alijs expositionibus emittere, satius erit huiusce Problematis interpretationem aliàs vnà cum reliquis in Proclum nostris expositionibus edere. Nunc verò satis sit adnotasse quòd deest Procli tõtus sextusdecimus cõmentarius, vt vnusquisq; discendi cupidus, eum inuestigare conetur. atq; hæc de his. Altius autem rursus exordium sumendo perscrutemur defectum sequentis septimidecimi commentarij, cuius initio caremus. Videamus igitur quæ in eo Quę contineãtur 17. cõmẽtario. reperiantur, vt de ijs etiam, quæ desiderantur sententiam afferre possimus. Quũ itaque tres quidem sint huiusce trigesimisecundi Theore- Quę reperiantur in 17. cõmẽtario.

 matis

matis Casus nec plures, neque pauciores, Euclides autē breuitatis gratia vnum ex facilioribus sumpserit, in quo Theorema demonstrauit, lucidissimus Proclus, qui vbique summa cura, & diligētia vtilitati nostrę studuit, hoc etiam in loco reliquos duos Constructionis Casus dilucidare, Theorematisq́ue veritatem in ijs demonstrare cœpit, quibus Demonstrationibus absolutis, cū pulcherrimo documento, vt eius mos est, Cōmentario finem dedit. & hæc quidem sunt, quæ in commentario reperiuntur. Quoniā autem ab expositione Casuum commentarios suos auspicari minimè consueuit, & quoniā desunt quædā verba ad sententiā, orationemq́ue perficiendam, iudicandū est quòd non paucis initium versus cōmentarius caret. At verba quidem, quę desunt ad complendum sermonem, huiuscemodi forsan essent [ Verùm Elementorum institutor Parallelogrāma, quę circa Dimetientē consistunt inuicem coniuncta suscepit, si quis autē insurgat dicēs quòd fieri potest vt Parallelogrāma inuicem non coniungantur iuxta vnū Signum, quodq́ue porrò Cōplementa non sunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Casum idem accidens perspicere &c. ] Ea verò, quæ ante Casuum expositionem in cōmentarij principio desiderantur, fortasse varia essent. consueuit enim Proclus vbique antequam ad Casuum interpretationem accederet, varia in principijs cōmentariorum recensere, verbi gratia, Propositionis continuationē, & speciem, vtputa si Theorema sit, an Problema, etsi Problema quidem, quale Problema, vtrùm Ordinatum, vel Inordinatum, vel Mediū: vtrùm Determinatum, an Indeterminatū: vtrùm Abundans, an Diminutum: & si Abundans, vtrum Maius, an Impossibile: & si Diminutum, vtrū Sectionem, vel Positionem, vel Constitutionem, vel Applicationem, vel aliquid aliud id genus facere iubeat. Si verò Theorema, cuiusmodi Theorema, vtrū Elementum, vel Elementare, vel horum neutrum: & si Elementū, vtrùm Simplex, an Compositū: & si Compositum, vtrùm Complexum, an Incomplexum: & si Complexū, vtrùm Vniuersale, an Particulare: & si Vniuersale, vtrū Præcedens, an Conuersum: & si Pręcedens, vtrùm Locale, an secus: & si Locale, vtrùm in Lineis Locale, an in Superficiebus: & si in Lineis, vtrùm in Lineis planis, an in solidis: & si in Planis vtrū in simplicibus, an in mistis: & si in simplicibus, vtrum in rectis, an in circularibus: & si in circularibus, vtrū in Circunferentijs, vel Semicircunferentijs, vel Semicircunferentia maioribus, aut minoribus: & si in mistis, vtrum in Helicibus, an in Cissoidibus: vel alijs huiusmodi: Quòd si in solidis, vtrū in sphęricis, vel in conicis, vel cylindricis, vel spi

Quę desint i 17. Cōmentario.

ſpiricis, vel alius cuiuſdam ſpeciei: & ſi in Sphæricis, vtputa in Helicibus, vtrùm ſphærarum æqualium, vel inæqualium. & ſi in conicis, vtrùm in Hyperbolis, vel Parabolis, vel Ellipſibus, vel Helicibus: & ſi in cylindricis, vtrùm in Ellipſibus, vel Helicibus: & ſi in ſpiricis, vtrum in ijs, quæ fiunt à ſectione Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ, quę etiam variæ ſunt. ſimiliterquè ſi eſt Locale in Superficiebus, vtrùm in planis, an in ſolidis: & ſi in planis quidē, vtrùm in circularibus, ſemicircularibus, maioribus Segmentis, vel minoribus, trilateris, quadrilateris, gradatimquè multilateris: & ſi in trilateris, vtrùm in æquiliteris, vel æquicruribus, vel ſcalenis: & ſi in æquicruribus, ſiue ſcalenis, vtrùm in rectāgulis, obtuſangulis, vel acutangulis: & ſi in quadrilateris, vtrùm in parallelogrammis, an ſecus: & ſi in parallelogrammis, vtrùm in quadrangulis, parte altera longioribus, rhombis, vel rhomboidibus: & ſi in non parallelogrammis, vtrùm in trapezijs, an trapezoideis: & ſi in trapezijs, vtrùm in æquicruribus, an in ſcalenis: & ſi in multilateris, vtrùm in quinquangulis quinque Laterum, vel ſexangulis ſex Laterum, deincepſquè in infinitum: & ſi in quibuslibet iſtarum, vtrùm in æquilateris, & ęquiangulis, vel in æquilateris, ſed non æquiangulis, vel in æquiangulis, ſed non æquilateris, vel in non æquilateris, & non æquiangulis. Si verò locale in Superficiebus ſolidis fuerit, vtrùm in ſphæricis, ſpiricis, conicis, vel cylindricis, vel cuiuſdam alius ſpeciei: & ſi in ſphęricis quidem, vtrùm in ſemiſphæricis, vel ſemiſphęrica maioribus, aut minoribus: ſi autem in ſpiricis, vtrùm in ſpiricis Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ: ſi verò in conicis, vtrùm coni rectanguli, obtuſanguli, vel acutanguli: & ſi in aliquibus iſtarum, vtrùm in conicis Coni æquicruris, vel ſcaleni: ſi demū in cylindricis, vtrùm in ijs, quę fiunt à circūuolutione Lateris Quadranguli, vel Partealteralongioris: & ſi in qualibet iſtarum, vtrùm Cylindri æquicruris, vel Scaleni. Poſthęc conſueuit Proclus conſequenter Expoſitionem Theorematis aggredi, & declarare quæ ſit eius Suppoſitio, quodquè Conſequens: necnon quod ſit eius Conuerſum, quiſquè Conuerſionis modus, vtrùm iuxta Præcipuam Conuerſionem, an iuxta eam, quæ non Præcipua vocatur: & vtrùm totum ad totum conuertat, vel totum ad partem, vel partem ad partem: quot prætterea Propoſitio conditiones iuxta Geometricam diligentiam habeat: quis fuerit eius inuentor: vtrùm ſit aliqua contra eam inſtantia, & quomodo ſit ei occurendum: ac demum quæ ſit eius Conſtructio, & quot modis ab alijs Mathematicis Conſtruatur, atq; demonſtretur, vtrùm per Demonſtra-

monſtrationem directam, an per Deductionem ad impoſsibile: & vtrùm in vnico Caſu, vel in duobus, vel in pluribus veritatem nacta ſit: & ex quibus medijs demonſtretur, vtrùm ex primis principijs, an ex alijs Theorematibus: poſtremoqúe cum aliqua pulchra cõſideratione, aut documento, aut digreſsione cõmentarijs ſuis finem imponere, vt in præſenti fecisse videtur. Hæc candidiſsime Lector erant mihi recenſenda, vt quæ in Procli cõmentarijs deſiderantur tibi præ oculis ponerem, de quibus ea, qua potero cura, ac diligentia quærere, atque inueſtigare non ceſſabo quouſque reperiantur, vt totum hoc volumen integrum, in eademqúe perfectione, qua Autor illud perſcripſit reſtituam, & renatę Fœnicis inſtar reuiuiſcere faciam, atqꝫ ijs omnibus, qui Mathematici euadere cupiunt nouum hoc Mercurij, Mineruæqúe iandiu deſideratum munus impertiar. Quòd ſi ante mearum expoſitionum emiſsionem hoſce defectus inuenire non potuero, meis additamentis ea, quę mutilata ſunt perficere pro viribus enitar. De his autem hactenus.

Sequuntur Procli Commentaria.

TEXTUS

Propó. 43 Theo. 32. Complementa Parallelogrammorum circa Dimetientem cuiuſcunque Parallelogrammi cõſiſtentium, inter ſe ſunt æqualia.

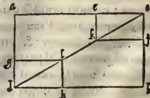
Principium huius commentarii deſideratur.

* * * *

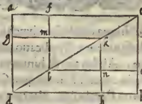
Com. 17. * vt Parallelogramma inuicem non coniungantur iuxta vnum Signum, quodqúe porrò Complementa nõ ſunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Caſum idem accidens perſpicere. Sit

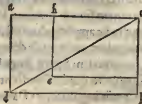
Reliq duo hu9 The. Caſus.

enim Parallelogrãmum a b, quod habeat Parallelogramma c k, d l circa eandem Dimetientem, ſit autem inter ipſa quædam k l recta Linea, quæ ſit Dimetientis pars. Rurſus itaque eadem dices, nempe Triangulum a c d æquale Triangulo b c d, & Triangulum e c k, Triangulo k c f, necnon d g l Triangulum d h l Triangulo. Reliqua igitur a g l k e quinque Laterum Figura,



Figura, reliquę b f k l h quinq; Laterũ Figuræ æqualis eſt. Hæc autẽ erant complementa. Si verò neq; coniungerentur Parallelogrãma iuxta Signum, neq; diſtarent ab ſe inuicẽ, ſed inuicem interſecarent, eadem hoc quoque modo Demonſtratio erit. Sit enim Parallelogrãmũ a b, & Dimetiens c d, & Parallelogrãma circa ipſam, vnum quidẽ ipſum e c f l, alterũ verò, à quo etiã hoc ſecetur, ipſum d g k h. Dico quòd ipſa f g, e h Cõplementa ęqualia ſunt. Cùm enim totũ d g k Triãgulũ toti d h k Triãgulo æquale ſit, eſt autẽ pars quoq; ipſius Triãgulum k l m ęquale Triãgulo k l n, Parallelogrãmũ ſiquidẽ eſt & ipſum l k. Reliquũ igitur d l n h Trapeziũ reliquo d l m g Trapezio eſt æquale. Verùm a d c Triangulum æquale eſt b c d Triangulo, & Triangulum f c l Triangulo e c l in e f Parallelogrammo, & d g m l Trapeziũ d h n l Trapezio. Reliquum ergo g f Quadrilaterum reliquo e h Quadrilatero inæquale non eſt. Oſtenſum eſt igitur Theorema iuxta omnes Caſus. Sunt autem tres tantùm, nec plures, neq; pauciores. Parallelogrãma enim, quæ circa eandem conſiſtunt Dimetientem aut ſecabunt ſeſe, aut iuxta Signum ſeſe tangent, aut quadam à ſeſe Dimetientis parte diſtabunt. At nomen ipſum Complementorum à re ipſa Elementorum inſtitutor accepit, quatenùs hęc quoq; præter duo Parallelogrãma totum complent. Quapropter ipſum per ſe ipſum memoria dignum in Definitionibus exiſtimatũ nõ fuit. varietate ſiquidem ei opus erat ad ſui declarationem, vt cognoſceremus quid eſſet Parallelogrãmum, quęque eſſent ea Parallelogrãma, quæ toti Parallelogrãmo circa Dimetientem ſunt. his enim declaratis Complementum etiam hoc tantùm modo cognitum vtique fieret. Illa autẽ Parallelogrãma circa eãdem Dimetientẽ ſunt, quęcunq; partẽ totius Dimetientis pro ſua etiã Dimetiente habent: quęcunq; verò nõ, minimè. cùm enim totius Parallelogrãmi Dimetiẽs aliquod ex Lateribus interni Parallelogrãmi ſecat, tunc Parallelogrãmũ hoc toti Parallelogrãmo circa eãdẽ Dimetiẽtẽ nõ eſt. Exẽpli gratia vt in a b Parallelogrãmo c d Dimetiens ſecat e h Latus ipſius c e Parallelogrãmi. Parallelogrãmũ ergo e c Parallelogrãmo c d circa eãdẽ Dimetiẽtẽ nõ eſt.




Cur tres ſoli ſit huius Theo. Caſus.

Documẽtum. Vnde ortũ ſit hoc nomẽ Cõplemẽta.

Cur in Definitionib. cõplemẽta Euclides nõ definierit.

Quæ Parallelogrã ma dicantur eſſe circa eãdẽ Dimetientẽ.

Ad

Propō. 44. Prob. 11. in dato Angulo rectilineo.

TEXTVS

Ad datam rectam Lineam dato Triangulo æquale Parallelogrammum applicare, in Angulo, qui sit æqualis dato Angulo rectilineo.

Com. 18.

Noia hec παραβολῆ, ὑπερβολῆ, ἔλλειψις qd significent apud Antiquos, quidque apud iuniores. circa hoc vide et Geminū i 6. lib. Geometricarū enarrationū, et Eutocium i primum conicorū Apollonii. In propōnibus 28. & 29. Quō Applicatio fiat.

ANtiqua quidē sunt hæc aiunt Eudemi familiares, Pythagoricæq; Musę inuenta, Applicatio vtiq; Spatiorum, & Excessus, atq; Defectus. Ab his aūt & Iuniores cùm nomina suscepissent, transtulerunt ipsa in eas etiā Lineas, quæ Conicæ appellātur, quippe qui vnā quidē harum Parabolen, alteram autem Hyperbolen, Tertiam verò Ellipsim vocarunt. cùm illi quidem priscæ autoritatis, diuiniq́ue viri in plana Spatiorum ad terminatam rectam Lineam descriptione quæ à hisce indicantur nominibus perspicerent. quum enim proposita recta Linea datum Spatium toti rectę Lineæ coaptaueris, tunc Spatium illud applicari dicunt: quum verò Spatij Longitudinem ipsa recta Linea maiorem feceris, tunc excedere: quum autem minorem, ita vt Spatio descripto aliqua extrà sit rectæ Lineæ pars, tunc deficere. & hoc modo Euclides in sexto Libro tum Excessus, tum Defectus mentionem facit. in præsentia verò Applicatione indiguit, dato Triangulo ad datam rectam Lineam æquale Parallelogrammum applicare volens. vt non solùm Parallelogrammi dato Triangulo æqualis constitutionem habeamus, verùm etiam ad determinatam rectam Lineam applicationem. Exempli gratia Triangulo dato, quod Aream duodecim pedum habeat: recta autem Linea proposita, cuius Longitudo quatuor pedum sit, ęquale Triangulo Parallelogrammum ad rectam Lineam applicamus, si cùm acceperimus totam quatuor pedum Longitudinem, inueniamus quot pedum Latitudinem esse oprtet, vt Triangulo Parallelogrammum fiat æquale. Cùm itaq; fortasse trium pedum Latitudinem inuenerimus, & Longitudinem cum Latitudine multiplicauerimus, hoc inquam facientes proposito Angulo recto existente, Spatium illud habebimus. Tale quidem est verbum hoc [ Applicare ] olim à Pythagoreis traditum.

Tria sunt Data i hoc Proble.

Tria autem sunt in præsenti Problemate Data, vnum, recta Linea, ad quam sic applicandum est, vt tota ipsius Spatij Latus fiat: alterum, Triangulum, cui æquale debet esse quod applicatur: tertium, Angulus, cui æqualem Spatij Angulum esse oportet: Et est rursus perspi-

Documentum.

cuū, q; recto quidem existente Angulo, Spatium, quod applicatur, aut Quadrangulum, aut Partealteralongius erit: acuto verò, siue ob-

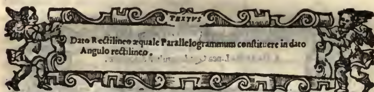
tuso, aut Rhombus, aut Rhomboides. Quinetiam manifestum est, quòd rectam Lineam finitam esse oportet. ad infinitam siquidem hoc fieri non potest. Simul igitur cùm dixisset ad datam rectam Lineam applicare, indicauit quòd etiam necessarium est rectā Lineam finitam esse. Vtitur autem in Constructionē præsentis Problematis Constitutione Parallelogrammi, quod dato Triangulo sit æquale. non est enim idem Applicatio, Constitutio, vti diximus. verùm hæc quidem totum constituit Spatium tum ipsum, tum Latera cuncta: illa verò, cùm vnum Latus datum habeat, ad hoc cōstituit ipsum Spatium, quippe quæ neq; deficit iuxta hanc extensionem, neq; excedit, sed vno hoc vtitur Latere, quòd Aream comprehendit. Qua igitur (fortasse dicas) de causa cùm quidem Triangula Triangulis æqualia ostendebat, Theorematibus vtebatur: cùm verò Triangula Parallelogrammis, Problematibus? Quoniam (dicemus) æqualitas eorum, quæ eiusdem sunt speciei sponte naturæ proueniens est, considerationeque sola indiget: eorum autem, quæ dissimilis speciei sunt, propter eam, quæ iuxta speciem fit mutationem, ortu, machinationeque æqualitas indiget, quippe cùm per sese inuentu difficilis sit.

Quō differat Applicatio a Cōstitutione.

Finis Documenti.

Dub.

Sol.




Dato Rectilineo æquale Parallelogrammum constituere in dato Angulo rectilineo.

Propō 45. Probl. 13.

DVobus Problematibus, in quibus tum Constitutionem, tum Applicationem æqualium dato Triangulo Parallelogrammorum inueniebat, hoc vniuersalius est. siue enim Triangulum, siue Quadrangulum, siue omnino quoddam aliud Quadrilaterum datum fuerit, per hoc Theorema æquale ipsi Parallelogrammum cōnstituemus. nam omne Rectilineum (vt prius etiam diximus) per se in Triangula dissoluitur, & viam inueniendæ Triangulorum multitudinis tradidimus. Cùm itaque datum Rectangulum in Triangula

Com: 19. Hoc Problema vniuersalius est 11. & 12. Problemate, & vltima Propō ne secundi libri. Superius 1 com. 6. Demō problematis.

Cubus autem, ex Quadrangulis. Idcirco mihi videtur præcipuè illa quidem constituere, hæc verò describere. conuenientia nanque hisce Figuris hæc nomina reperit. nam illud quidem quatenus ex multis construitur, Constitutione: hoc verò quatenus ab vno exoritur Latere, Descriptione indiget. non enim quemadmodū habemus Quadrangulum cùm datæ rectæ Lineę numerum in seipsum multiplicauerimus, eodem modo & Triangulum, sed cùm aliunde ad rectæ Lineæ Extrema Lineas rectas coniunxerimus, vnū ex his æquilaterum Triangulum construimus. & Circulorum descriptio prodest ad inueniendum Signum illud, à quo rectas Lineas ad Extrema propositę rectæ Lineæ connectere oportet. At hæc quidem conspicua sunt. Ostendendum est aūt quod rectis Lineis, à quibus Quadrangula describuntur æqualibus existentibus, ipsa etiam æqualia sunt. Sint enim æquales ipsæ a b, c d rectæ Lineæ, & ab ipsa quidem a b describatur a b e g Quadrangulum, ab ipsa verò c d, ipsum c d h f, & connectantur g b, h d rectę Lineæ. Quoniam igitur rectæ Lineæ a b, c d æquales sunt, ipsæ etiam a g, h c sunt æquales, æqualesque Angulos comprehendunt, & Basis g b Basi h d æqualis, & Triangulum a b g Triangulo c d h, & ipsorum duplicia sunt æqualia. Quadrangulum ergo a e Quadrangulo c f inæquale non est. Veruntamen Conuersum quoque verum est. Si enim Quadrangula sunt æqualia, rectæ etiam Lineæ, à quibus descripta sunt æquales erunt. Sint enim Quadrangula æqualia ipsa a f, c g, & ponantur ita vt in directum sit Latus a b Lateri b c. cùm itaque Anguli recti sint, recta quoque Linea f b rectæ Lineæ b g in directum est. Connectantur f c, a g, a f, c g rectæ Lineæ. Quoniam igitur a f Quadrangulum æquale est c g Quadrangulo, & a f b Triangulum c b g Triangulo est æquale. commune apponatur b c f

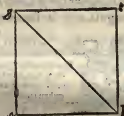
*Cur Euclides vnum horū constituat, alterū describat.*

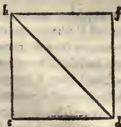
*Quo ex Circulorū descriptione oriatur Triangulū ęqlaterū.*

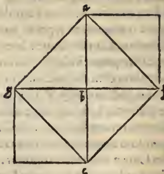
*Documē.*

*Demō cuiusdā vtilissimi The. qui depēdet ex Definitione Quadranguli.*

*Demōstrati Theorę. Conuersum, eiusque Demō.*






Triangulum. Totum ergo a c f Triangulum Toti c f g Triangulo æquale est. Parallela est igitur ipsa a g, ipsi f c. Rursus quoniam, tũ ipse a f g, tum ipse c g b Angulus dimidia recti pars est, ipsa a f, ipsi c g est Parallela. Aequalis igitur est recta Linea a f rectæ Lineæ c g, Parallelogrãmi siquidẽ Latera ex opposito iacentia sunt. Quoniam itaq; duo sunt Triãgula a b f, b c g, quæ Alternos Angulos æquales habent, quippe cùm ipsæ a f, c g Parallelæ sint, necnon Latus vnum ipsum scilicet a f Lateri c g æquale, Latus quoq; a b Lateri b c, & Latus b f Lateri b g erit ęquale. Ostẽsum est igitur quòd Latera etiam, à quibus descripta sunt a f, c g Quadrangula, æqualia sunt, æqualibus illis existentibus.

Propõ. 47 Theo. 33

TEXTVS

In rectangulis Triangulis Quadrangulum, quod à Latere rectum Angulum subtendente describitur, æquale est Quadrãgulis, quæ describuntur à Lateribus † circa rectum Angulum iacentibus.

† rectũ Angulũ cõprehẽdentib.

Com. 21.

Præsens Theo. ad Pythagorã referẽ, qui & sacrificauit in inuentione. vide Vitruuium. Euclidis commendatio. Vide 31. Propõnẽ Sexti.

SI eos quidem qui antiqua enarrare volũt audiamus, pręsens Theorema ad Pythagoram referentes inueniemus, & dicentes cum cùm id inuenerit bouem immolasse. Ego verò miror quidem & eos, qui primi huiusce Theorematis veritati incubuere. magis autẽ admiratione prosequor Elementorum institutorem, non solùm, quia per euidentissimam Demonstrationẽ hoc cõuicit, verũ etiã quia & quod ipso vniuersalius est Scientiæ rationibus, quæ coargui, conuincique minimè possunt in sextò libro persuasit. nam in illo vniuersè ostendit quòd in rectangulis Triangulis forma, quæ à Latere rectum Angulum subtendente describitur, æqualis est formis, quæ à Lateribus rectum Angulum comprehendentibus priori illi formæ similes, similiterqúe describuntur. nam omne quidẽ Quadrangulum omni Quadrangulo est simile; non autem omnia sibi inuicem similia rectilinea, Quadrangula sunt. in Triangulis siquidem, alijsqúe multiangulis si-

militudo

similitudo est. Ratio igitur, quæ demonstrat formam, quæ à Latere rectum Angulum subtendente fit siue Quadrangularis sit, siue qualiscunque alia, æqualem formis, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt, quoddam magis vniuersale ostendit, quodque scientiæ gignendæ magis vim habet quàm illud, quod ratio illa ostendit, quæ Quadrangulum solum Quadrangulis æquale affirmat. ibi enim & causa manifesta † fit vniuersali ostenso, quòd vtique Anguli rectitudo æqualitatem præbet formæ, quæ à subtendente ipsum Latere describitur, ad omnes formas, quæ à Lateribus ipsum comprehendentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt. quemadmodum Hebetudo quidem, excessum: Acumen verò, diminutionem. Quomodo itaque ostenditur Theorema, quod in sexto libro est, ibi perspicuum erit. Quomodo autem præsens verum est, nunc consideremus, hoc tantum adiicientes, quòd hîc vniuersale non debet ostendi ab eo, qui nihil de rectilinearum Figurarũ similitudine docuit, neque omnino aliquid de Proportione ostendit. multa enim eorum, quæ hîc magis particulatim, † in illo magis vniuersè per eandem viam ostensa sunt. Ostendit igitur Elementorum institutor in præsentia Propositum à communi de Parallelogrãmis contemplatione. Cùm autem rectangula Triangula duplicia sint, alia quidem æquicrura, alia verò scalena, in æquicruribus quidem nunquam inueniemus Numeros, qui Lateribus congruant. non est enim quadrangulus Numerus quadranguli Numeri duplus. nisi quis proximiorem dicat. qui enim à Septenario fit eius, qui fit à Quinario duplus est, Vnitate deficiente. in scalenis verò fieri potest vt Numeri suscipiãtur, & euidenter nobis ostenditur quod à subtendente rectum Angulum fit, æquale ijs, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus fiunt. huiusmodi enim est quod in Libro de Republica est Triangulum, cuius rectum Angulum Ternarius, & Quaternarius continent, Quinarius autem eum subtendit. Quod igitur à Quinario fit Quadrangulum, æquale est ijs, quæ ab illis fiunt. hoc enim est vigintiquinque, quæ autem ab illis fiunt quod quidem à Ternario, nouem, quod verò à Quaternario sedecim. Perspicuum ergo est in Numeris quod dicitur. Traditæ autẽ sunt & viæ quædam inuentionis huiuscemodi Triangulorum, quarum vnam quidem ad Platonem referunt, alteram verò ad Pythagorã, quippe quæ ab imparibus orta est Numeris. ponit enim datũ imparem Numerum tanquam minus Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, & cùm acceperit eum, qui ab ipso fit quadrangulum, ab

† ostendit. Causa passionis tum huius, tũ 31. Theo. sexti Elem. ẽ ipsa Anguli rectitudo, quemadmodũ Hebetudo, & Acumẽ excessus, diminutionisque causæ sũt. Ex hoc loco, & ex cõ. 9. huius & 13. tertii habes quod Procli intẽtio erat totã Euclidis Elemẽtarẽ institutionẽ exponere. Notandũ. † nobis Digressio. Duplex rectãgulum Triãgulũ. Nõ inuenitur quadrangulus Numerus quadranguli Numeri duplus quod probat Campanus in 10. Elementorum. De hoc Triangulo vide Platonẽ in Rep. Duæ sunt viæ, quibus inueniunt Triãgula rectãgula Numeros integros in Lateribus habentia. Via Pythagorica.

ab hocqúe Vnitatem abstulerit, reliqui dimidium ponit tanquam maius Latus eorum, quæ circa rectum sunt Angulum, cũ autem huic quoq; Vnitatem adiecerit, reliquum quod subtendit Latus efficit.

Exéplum viç Pythagoricæ.

Exempli gratia cùm Ternarium acceperit, ab ipsoqúe quadrangulum produxerit Numerum, & ab ipso Nouenario Vnitatem abstulerit, Octonarij dimidium Quaternarium suscipit, huicq; rursus Vnitatem addit, & facit Quinarium, repertumqúe est Triangulũ rectangulum, quod vnum quidem ex Lateribus trium, alterũ aũt quatuor, tertiũ verò quinq; Vnitatũ habet.

Via Platonica.

At Platonica, à Paribus adoritur. cùm enim datũ parẽ susceperit Numerum, ponit ipsum tanquã vnũ Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, huncqúe cùm bifariam diuiserit, & à dimidio quadrangulum Numerum produxerit, cùm Vnitatem quidem quadrangulo illi adiecerit, Latus subtendens efficit, cùm verò Vnitatem à quadrangulo abstulerit, facit reliquum Latus eorum, quę circa rectum Angulum sunt.

Exemplũ viæ Platonicæ.

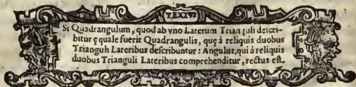
Verbi causa, cùm Quaternarium sumpserit, huiusqúe dimidiũ Binariũ in seipsum multiplicauerit, ipsumqúe Quaternarium fecerit, cùm Vnitatem quidem abstulerit, Ternarium efficit, cùm verò adiecerit efficit Quinarium, idemqúe Triangulum factum habet, quod ab altera etiam via perficiebatur. † quod enim ab hoc fit, ei, quod fit à Ternario, & ei, quod à Quaternario æquale componit. Hæc quidem extrinsecus insuper enarrata sint. Quum autem Elementorum institutoris Demonstratio perspicua sit, nihil addendũ esse censeo, quod sit superuacaneum, sed ijs, quæ scripta sunt nos esse contentos. quandoquidem quicunq; etiam quid plus addiderunt, vt Heronis, & Pappi familiares, aliquid eorum, quæ in sexto libro ostensa sunt, nullius rei difficilis, quæqúe ad negotium spectet causa, insuper assumere coacti fuere. Nos itaq; ad ea, quæ sequuntur transeamus.

† qđ enim à Quinario fit, æquale ẽ ei, quod fit à Ternario, & ei, qđ à Quaternario Compositis.

Finis digressiõis.

Reprehẽdit Heronis, & Pappi sectatores.

Propõ. 48 & vltima primi Ele. Theo. 34.



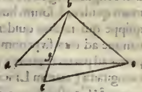
Si Quadrangulum, quod ab vno Laterum Trianguli describitur ęquale fuerit Quadrangulis, quę à reliquis duobus Trianguli Lateribus describuntur: Angulus, qui à reliquis duobus Trianguli Lateribus comprehenditur, rectus est.

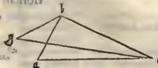
Cõ. 22. & vltimum.

COnuertitur quidem hoc Theorema præcedenti Theoremati, & totum ad totum conuertitur. Si enim Triangulum rectangulũ fuerit, quod à subtendente describitur Quadrangulũ, æquale est Quadrangulis, quæ à reliquis Lateribus describuntur: & si quod ab hoc, eis, quæ

Modus cõuersionis huiꝰ The.

quæ à reliquis, æquale fuerit, Triangulum rectangulum est, quippe quod eum, qui à reliquis comprehenditur Angulum, rectum habet. & Demonstratio quidem Elementorum institutoris conspicua est. Triangulo autem existente a b c, & habente Quadrangulum, quod describitur à Latere a c, æquale Quadrangulis, quæ à Lateribus a b, b c describuntur, cùm in ipso Triangulo Lateri b c à Signo b recta Linea ad Angulos rectos excitetur, si quis dicat quòd ad alteras partes recta Linea ad Angulos rectos est excitanda, & non ad eas, ad quas Elementorum institutor excitauit, dicemus quòd sermo hic impossibile ait. neq; enim intra Triangulū ipsam cadere possibile est, neq; extra, sed nulla alia est, quàm ipsa a b. nam si fieri potest cadat, vt ipsa b e. Quoniam itaq; Angulus e b c rectus est, Angulus certè c f b acutus est. Quamobrem reliquus a f b obtusus erit. Maius est igitur Latus a b, Latere b f. Ponatur ergo ipsi a b æqualis, quæ sit b e, & connectatur e c. Quoniam igitur Angulus e b c rectus est, Quadrangulum, quod à Latere e c describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus e b, b c describuntur. Verùm ipsa e b ipsi b a, est æqualis. Quadrangulum ergo, quod describitur à Latere e c, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus a b, b c describuntur. Eisdem autem æquale erat illud etiam, quod à Latere a c describitur. Aequale igitur est quod à Latere e c, ei, quod à Latere a c describitur Quadrangulo. Et ipsa e c ergo ipsi a c æqualis est. Erat autem, & ipsa e b recta Linea, æqualis rectæ Lineæ a b. Duæ igitur b e, e c rectæ Lineæ, duabus b a, a c rectis Lineis æquales altera alteri super recta Linea b c constitutæ sunt, quod nequaquam fieri potest. Non cadet ergo intrà recta Linea, quæ ad Angulus rectos excitatur. Atqui neq; extrà ad alteras ipsius a b rectæ Lineæ partes. Si enim fieri potest cadat, vt ipsa b g, & sit æqualis ipsi a b ipsa b g, & connectatur c g. quoniā itaq; Angulus g b c rectus est, Quadrangulum, quod à Latere g c describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus b g, b c describuntur. Erat autē & quod à Latere a c, æquale ijs, quæ à Lateribus a b, b c, æqualis verò est a b, ipsi




Instantia hu⁹ Theorematis.

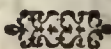
Respōsio.

Nota q͏̄d huius Theorematis istāria soluit p septimā Propone primi. Quapp si ab re ab Elemētorū institutore inter sextā, & octauā iter iecta fuit. vtilis.n. ē ad instantias destruendas, nec non ad Astronomiā v. de cōm. 12. lib. 3.

ipsi g b. Aequalis est igitur g c, ipsi a c. At ipsa quoque g b recta Linea rectæ Lineæ b a æqualis est, super vna b c recta Linea, quod fieri non potest. Neque ergo intrà, neque extrà cadet recta Linea, quæ ad Angulos rectos ipsi b c à Signo b excitatur. Super ipsa igitur a b cadet. Angulus ergo a b c rectus est. Soluta est igitur Instantia. At primum quidem Librum hucusque Elementorum institutor compleuit, quippe qui multas quidem Conuersionum species tradidit (tota nanque ad tota sæpenumero Theorematum, & tota ad partes, & partes ad partes conuertit) multam verò Problematum varietatem excogitauit (etenim Linearum, Angulorumque Sectiones, & Positiones, & Constitutiones, & Applicationes tradidit) tetigit autem & Mathematicum Locum, qui admirabilis vocatur, & Theoremata Localia nobis satis superque in memoriã redegit, Vniuersalium prætereа, Particulariumque Theorematum Elementarem institutionẽ patefecit, & Indeterminatorum, Determinatorũque Problematum differentiã indicauit (quæ sanè omnia nos quoque ipsum consequentes ordinatim explicauimus) totum denique Librum ad vnum Propositum retulit, ad Elementarem vtique institutionem eius, quæ de simplicioribus rectilineis Figuris est contemplationis, ac demum tum Constitutiones ipsarum inuestigauit, tum quæ ipsis per sese insunt considerauit. Nos autem si reliqua etiam eodem modo persequi poterimus, Dijs gratiam habebimus. si autem aliæ curæ nos ab instituto amouerint, huiusce contemplationis studiosos iuxta eandem viam reliquorum quoque Librorum expositionem facere censeo, quod difficile passim est, & ad rẽ ipsam pertinet, facileque diuidi potest sectantes, quoniam ea sanè, quæ hoc tempore afferuntur Commentaria multam, atque variam in se se confusionem continent, quippe quæ nullam causæ assignationem simul inferunt, neque iudicium Dialecticum, neque contemplationem Philosophicam.

Epilogus totius primi lib. Elemẽtorũ.

Hinc perspicuũ est quod Procli propositum erat oẽm Euclidis elementarẽ institutionẽ exponere, sed certũ nõ ẽ ipsũ eã exposuisse, quia cũ cõdone hoc polliceтur.



Commentariorum Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum Finis.

# INDEX OMNIVM RERVM NOTABILIVM,

quæ in toto opere continentur, per Alphabeti ordinem quàm accuratisſimè digeſtus, & quàm locupletisſimè, vbi p, principiũ, m, medium, & f, finem cuiuſcunq; paginę declarat.

## A Litera.





m Angu-

Artifi-

B. Litera.



C. Litera.

Diui-

F. Litera.

G. Litera.



H. Litera.



I. Litera.

L. Litera.



M. Litera.

N. Litera.



O. Litera.

P. Litera.

## Q. Litera.



Qua

R. Litera.

S. Litera.

## T. Litera.

FINIS.



PATAVII,

Excudebat Gratiosus Perchacinus.

1560.